

信号 分析与处理

姜常珍 主编

XINHAO
FENXI
YUCHULI

天津大学出版社

信号分析与处理

姜常珍 主编

天津大学出版社

内容提要

本书系天津大学“九五”重点教材。全书共7章,包括:信号分析与处理导论;信号的时域分析;信号的频域分析;离散信号的变换域分析;随机信号;模拟滤波器和数字滤波器。本书注重基础和实用,能使读者对信号理论建立较全面的印象。本书可作为非电子和非通信类各专业本科生的信号理论课程教材,也可作为信号分析与处理方面的科技参考书。

图书在版编目(CIP)数据

信号分析与处理/姜常珍主编. —天津:天津大学出版社,2000.9

ISBN 7-5618-1339-2

I. 信 II. 姜 III. ①信号分析—高等教材—教材②信号处理—高等学校—教材 IV. TN911

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2000)第 68372 号

出 版 天津大学出版社

出版人 杨风和

地 址 天津市卫津路 92 号天津大学内(邮编:300072)

电 话 发行部:022—27403647 邮购部:022—27402742

印 刷 河北省昌黎县印刷总厂

发 行 新华书店天津发行所

开 本 880mm×1230mm 1/32

印 张 8 5

字 数 253 千

版 次 2000 年 9 月第 1 版

印 次 2000 年 9 月第 1 次

印 数 1—3 000

定 价 13.00 元

前 言

伴随计算机技术的发展和广泛应用,信号分析与处理理论与技术作为一门新兴学科,正受到越来越多的关注。

运动和状态的改变,都可以用信号表示。人类通过对自然界的观察提取信号,经过分析处理获得有价值的信息,进而改造自然界。电子、通信、测量、自动控制、计算机等系统的主任务是通过提取的信号加工变换、传输与处理实现其特定的功能。在商品流通过程中,信息更是如同生命,而信息的携带者正是各种各样的信号。广而言之,自然界、工程技术和社会科学中,信号以其特有的形式无处不在。作为 20 世纪中后期形成的“信号分析”和“信号处理”学科,正是适应科学技术的发展,基于众多相关学科的共性,逐步形成并完善的一门工程技术基础课。

面对 21 世纪,许多学校正在对传统的教学内容进行改革,非电子类、非通信类与非测量类的某些专业,迫切需要较多的与信号相关的知识。由于这些专业开设的相关课程涉及系统理论较多,从而与国内流行的“信号与系统”内容产生重叠,因此希望能融信号分析与信号处理为一体,设立“信号分析与处理”这门课程。众所周知,离开系统信号就没有载体,信号与系统是密切相关的。然而就知识结构讲,信号分析、信号处理与系统理论却各有所指,如何处理好它们之间的关系,是本教材的任务之一。

本教材是为工业电气自动化及其相关专业编写的。作为一门技术基础课,它以“电路”课程与“电子技术”课程为先修课,与“自动控制理论”课程有明确的分工。本教材主要讲述的内容有信号分析的一般概念与技术,如信号的时域分析、频域分析、傅里叶变换和快速傅里叶变换等;涉及系统理论方面,只介绍了与本课程相关的概念,如系统函数、Z 变换等;在信号处理方面,本书对电子技术中讲述过的各种信号处理电路不再叙述,对在系统设计中占有重要地位的模拟滤波器和数字滤

波器给以较多的注意。另外,鉴于随机信号的分析与处理日趋重要,本书对此做了适当的介绍,以便为学生建立一些初步概念。

既要学时少,又要让学生对信号理论建立较全面的印象,同时还应该使学生学有所用,并为今后的发展打下基础,这是本书编写的指导思想。编者力求避免课程内容的重复,对本书必不可少的系统知识只做简单介绍,所占篇幅不多,授课者可根据学习对象决定取舍。

参加本书编写工作的有天津大学姜常珍、石季英,天津轻工业学院王秀清。石季英编写第6章和第7章,王秀清编写第5章,其余各章由姜常珍编写,并由姜常珍担任主编,负责对全书的统稿工作,并对全书进行了认真的审定。

张曾义和刘建猷两位老师主编的《信号与系统》教学讲义,在天津大学自动化系使用了近十年。在本书编写过程中,该讲义是本书的主要参考文献之一,在此笔者对二位老师表示深深的谢意。

天津大学齐植兰教授对全书进行了认真的审阅,并提出了许多宝贵意见,笔者表示衷心的感谢。

限于编者水平,书中错误和不足之处在所难免,诚望读者批评指正。

作者

2000年3月

目 录

第 1 章 导论	(1)
第 1 节 信号及其分类	(1)
第 2 节 信号分析与信号处理	(3)
第 3 节 信号与系统	(6)
第 2 章 信号的时域分析	(11)
第 1 节 信号的描述	(11)
第 2 节 信号的时域运算	(19)
第 3 节 信号的时域分解	(22)
第 4 节 连续时间系统的时域分析	(32)
第 5 节 离散时间系统的时域分析	(39)
习题	(49)
第 3 章 信号的频域分析	(54)
第 1 节 周期信号的傅里叶级数	(54)
第 2 节 非周期信号的傅里叶变换	(61)
第 3 节 傅里叶变换的性质	(69)
第 4 节 周期信号的傅里叶变换	(77)
第 5 节 能谱与功率谱	(83)
第 6 节 采样信号	(86)
习题	(94)
第 4 章 离散信号的变换域分析	(99)
第 1 节 离散信号的 Z 变换及其性质	(99)
第 2 节 应用 Z 变换求解差分方程	(109)
第 3 节 非周期序列的傅里叶变换(DTFT)	(116)
第 4 节 周期序列的离散傅里叶级数(DFS)	(123)
第 5 节 离散傅里叶变换(DFT)	(125)

第6节 快速傅里叶变换(FFT)·····	(134)
第7节 离散傅里叶变换的应用·····	(139)
习题·····	(142)
第5章 随机信号 ·····	(145)
第1节 随机信号的时域描述·····	(145)
第2节 随机信号的频域分析·····	(160)
第3节 典型随机信号·····	(165)
第4节 随机信号通过线性系统的分析·····	(195)
习题·····	(201)
第6章 模拟滤波器 ·····	(204)
第1节 滤波器的基本知识·····	(204)
第2节 信号通过线性系统不失真的条件·····	(211)
第3节 理想低通滤波器的频率响应·····	(212)
第4节 巴特沃兹低通滤波器·····	(219)
第5节 切比雪夫滤波器·····	(227)
习题·····	(234)
第7章 数字滤波器 ·····	(236)
第1节 数字滤波器的基本概念·····	(236)
第2节 IIR 数字滤波器的设计·····	(240)
第3节 FIR 数字滤波器的设计·····	(253)
习题·····	(261)
主要参考文献 ·····	(263)

第 1 章 导 论

第 1 节 信号及其分类

信号概念广泛地出现在各个领域,它以各种各样的表现形式携带着特定的信息。古战场曾以击鼓鸣金传达前进或撤退的命令,更以烽火作为信号传递敌人进犯的紧急情况。近代,信号的利用更是涉及力、热、声、光、电等诸多方面。信息通过信号表现,信号蕴含着信息的内容。在众多信号表现形式中,电信号以其具有可以迅速远距离传输并能够十分方便地对其进行加工变换的优点而获得广泛应用。因此,工程技术中常把非电信号利用传感器转换为电信号。

信号一般可表示为一个或多个变量的函数。例如,锅炉的温度可表示为温度随时间变化的函数;语音信号可表示为声压随时间变化的函数;一张黑白图片能表示为亮度随二维空间变量变化的函数。本书讨论的范围仅限于单一变量的函数,且为了方便,总是以时间为变量。根据信号随时间变化的特点,可将信号大致分为下列类型。

1.1.1 确定信号与随机信号

对指定的某一时刻,可确定一相应的函数值与之对应的信号称为确定信号。例如,指数信号、正弦信号、阶跃信号等。具有不可预知的不确定的信号称为随机信号,随机信号只能用概率统计的方法描述。

本书以分析确定信号为主,涉及随机信号篇幅不多(第 5 章)。但必须指出的是:如果通信系统中传输的信号都是确定信号,接收者就不可能由它获得新的信息。因此,随机信号在信号分析与处理中占有十分重要的地位。

1.1.2 周期信号与非周期信号

周而复始、且无始无终的信号称为周期信号。设周期为 T , $f_0(t)$ 表示某一周期内的函数, 则周期信号可表示为

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} f_0(t + nT) \quad n=0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (1-1)$$

非周期信号不具有周期信号的特点。例如, 指数信号就是非周期信号。

信号理论中的“无始”意味时间是从 $t = -\infty$ 开始的, 而“无终”则意味截止时间是 $t = +\infty$ 。因此, 如果一个信号自 $t = 0$ 开始周期重复, 不能当作周期函数。

1.1.3 连续时间信号与离散时间信号

对连续时间定义域内的任意值(除若干不连续点之外), 都可以给出确定的函数值, 该信号称为连续时间信号, 简称连续信号。幅值是连续的连续信号, 又称为模拟信号, 连续信号的幅值也可以是离散的。例如, 图 1-1(a) 与 (b) 分别表示一个模拟信号和一个具有离散幅值的连续信号。离散时间信号的时间定义域是离散的, 并简称为离散信号, 它只在某些不连续的规定瞬时具有函数值。一般情况下, 离散信号均取均匀时间间隔, 其定义域成为一个整数集。数字信号属于离散信号, 但其幅值则被限定为某些离散值。离散信号用 $f(n)$ 的形式表示, 式中 n 为整数, 表示序号, 因此离散信号也称为序列。图 1-2 描绘的都是离散信号, 其中图 1-2(b) 为数字信号。

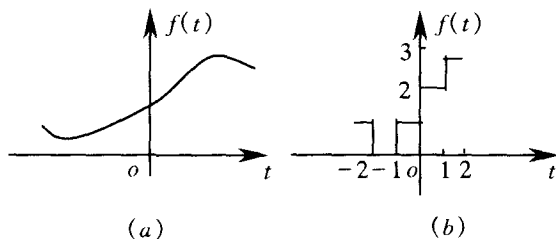


图 1-1 连续时间信号

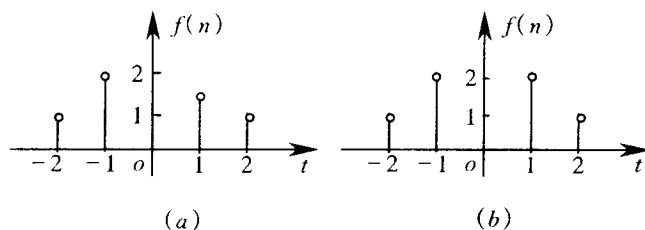


图 1-2 离散时间信号

1.1.4 常参信号与变参信号

信号的参量是时不变的信号称为常参信号;否则,称为变参信号。正弦信号 $A\sin\omega t$ 是常参信号,式中 A 是常数;调幅信号 $A(t)\sin\omega t$ 则属于变参信号,式中 $A(t)$ 表示随时间变化的系数。

1.1.5 奇异信号

如果信号函数本身具有不连续点,或者其导数与积分有不连续点,这种信号称之为奇异信号。实际信号可能比较复杂,有时通过某种条件理想化,往往可以用一些简单的典型信号表示。冲激信号与阶跃信号是两种最常用的奇异信号。

信号的分类方式很多,例如还可以分为能量有限信号和功率有限信号、奇信号和偶信号、调制信号和载波信号等。这些内容将在后面根据需要介绍。

第2节 信号分析与信号处理

信号理论分为信号分析和信号处理两部分。

简而言之,信号分析就是研究信号本身的特征。当信号表示为时间函数时,可以用数学曲线描述它,从视觉上人们可以看出它们的不同,这是基于随时间变化的形状特征分析的结果。正如自然界各种各样的物质千差万别一样,信号也是千差万别的。研究物质必须研究分子和原子,不同的原子结构将组成不同的物质。因此,人们得出结论,不同的物质是因为它们的分子构造不同,这是从物质的实质上辨别物

质的正确方法。随时间变化规律不同的信号,明确表示出其不同的外部特征,它们将携带不同的信息。从外部特征认识信号是重要的,但是信号的外部特征千变万化,仅凭外部特征很难分辨相近的信号。在寻求能够便于辨识这些信号的基本方法中,函数的正交分解提供了一种有效的途径。在满足一定条件下,将函数分解成某种基本函数的组合,不同信号的某些不同特征就十分清楚了。对于不同的信号,采用不同的分解方式,将会方便问题的解决。在信号分析中,将信号分解成傅里叶级数,或将信号用冲激函数描述以及用阶跃函数描述等,都是工程中常用的方法。

信号除了在时间域分析或运算外,还经常在变换域进行分析或运算,其中复频域变换十分重要。有关复频域分析在电路课程已做了较详尽的论述,它在计算电路的全响应过程的优点已众所周知,此外,在系统分析中它也具有十分重要的地位。工程上有些常见的非周期信号,它们不存在傅里叶级数,其频率特性分析必须另辟蹊径。本书将重点介绍傅里叶变换,在引入广义函数的概念后,工程中常见的信号均存在对应的傅里叶变换。傅里叶变换以频谱密度概念清晰地展示了信号的频谱,物理概念十分明确。这正如不同的原子组合形成不同的物质类似,不同的频谱将对应不同的信号。信号不同表示其蕴含的频谱不同,这种对应关系表示出信号的一个重要特征——即频率特征。傅里叶变换是以 $e^{j\omega t}$ 为其最基本信号构造组合各种各样的信号,其实部和虚部分别是正弦函数和余弦函数。这样,一旦信号的频谱知道,信号的频率特征就一目了然。通过信号频谱特征认识信号并区别信号,犹如通过分子结构认识物质并区别物质一样,这种思想确是抓住了事物的本质。因此,从这种意义上讲,可以说信号分析是研究如何正确辨识信号的一门学科。

从实际中抽象出来的信号可分为两大类,一类是随时间连续变化的连续信号,另一类是只在离散时间存在数值的离散信号。近些年来,由于数字信号处理技术发展很快,离散信号分析随之相应发展,对此本书将给以足够的重视。

只有在充分认识信号的基础上,才能对信号进行加工与变换。从

这一点认识出发,信号分析是信号处理的基础。从广义上讲,信号处理可包括的范围十分广阔,数据处理与图像处理都属于这一范畴。信号需要经过传输、接收和加工变换才能获得其中有用的信息或完成特定的功能,这一过程必须配备一定的设备。诸如加法器、减法器、积分器、微分器、延时器等各种运算器。定时、移位、比较、调制、解调、检波、变频等基本电路,编码器、译码器、寄存器、计数器等组合逻辑电路或时序逻辑电路,以及数-模转换器和模-数转换器等,在电子技术课程已经学过,本书将主要介绍模拟滤波器和数字滤波器的概念。换句话说,本书主要讲述传统的信号处理内容,对信号的传输和信号处理的基本器件不作论述。本书涉及的主要器件的时域表示如图 1-3 和图 1-4 所示。

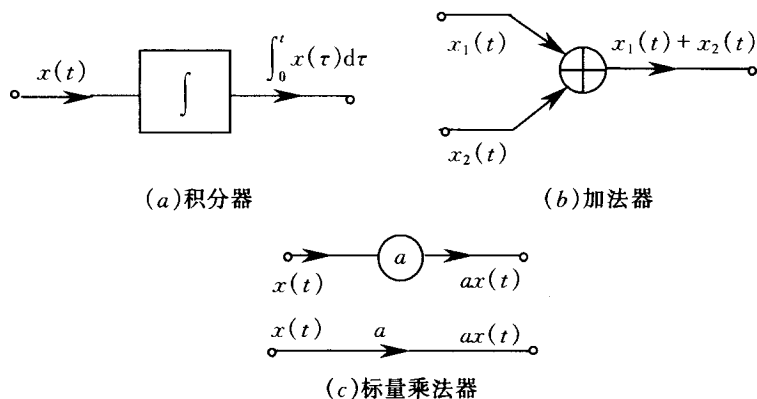


图 1-3 连续系统模拟的基本部件

为了方便,在一般情况下本书将以 $x(t)$ 和 $y(t)$ 分别表示连续系统的输入和输出,而以 $x(n)$ 和 $y(n)$ 分别表示离散系统的输入和输出。连续系统模拟一般由积分器、加法器和标量乘法器组成,而离散系统模拟一般由单位延时器、加法器和标量乘法器组成。所谓单位延时器实际就是一个存储器。

采样信号是实现连续时间信号与离散时间信号之间转化的关键,它们可通过模-数转换器和数-模转换器完成,依据信号的频谱和系统的要求可以确定器件的规格。

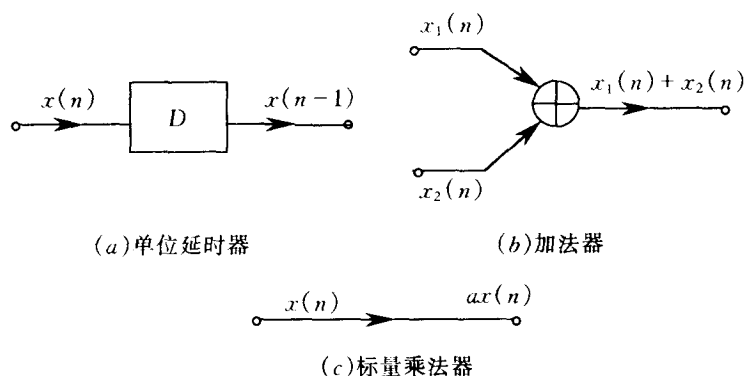


图 1-4 离散系统模拟的基本器件

现代滤波器设计理论的核心是用数学方法寻求一条响应曲线,按照规定的误差逼近理想的特性,给出物理可实现的传递函数,再用网络综合方法,经过严格的数学分析确定出系统的结构和元件值。这是一个相当复杂的过程,滤波器性能要求愈高,这一过程也就愈复杂。有关网络综合的知识,本书涉及甚少,将在另外课程介绍。

第 3 节 信号与系统

信号通过系统传输或变换,因此离开系统单独分析信号是困难的。所谓系统,是指由一些相互联系、相互制约的事物组成的具有某种功能的整体。系统含义极为广泛,例如自然系统、物理系统、生物系统及管理系统等,而这其中的每一个系统本身又包含许许多多的系统。电气系统、自动控制系统、通信系统、检测系统、机械系统、化工系统、交通系统以及计算机系统等,都是工业中最常见的系统。尽管这些系统各自都有自身的特点,但最终都需要建立起各自的数学模型,即表示系统的输入与输出之间关系的数学模型。与信号类型相对应,系统也分为连续时间系统和离散时间系统,简称为连续系统和离散系统。必须指出,从严格定义上讲,一切系统的数学模型都是近似的。它们只在一定条件下是系统主要物理特性的反映。例如,图 1-5(a)表示的是一个电

容器充电的电路接线图,实际电路发生了电磁能量变换过程,利用集中参数的概念可获得图(b)的近似电路模型。通常并联的电导甚小,可以忽略不计,这样电路模型就得以再简化。如果接线不长,电流也不大,则电感也可以忽略不计,电路就更简单了。最简单的模型是线路电阻也忽略不计。根据不同问题的需要,选择合理的系统模型,对简化问题分析十分重要。

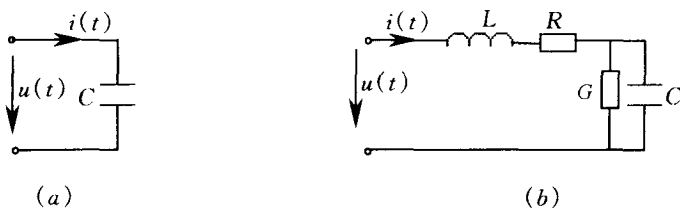


图 1-5 电容器充电模型

系统分析与信号分析、信号处理是密不可分的,如自动控制理论中的自适应控制、系统辨识、最优状态估计、滤波器的设计等。系统是为传输信号或变换处理信号而设计的,无论是系统设计还是系统分析都离不开与其相关的信号这一对象。系统种类繁多,不同的系统建立在不同的理论之上。如果仅从抽象的数学模型看,它们的共性是满足某一微分方程或差分方程。对系统理论的详细介绍,由其他课程完成。下面仅依据系统的数学模型,说明系统的主要性质。

1.3.1 线性与非线性

满足叠加性(可加性)与齐次性(均匀性)的系统称为线性系统,否则称之为非线性系统。下面分别以 $x(t)$ 和 $y(t)$ 表示系统的输入和输出,如果

$$x_1(t) \rightarrow y_1(t) \quad x_2(t) \rightarrow y_2(t)$$

则叠加性表示为

$$x_1(t) + x_2(t) \rightarrow y_1(t) + y_2(t) \quad (1-2)$$

而齐次性表示为

$$ax_1(t) \rightarrow ay_1(t) \quad \text{或} \quad bx_2(t) \rightarrow by_2(t) \quad (1-3)$$

或统一表示为

$$ax_1(t) + bx_2(t) \rightarrow ay_1(t) + by_2(t) \quad (1-4)$$

鉴别系统是否线性,可以从系统的物理性质分析,也可以从系统的数学模型判断。

例 1-1 当 a, b 为常数时,试证明下面线性方程代表的是线性系统:

$$y(t) = ax(t) + b \quad (1-5)$$

证明 从物理模型分析,该方程可对应于如图 1-6 所示模型,即可视为一双输入、单输出系统,因此可设

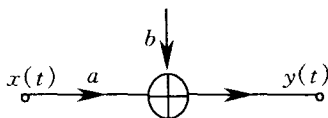


图 1-6 简单线性系统

$$e(t) = ax(t) \quad v(t) = b$$

如果令

$$e_1(t) = ax_1(t) \quad v_1(t) = b$$

$$e_2(t) = ax_2(t) \quad v_2(t) = b$$

则

$$y_1(t) = ax_1(t) + b$$

$$y_2(t) = ax_2(t) + b$$

二式相加

$$y_1(t) + y_2(t) = [ax_1(t) + ax_2(t)] + [b + b]$$

显然,该方程满足叠加性。如果设

$$e_3(t) = k[ax(t)] \quad v_3(t) = kb$$

式中 k 为比例常数,则

$$ky(t) = k[ax(t) + b]$$

式(1-5)也满足齐次性。因此,该方程表示一线性系统。

例 1-2 试证明常数系数线性微分方程

$$a \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + b \frac{dy(t)}{dt} + cy(t) = x(t) \quad (1-6)$$

描述的是一个线性系统。

证明 设

$$x_1(t) \rightarrow y_1(t) \quad x_2(t) \rightarrow y_2(t)$$

则

$$a \frac{d^2 y_1(t)}{dt^2} + b \frac{dy_1(t)}{dt} + cy_1(t) = x_1(t)$$

$$a \frac{d^2 y_2(t)}{dt^2} + b \frac{dy_2(t)}{dt} + cy_2(t) = x_2(t)$$

二式相加得

$$\begin{aligned} a \frac{d^2}{dt^2} [y_1(t) + y_2(t)] + b \frac{d}{dt} [y_1(t) + y_2(t)] + c [y_1(t) + y_2(t)] \\ = x_1(t) + x_2(t) \end{aligned}$$

即

$$x_1(t) + x_2(t) \rightarrow y_1(t) + y_2(t)$$

显然,式(1-6)满足叠加性。由方程的特点可知,如果设激励为 $kx(t)$, k 为常数,则响应自然是 $ky(t)$,式(1-6)也满足齐次性。所以,常系数线性微分方程代表的是线性系统。

微分方程的定解与初始条件有关,如果定解条件不为零,则说明系统在激励作用以前有储能。初始储能实质也是场源,由系统理论可以将其转变为某种等效源。这种源不会随外加激励成比例变化,等效源的变化将意味着起始条件的改变。在分析系统的线性性质时,如果含有这种等效源,必须保证初始条件不变,否则,将导致错误的结论。但必须指出,一个系统是否线性,取决于系统自身,与系统的起始状态无关。

1.3.2 记忆性

系统的输出只取决于该时刻的输入,与系统的过去工作状态(历史)无关,则称之为无记忆系统或即时系统。例如,仅由电阻元件组成的系统即是即时系统。

如果系统的输出不仅取决于该时刻的输入,且与其过去的工作状态有关,该系统称之为记忆系统或动态系统。例如,含电容、电感、磁芯的电路以及含寄存器、累加器等记忆器件的系统都是记忆系统。

1.3.3 因果系统与非因果系统

如果一个系统在任何时刻的输出只取决于现在的输入以及过去的输入,该系统称为因果系统。无记忆系统输出只与现在的输入有关,它们都是因果系统。一切物理可实现的系统,其输出不会出现在输入以前,也都是因果系统。换言之,因果系统是不会预测的系统。

如果一个系统在任何时刻的输出不仅取决于现在和过去的输入,而且还与系统将来的输入有关,该系统称之为非因果系统。非因果系统在实际中也有许多用途,在人口统计学、股票市场、数据处理等分析研究中,运用非因果系统有时是方便的。

1.3.4 时不变系统与时变系统

如果系统的输入在时间上有一个平移,由此而引起的输出也产生同样的时间上的平移,该系统称为时不变系统;否则,称为时变系统。时不变系统可以用下式表示。

$$\begin{array}{ll} \text{若} & x(t) \rightarrow y(t) \\ \text{则} & x(t-t_0) \rightarrow y(t-t_0) \end{array} \quad (1-7)$$

时不变性说明系统的特性不随时间而改变,即是说今天用这个电路做某个实验得出的结果,明天用同样的过程做同一个实验将得出同样的结果。严格说来,实际系统不可能不随时间变化而变化,但是当系统的参数随时间变化很慢时,即可近似当作时不变系统。

1.3.5 稳定系统与非稳定系统

输入有界,则输出必有界的系统称为稳定系统;否则,称为非稳定系统。稳定性是系统一个十分重要的性质,它说明只要输入不是无限增长的,则输出不会发散。