

最 新 世 界 名 著

連續系統之數位模擬

Yaohan Chu 著

朱 燿 衣 譯

國家科學委員會補助

國 立 編 譯 館 出 版  
正 中 書 局 印 行

最新世界名著  
連續系統之數位模擬  
Yaohan Chu 著  
朱 耀 衣 譯

國家科學委員會補助  
國立編譯館出版  
正中書局印行



版權所有

翻印必究

中華民國六十三年七月臺初版  
中華民國六十七年一月臺二版

最 新 世界名著 連續系統之數位模擬

Digital Simulation  
of Continuous Systems

全一冊 基本定價 精六元一角  
平五 元

(外埠附加運費三角)

著 者 Y a o h a n C h u

譯 者 朱 耀 衣

譯權所有人 國 立 編 譯 館

補助機關 國 家 科 學 委 員 會

發行人 黎 元 曆

發行印刷 正 中 曆

(臺灣臺北市衡陽路二十號)

海外總經銷 集 成 圖 曆 公 司

(香港九龍油麻地北海街七號)

海 風 曆 店

(日本東京都千代田區神田神保町一丁目五六番地)

東 海 曆 店

(日本京都市左京區田中門前町九八番地)

新聞局出版事業登記證 局版臺業字第〇一九九號(6795)金  
(500)

## 目 次

### 第一 章 簡 介

1.1 類比模擬 .....	2
1.2 數位模擬 .....	6
1.3 模擬語言 .....	9
1.4 數位模擬轉譯程式 .....	18
1.5 摘 要 .....	23
習 題 .....	24

### 第二 章 MIMIC 程式計劃

2.1 MIMIC 程式計劃 .....	27
2.1.1 卡片格式 .....	27
2.1.2 卡片次序 .....	29
2.1.3 舉 例 .....	30
2.2 基本語言單元 .....	30
2.2.1 常 數 .....	32
2.2.2 參 數 .....	33
2.2.3 變 數 .....	33
2.2.4 保留名稱 .....	34
2.2.5 運 算 素 .....	35
2.2.6 函 數 .....	36
2.2.7 陳 式 .....	43
2.3 陳 述 .....	44

## 2 連續表示之數位模擬

2.3.1 邏輯控制變數 .....	45
2.3.2 算術陳述 .....	47
2.3.3 輸入陳述及函數產生 .....	48
2.3.4 輸出陳述 .....	52
2.3.5 邏輯陳述 .....	56
2.3.6 控制陳述 .....	56
2.3.7 積分陳述 .....	59
2.3.8 隱含陳述 .....	63
2.3.9 混合陳述 .....	65
2.3.10 其他陳述 .....	66
2.4 使用者的選擇 .....	67
2.4.1 MIMIC 語言副程式 .....	67
2.4.2 FORTRAN 語言副程式 .....	69
2.5 測驗程式及程式除錯 .....	71
2.5.1 測驗程式 .....	71
2.5.2 程式除錯 .....	75
習題 .....	76

## 第三章 工程上的應用

3.1 函數及圖形的產生 .....	79
3.1.1 初等函數 .....	79
3.1.2 幾何圖形 .....	82
3.2 波形的產生 .....	86
3.2.1 被調波形 .....	86
3.2.2 脈動波形 .....	90

3.2.3 週期波形 .....	97
3.3 工程上的分析與設計 .....	106
3.3.1 飛行員彈出系統 .....	106
3.3.2 飛機制動齒輪系統 .....	112
3.3.3 由衛星形成的鄧卜勒頻率 .....	119
3.3.4 空用火力控制系統的攻擊距離 .....	122
3.4 非線性反饋控制系統的模擬 .....	139
3.4.1 繼電器伺服的模擬 .....	139
3.4.2 氣蜂火箭高度控制系統 .....	159
3.4.3 衛星滾軸控制系統 .....	165
習    題 .....	173

#### 第四章 數學上的應用

4.1 富氏級數 .....	179
4.1.1 週期函數 .....	179
4.1.2 週期函數的展開 .....	181
4.1.3 舉    例 .....	182
4.1.4 富氏係數的計算 .....	185
4.2 富氏積分 .....	191
4.2.1 非週期函數的展開 .....	191
4.2.2 舉    例 .....	192
4.2.3 富氏積分的計算 .....	194
4.3 相關函數 .....	195
4.3.1 自行相關函數 .....	195
4.3.2 功率譜密度 .....	196

#### 4 連續系統之數位模擬

4.3.3	自行相關函數的計算 .....	197
4.3.4	交叉相關函數 .....	199
4.4	常微分方程式 .....	202
4.4.1	線性常微分方程式 .....	203
4.4.2	非線性常微分方程式 .....	218
4.5	偏微分方程式 .....	237
4.5.1	二階偏微分方程式 .....	238
4.5.2	轉換為微分差方程式 .....	243
4.5.3	舉    例 .....	247
4.5.4	高階有限差 .....	251
4.6	一個函數的二重積分 .....	252
	習    題 .....	255

#### 第五章 福傳程式計劃的模擬

5.1	福傳語言單元 .....	261
5.1.1	卡片格式 .....	262
5.1.2	符號組 .....	263
5.1.3	福傳數目 .....	263
5.1.4	常    數 .....	264
5.1.5	變    數 .....	266
5.1.6	註    標 .....	267
5.1.7	算    符 .....	267
5.1.8	陳    式 .....	268
5.1.9	福傳算術 .....	268
5.2	福傳凍述 .....	271

## 目 次 5

5.2.1 算術陳述 .....	271
5.2.2 控制陳述 .....	272
5.2.3 輸入輸出陳述 .....	275
5.2.4 次常規陳述 .....	282
5.2.5 規格陳述 .....	292
5.3 計算微分方程的解——第一法 .....	297
5.3.1 范德普爾方程式 .....	297
5.3.2 數字解法 .....	298
5.3.3 流程圖 .....	300
5.3.4 WRITE 及 FORMAT陳述 .....	300
5.3.5 福傳程式 .....	304
5.4 第二法 .....	307
5.4.1 印出設計 .....	307
5.4.2 文字數據的欄規格 .....	307
5.4.3 流程圖 .....	312
5.4.4 READ 陳述和數據卡 .....	312
5.4.5 福傳程式 .....	314
5.5 第三法 .....	315
5.5.1 註標變數 .....	315
5.5.2 註標變數的 READ 和 WRITE 陳述 .....	317
5.5.3 變數格式 .....	317
5.5.4 兩個次常規 .....	319
5.5.5 福傳程式 .....	320
5.6 第四法 .....	324
5.6.1 COMMON 陳述 .....	324

## 6 連續系統之數位模擬

5.6.2 變距尤勒積分法 .....	325
5.6.3 福傳程式 .....	330
5.6.4 舉例 .....	330
5.7 其他方法 .....	336
5.7.1 積分公式的選擇 .....	336
5.7.2 倫古達公式和第五法 .....	337
5.7.3 預測校正公式和第六法 .....	343
5.7.4 第七法 .....	351
習題 .....	356

## 第六章 模擬轉譯程式的邏輯與結構

6.1 SIMIC .....	359
6.1.1 SIMIC 語言 .....	362
6.1.2 SIMIC 轉譯程式 .....	364
6.2 執行程式 .....	366
6.3 MAP 編碼函數 .....	371
6.4 編譯 .....	373
6.4.1 讀輸入卡 .....	380
6.4.2 在緩衝器 C 內形成一個連串 .....	381
6.4.3 祕含名稱的陳式 .....	382
6.4.4 找尋最內層的一對括弧 .....	383
6.4.5 處理算術陳式 .....	385
6.4.6 處理函數陳式 .....	387
6.4.7 處理祕含名稱的連串 .....	387
6.5 組合 .....	388

目 次 7

6.5.1	決定地址 .....	393
6.5.2	有關 LCV 的指令.....	395
6.5.3	機器語言碼的產生 .....	396
6.5.4	增加指標 IF.....	399
6.6	執 行 .....	399
6.6.1	CALL F 陳述 .....	401
6.6.2	開 始 .....	403
6.6.3	執行循環 .....	403
6.7	積 分 .....	404
6.7.1	積分公式 .....	407
6.7.2	誤差估計 .....	408
6.7.3	積分的間距 .....	409
6.7.4	間距值的自動變更 .....	411
6.8	輸入輸出 .....	412
6.8.1	進入 MIMHDR.....	413
6.8.2	進入 MIMOUT.....	413
6.8.3	進入 MIMPAR .....	414
6.9	舉 例 .....	414
	習 題 .....	420

## 第七章 DSL/90 程式計劃模擬

7.1	簡 介 .....	423
7.2	基本語言單元 .....	425
7.2.1	常 數 .....	425
7.2.2	變數名稱 .....	425

## 8 連續系統之數位模擬

7.2.3 保留名稱 .....	426
7.2.4 算符和陳式 .....	427
7.3 函    數 .....	428
7.3.1 造入函數 .....	430
7.3.2 福傳函數 .....	438
7.3.3 使用者提供的函數 .....	438
7.4 DSL/90 程式的寫碼 .....	440
7.4.1 系統敘述 .....	440
7.4.2 DSL/90 程式 .....	440
7.4.3 結    果 .....	444
7.5 陳  述 .....	444
7.5.1 連接陳述 .....	447
7.5.2 數據陳述 .....	448
7.5.3 控制陳述 .....	455
7.5.4 虛擬操作陳述 .....	459
7.6 模擬舉例 .....	466
7.6.1 控制卡片 .....	467
7.6.2 范德普爾方程式 .....	468
7.6.3 貝塞爾第一種函數 .....	470
7.6.4 偏微分方程式 .....	473
7.6.5 帰星滾軸控制系統 .....	475
7.7 DSL/90 轉譯程式 .....	475
7.7.1 轉譯程式組織 .....	475
7.7.2 程式檢查 .....	473
7.7.3 分    類 .....	479

7.7.4	程式限制 .....	480
7.7.5	積分函數 .....	482
7.7.6	導數函數 .....	485
7.7.7	非線性函數產生器 .....	486
7.7.8	隱含函數 .....	486
7.7.9	延遲函數 .....	488
7.8	DSL/90 模擬中使用者的選擇 .....	489
7.8.1	數據儲存 .....	489
7.8.2	找尋 DSL/90 變數 .....	490
7.8.3	主控制常規 .....	491
7.8.4	積分次常規 .....	492
7.8.5	隱含函數 .....	493
7.8.6	使用者提供的函數 .....	493
7.9	附加例子 .....	494
7.9.1	飛機制動齒輪系統設計 .....	494
7.9.2	飛行員彈出模擬 .....	498
7.9.3	應用兩進制搜索法的參數最佳選擇 .....	500

## 附 錄 DSL/90 程式所用的控制卡

## 索 引

# 第一章 簡 介

二次世界大戰之後不久，一般用途的直流電子類比計算機 (General-purpose dc electronic analog computers) 普遍供應，證明這種計算機對動態系統 (Dynamic systems) 之模擬 (Simulation) 及工程問題之解決，是一種非常重要的工具。它提供一種造模 (Modeling) 方法以彌補精確分析與物理直覺 (Physical intuition) 間之空隙。尤其在試驗真實硬體 (Hardware) 或測定原型 (Prototype) 需耗費時間或金錢時，或測驗工作對操作人員存有危險時，更覺得造模之需要。一般認為模擬可使人思考。其實不知道模擬什麼，就無從模擬；模擬是學習與實驗間的一種傳達工具。

本章首先介紹一個簡單連續系統 (Continuous system) 之類比模擬 (Analog simulation)，該系統用一線性常係數微分方程 (Linear differential equation with constant coefficients) 造模。接着介紹同一連續系統之數位模擬 (Digital simulation)。因連續系統之數位模擬需要模擬語言 (Simulation language)，所以對模擬語言之發展需加複習；在複習中將介紹本書所採用之模擬語言。本章最後一節為摘要。

## 1.1 類比模擬

類比模擬係指利用一般用途直流類比計算機作一個物理系統造模之意。現以圖 1.1 所示的質量 (Mass) 阻尼器 (Damper) 彈簧 (Spring) 線性系統為例。該系統可用下列常係數微分方程式代表：

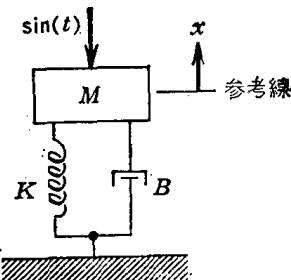


圖 1.1 質量—阻尼器—彈簧線性系統圖

$$M\ddot{x} + B\dot{x} + Kx = \sin(t) \quad (1.1)$$

式中  $x$  = 質量的運動

$\dot{x} = x$  的第一次導數 (Derivative)

$\ddot{x} = x$  的第二次導數

$M$  = 質量

$B$  = 阻尼係數 (Damping coefficient)

$K$  = 彈簧常數 (Spring constant)

該系統的作用力函數 (Forcing function) 是一時間為  $t$  的正弦函數。顯然下列兩項關係也必存在：

$$\dot{x} = \int_0^t \ddot{x} dt + \dot{x}(0) \quad (1.2)$$

$$x = \int_0^t \dot{x} dt + x(0) \quad (1.3)$$

上式  $\dot{x}(0)$  及  $x(0)$  都是初具條件 (Initial conditions) 它們的值分別選擇為  $O$  與  $A$ 。

圖 1.2 為應用類比計算機模擬此一系統之方塊圖 (Block diagram)。每一方塊或圓圈代表一個實際存在的單元 (Element)。方

塊中寫有 ADD, MPY, DIV, 及 INT 等字樣者，分別代表加法器 (Adder) , 乘法器 (Multiplier) , 除法器 (Divide) , 及積分器 (Integrator) 。方塊輸入或輸出的數目並不限制一個。圓圈代表產生器 (Generator)。圓圈中寫有  $-B$ ,  $O$ ,  $A$ ,  $M$ , 及  $-K$  等字樣者代表能產生這類常數，寫有  $\text{SIN}(T)$  的圓圈能產生以  $T$  為變數的正弦函數。每個圓圈都沒有輸入，但可能有好幾個輸出。方塊或圓圈的每個輸出，代表一個變數或一個常數，實際上是一個電壓 (Voltage) 。

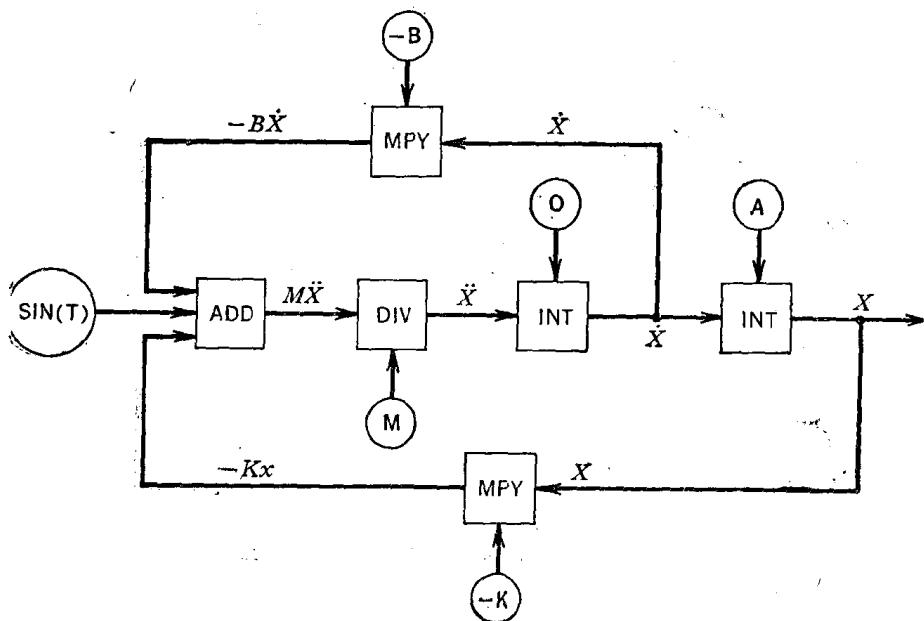


圖 1.2 質量—阻尼器—彈簧線系統方塊圖

我們由圖探索，可知上面的 MPY 方塊之輸出為  $-B\dot{x}$ ，下面的 MPY 方塊之輸出則為  $-Kx$ ；DIV 方塊的輸出為  $M\ddot{x}/M$ ；ADD 方塊的輸出為  $\sin(t) - B\dot{x} - Kx$ ；左邊 INT 方塊的輸出為  $\int^t \dot{x} dt + \dot{x}(0)$ ，右邊 INT 方塊的輸出為  $\int^t \dot{x} dt + x(0)$ 。由此可證明

該方塊圖係根據下列方程式所組成

$$M\ddot{x} = \sin(t) - B\dot{x} - Kx \dots \dots \dots \quad (1.4)$$

這就是(1.1)式的另一種形式。上式中最高次導數在等號的左邊，其餘各項則在等號的右邊。這等號就靠圖中 ADD 方塊所完成。在類比模擬中，這是一項重要的技巧，因為它形成一個計算迴路(Computing loop)使方程式得以解出。

計算機的單元現在可根據圖 1.2 加以連結。因此這樣的圖常稱為裝置圖 (Setup diagram)。一個習慣用的裝置圖與圖 1.2 稍有不同，前者應用各種不同圖形代替方塊 (每一圖形代表一種特殊單元)，在某些情況時，也有用線路圖代表。圖 1.2 中的 INT 及 ADD 方塊與實際單元稍有不同。真正的積分器及加法器是由作用放大器 (Operational amplifiers) 所組成；它的輸出是圖中方塊輸出的負值。乘法器的兩個輸入中，如果一個是常數，這種單元很簡單，稱為電位器 (Potentiometer)。如果乘法器 (或除法器) 的兩個輸入都是變數，這是一個相當複雜的單元；可能要使用伺服器 (Instrument servo) 或很多電子零件。

問題變數（亦即因變數）之值，在一般用途直流類比計算機中係用電壓代表。例如 100 伏類比計算機，電壓的範圍為 -100 到 +100 伏（在 10 伏計算機中，為 -10 到 +10 伏）。程式變數（Program variable）的標度因子（Scale factor）它的定義是最大電壓（即 100 伏）與程式變數最大值之比。將所有程式變數的標度因子，經適當選擇而使不超過最大電壓的工作稱為大小標度（Magnitude scaling）。如果一個程式變數超過了最大值，那麼它相當的放大器就變為飽和，結果當然發生錯誤。對大規模模擬而言，這種大小標度是件困擾而麻煩的工作，因為程式變數很多，我們很難知道它們最大值是多少。在

這種情況下，祇有任意選擇標度因子多次試做的辦法。

在電子類比計算機中，時間為一自變數（Independent variable）。它與大小標度一樣，有時間標度（Time scaling），其工作就是選擇自變數之時間因子（Time-scale factor）以作此用。時間因子的定義是計算時間（Computing time）與問題時間（Problem time）之比值。為了計算結果正確起見，類比計算機有一規定的最大計算時間。如果時間因子為 1，這是及時模擬（Real-time simulation）。若時間因子小於 1 或大於 1，那麼分別代表比及時模擬慢或快。因時間因子祇有一個，所以時間標度的工作，遠較數量標度要簡單容易。

當模擬裝置圖完成後，變數及常數的標度因子都已決定或任意選好。用以代表輸入常數，初具條件，電位器位置等電壓也一一決定。其次，將計算機之單元在接線板（Patch board）上接好。現在已可準備試驗或檢查模擬工作。因一般用途直流類比計算機上所獲得之解答都以電壓代表，所以必須具備觀察結果用的電壓表，記錄器（Recorder），描跡器（Plotter），及示波器（Cathode-ray-tube display）。這些儀表與計算機輸出端直接相連。這種即刻顯示計算結果，是類比模擬一種極重要的優點。

由電子類比計算機所得結果的精確度，與計算機零件的精確度有密切關係。計算機零件的精確度，範圍為滿標（Full scale）的 0.005 到 3%。由此可知標度因子選擇不當，就會發生計算機精確度運用不當的後果。如果要提高零件精確度 2%，零件成本將會快速上升。因為受了零件精確度的限制，幾個百分數的精確度已很好，對適度複雜的模擬，1% 之精確度已認為很理想了。

類比計算機因受精確度的限制，對飛彈及太空乘具（Space