

980572

运筹学

牛映武 主编

龚益鸣 陶德滋 副主编

西安交通大学出版社

运 筹 学

主 编 牛映武

副主编 龚益鸣 陶德滋

西安交通大学出版社

内 容 简 介

本书内容包括线性规划、目标规划、整数规划、图与网络分析、动态规划、存储论、排队论、决策论(含多目标决策和层次分析法)、对策论和模拟论。着重介绍了运筹学主要分支的基本原理和方法。本书注重实用性,注重结合经济管理类各专业实际,具有一定的深广度。每章末有小结,并展示了各分支的发展趋势。每章后配备一定数量的习题(附答案),便于自学。

本书可作为高等学校管理工程类各专业和其它专业的教材或参考书,亦可供广大工程技术人员、管理人员自学参考。

(陕)新登字 007 号

运 筹 学

主 编 牛映武

副主编 龚益鸣 陶德滋

责任编辑 刘 影

*

西安交通大学出版社出版发行

(西安市咸宁西路 28 号 邮政编码:710049)

陕西省轻工业厅印刷厂印装

开本 787×1092 1/16 印张 29.25 字数:730 千字

1994 年 8 月第 1 版 1995 年 6 月第 2 次印刷

印数:5001—10000

ISBN7-5605-0656-9/O·106 定价:16.50 元

序

运筹学是近 40 年来发展起来的一门新兴学科。它是实现管理现代化和进行科学决策的有力工具。

运筹学的应用非常广泛,它不仅在经济管理中有着重要的应用,而且在科学技术和工程中都有很多应用,因此,这门学科的确是很重要的,应用运筹学方法去处理问题,其特点是首先通过对实际问题的分析,建立模型(数学模型或模拟模型),然后对模型求解,从而得到全局上最合理的解答,提供决策者参考。

本书较已出版的同类书有几个明显的特点。一是注重理论联系实际,注重实用性,克服了运筹数学的某些片面性。书中给出的算法很实用,计算框图和计算步骤清晰简明。二是覆盖面广,除非线性规划部分未写进书中外,其它各主要分支的内容均已包括进去,而且还介绍了一些有应用价值的新方法。三是在内容结构和篇幅上比较紧凑,基本理论和基本概念的阐述准确,尽量避免了冗长的定理证明。例题和习题的选配得当,启发性较好。

相信这本书出版后,一定会在经济管理和其它专业的教学科研工作中发挥出它应有的作用。

游兆永

1993 年 2 月

前 言

运筹学是近 40 年来发展起来的一门新兴学科。它用定量分析方法为管理决策提供科学依据,因此,它是实现管理现代化必不可少的工具。在社会主义市场经济体制下,如何有效地研究市场,进行科学决策与民主决策尤为重要,在这方面运筹学将起着重要的作用。此外,在工程技术设计、军事科学等各个方面,也将发挥其积极作用。总之,我国的四个现代化离不开运筹学,同时运筹学在我国的发展,亦以四个现代化为依托和背景。

本书最初是在总结各院校多年来教学改革经验的基础上,作为纺织高等院校的统编教材,由原纺织部教育司组织有关院校教师集体编写的。印成讲义后,经各院校普遍使用多次,反复征求使用者意见,进行认真修改定稿的。出版前作者又根据形势的变化,除少数参编者有局部调整外,还对部分内容进行了改编。书中只保留了少量结合纺织行业的例子,但这些丝毫不影响运筹学方法的广泛应用。

本书在编写中,注重实用性,注重理论联系实际。一方面加强了对经济意义和实际背景的描述;另一方面注意对学生实际能力的培养,我们选配了足够数量的、启发性较好的例题和习题,以开拓思路。在选材上,系统性强,覆盖面广。除省略了非线性规划部分外,运筹学其它主要分支的内容均已包括在内;还对实际应用中具有价值的新理论和新方法作了应有的介绍,如多目标决策、层次分析法及模拟技术等,可以适应不同行业、不同教学层次的需要。因此,本书适应性强。在某些章节也包含了作者在科研、教学工作中的研究成果和心得体会。

参加本书编写的同志有:牛映武(绪论、第七、十章以及第四章的部分内容),龚益鸣(第五、十二章),陶德滋(第一章),张立昂、单洪中(第六、十一章),顾闰观(第四章),关嘉峪(第二章),郭大宁、周力(第八章),张成现(第九章),李湘露(第三章),方海(第一章的部分内容)。由牛映武担任主编,龚益鸣、陶德滋担任副主编。

本书由天津市运筹学会名誉理事长、天津大学管理学院李维铮教授担任主审,中国纺织大学管理学院宋福根副教授参加了审稿。审稿人极其认真地审阅了书稿,并提出许多宝贵的改进意见。陕西省工业与应用数学学会理事长、计算数学与应用数学研究所所长、西安交通大学游兆永教授十分关心本书的出版,还专门为本书撰写了序言。朱骥同志阅读了全部书稿,并在文字上提出了改进意见。原纺织部教育司和纺织管理工程专业教育委员会也曾为本书的出版给予了支持。在此,谨向以上同志表示诚挚的感谢。

由于编者水平有限,错误缺点在所难免,恳请读者批评指正。

编者 1994 年元月

目 录

序	(I)
前言	(I)
绪论	(1)
§ 1 运筹学的产生和发展	(1)
§ 2 运筹学的研究对象与特征	(2)
§ 3 运筹学的模型及其应用	(3)
§ 4 运筹学的未来展望	(3)
第一章 线性规划与单纯形法	(5)
§ 1 线性规划问题的数学模型	(5)
§ 2 线性规划问题的标准型	(8)
§ 3 线性规划问题的解	(10)
3.1 解的几何意义	(10)
3.2 解的基本概念	(12)
3.3 解的性质	(13)
§ 4 单纯形法	(15)
4.1 单纯形法的基本思路	(15)
4.2 确定初始基本可行解	(17)
4.3 最优性检验及解的判别准则	(18)
4.4 换基迭代	(19)
4.5 单纯形法的计算步骤	(22)
§ 5 初始可行基的求法	(27)
5.1 大 M 法	(27)
5.2 两阶段法	(30)
§ 6 应用举例	(35)
§ 7 本章小结	(40)
习题一	(41)
第二章 线性规划问题的进一步研究	(47)
§ 1 对偶问题	(47)
1.1 一个经济管理问题的例子	(47)
1.2 对偶问题的定义	(48)
1.3 对偶问题的性质	(50)

§ 2 对偶理论	(52)
§ 3 对偶问题的经济意义	(57)
§ 4 对偶单纯形法	(58)
4.1 对偶单纯形法的基本思想	(58)
4.2 对偶单纯形法	(58)
§ 5 灵敏度分析	(63)
5.1 目标函数中价值系数 c_j 的变化分析	(64)
5.2 约束条件中资源数量 b_i 的变化分析	(66)
5.3 技术系数 a_{ij} 的变化分析	(68)
§ 6 本章小结	(70)
习题二	(71)
第三章 运输问题	(74)
§ 1 运输问题的数学模型	(74)
§ 2 表上作业法	(79)
§ 3 产销不平衡的运输问题	(88)
§ 4 本章小结	(94)
习题三	(94)
第四章 目标规划	(98)
§ 1 多目标线性规划问题	(98)
1.1 目标偏差变量的引入	(98)
1.2 多目标线性规划演变为目标规划	(99)
§ 2 目标规划模型及其求解方法	(100)
2.1 加权法	(101)
2.2 优先级法	(101)
2.3 目标规划的图解法	(103)
2.4 目标规划的基本概念	(106)
2.5 目标规划的序贯式算法	(107)
2.6 目标规划的多阶段算法	(108)
§ 3 目标规划的灵敏度分析	(112)
3.1 对偶目标规划	(112)
3.2 目标规划的对偶单纯形法	(112)
3.3 目标规划的灵敏度分析	(113)
§ 4 应用举例	(117)
§ 5 本章小结	(121)
习题四	(122)
第五章 整数规划	(124)

§ 1 整数规划问题	(124)
1.1 整数规划问题的一般形式	(124)
1.2 整数规划的例子	(125)
1.3 解的特点	(128)
§ 2 全整数规划的割平面法	(129)
§ 3 分枝定界法	(134)
§ 4 0-1 型整数规划	(139)
4.1 0-1 变量及其应用	(139)
4.2 0-1 型整数规划的解法	(144)
§ 5 指派问题	(146)
5.1 指派问题及其标准形式	(146)
5.2 匈牙利解法	(148)
5.3 一般的指派问题	(150)
§ 6 本章小结	(152)
习题五	(153)
第六章 图与网络分析	(158)
§ 1 图的基本概念	(158)
1.1 图	(158)
1.2 有向图	(160)
1.3 树	(161)
§ 2 最小生成树	(161)
§ 3 最短路问题	(164)
3.1 Dijkstra 算法	(165)
3.2 Ford 算法	(166)
§ 4 最大流问题	(170)
4.1 网络和可行流	(170)
4.2 增广链	(171)
4.3 最大流和最小截集	(172)
4.4 最大流算法	(173)
§ 5 最小费用最大流问题	(175)
§ 6 应用举例	(178)
§ 7 本章小结	(186)
习题六	(186)
第七章 动态规划	(193)
§ 1 多阶段决策问题	(193)
§ 2 动态规划的基本概念和最优化原理	(197)
2.1 动态规划的基本概念	(197)

2.2 最优性原理	(198)
§ 3 动态规划模型及求解方法	(199)
3.1 动态规划的数学模型	(199)
3.2 动态规划的求解方法	(200)
§ 4 动态规划的应用	(209)
4.1 生产计划问题	(209)
4.2 可靠性问题	(217)
4.3 二维分配问题	(222)
4.4 设备更新问题	(229)
§ 5 本章小结	(232)
习题七	(233)
第八章 存储论	(239)
§ 1 存储问题的提出	(239)
§ 2 存储论的基本概念	(240)
§ 3 确定型存储模型	(243)
3.1 模型一:瞬时进货,不许缺货	(243)
3.2 模型二:逐渐补充库存,不允许缺货	(245)
3.3 模型三:应立即补足库存,允许缺货	(247)
3.4 模型四:逐渐补足库存,允许缺货	(248)
3.5 模型五:价格与订货批量有关的存储模型	(250)
3.6 模型六:多阶段订货问题	(252)
§ 4 随机型存储模型	(254)
4.1 模型七:一次性进货模型(报童问题)	(254)
4.2 模型八:需求量是随机离散的(s, S)型存储策略模型	(256)
4.3 模型九:存储水平通过定期盘点才能得知的情況	(258)
§ 5 本章小结	(259)
习题八	(260)
第九章 排队论	(262)
§ 1 排队论的基本概念及研究的问题	(262)
1.1 基本概念	(262)
1.2 排队系统的组成	(262)
1.3 排队系统的符号表示	(264)
1.4 排队论研究的问题	(264)
§ 2 排队论中常见的几种概率分布	(265)
2.1 泊松分布	(265)
2.2 负指数分布	(267)
2.3 受尔朗(Erlang)分布	(267)

§ 3 单服务台排队系统	(267)
3.1 $[M/M/1]; [\infty/\infty/FCFS]$ 排队模型	(267)
3.2 $[M/M/1]; [N/\infty/FCFS]$ 排队模型	(274)
3.3 $[M/M/1]; [N/N/FCFS]$ 排队模型	(278)
§ 4 多服务台的排队模型 $[M/M/C]; [\infty/\infty/G]$	(281)
4.1 稳态概率的计算	(281)
4.2 系统的运行指标	(282)
4.3 单队多服务台和多个单队单服务台系统的比较	(284)
§ 5 排队系统的费用优化模型	(285)
5.1 $[M/M/1]; [\infty/\infty/FCFS]$ 模型最优的 μ 值	(286)
5.2 $[M/M/1]; [N/\infty/FCFS]$ 模型最优的 μ 值	(287)
5.3 $[M/M/1]; [N/N/FCFS]$ 模型最优的 μ 值	(287)
5.4 $[M/M/C]; [\infty/\infty/G]$ 模型中最优 C 值的确定	(288)
§ 6 本章小结	(289)
习题九	(290)

第十章 决策论

§ 1 决策的问题和类型	(292)
1.1 决策问题的提出	(292)
1.2 决策问题的构成	(293)
1.3 决策的分类	(295)
1.4 决策准则	(295)
§ 2 确定型决策	(295)
§ 3 非确定型决策	(296)
3.1 最大最小决策准则	(296)
3.2 最大最大决策准则	(296)
3.3 乐观系数准则	(297)
3.4 最小机会损失准则	(297)
3.5 等可能性准则	(298)
§ 4 风险型决策	(301)
4.1 最大可能性法	(302)
4.2 最大收益期望准则(EMV 准则)	(302)
4.3 决策树法	(306)
4.4 情报的价值与贝叶斯决策	(309)
4.5 马尔可夫决策	(313)
§ 5 效用理论	(321)
5.1 效用的概念	(321)
5.2 效用曲线	(322)
5.3 效用曲线的应用	(324)

§ 6* 多目标决策	(325)
6.1 多目标最优化问题的基本概念	(325)
6.2 层次分析法及其应用	(327)
§ 7 本章小结	(339)
习题十	(339)
第十一章 对策论	(342)
§ 1 对策论概述	(342)
§ 2 矩阵对策的基本定理	(347)
2.1 最优纯策略和鞍点	(347)
2.2 混合策略与混合扩充	(352)
2.3 矩阵对策基本定理	(353)
§ 3 矩阵对策的解法	(356)
3.1 等式试算法	(356)
3.2 $2 \times n$ 和 $m \times 2$ 矩阵对策的解法	(358)
3.3 优超	(363)
3.4 线性规划解法	(364)
§ 4 本章小结	(368)
习题十一	(369)
第十二章 模拟论	(372)
§ 1 模拟概述	(372)
1.1 模拟是一种实验技术	(372)
1.2 模拟具有广泛应用	(372)
1.3 模拟的分类	(373)
§ 2 系统模拟的一般方法	(374)
2.1 几个例子	(374)
2.2 系统模拟的一般步骤	(383)
2.3 蒙特卡洛法	(384)
§ 3 均匀随机数发生器	(385)
3.1 随机数的产生	(385)
3.2 均匀分布及伪随机数	(386)
3.3 乘同余法和混合同余法	(386)
3.4 准随机数	(388)
§ 4 $[0,1]$ 上均匀随机数发生器的检验	(388)
4.1 两类常用统计量	(389)
4.2 参数检验	(390)
4.3 均匀性检验	(392)
4.4 独立性检验	(394)

§ 5 一般随机变量的抽样	(397)
5.1 直接抽样法	(397)
5.2 变换抽样法	(401)
5.3 舍选抽样法	(401)
5.4 近似抽样法	(403)
§ 6 加速收敛的方法	(405)
6.1 加速收敛原理	(405)
6.2 方差缩减技术的应用例子	(406)
§ 7 统计模拟应用举例	(409)
§ 8 计算机模拟语言	(423)
8.1 模拟语言概况	(423)
8.2 GPSS 语言介绍	(424)
§ 9 本章小结	(429)
习题十二	(430)
附录	(436)
表一 正态分布表	(436)
表二 χ^2 分布的上侧分位数(χ^2_α)表	(438)
表三 柯尔莫哥洛夫检验的临界值($D_{\alpha n}$)表	(439)
表四 随机数表	(440)
主要参考文献	(442)
各章习题答案	(443)

绪 论

§ 1 运筹学的产生和发展

自人类社会诞生以来,人们都一直在经历着运用和筹划的决策过程。而运筹学的一些朴素思想可以追溯到很早以前。历史上曾记载着很多巧妙的运筹事例。例如,广为人知的、我国战国时期齐王和大臣田忌赛马的故事;在谋士孙臆的策划下,田忌竟以逊色于齐王马匹的劣势取得比赛的胜利,赢得千金。又如,北宋真宗年间,皇城失火,皇宫被毁,朝廷决定重建皇宫,当时亟待解决“取土”、“外地材料的储运”和“处理瓦砾”等三项任务,在修建皇宫负责人丁渭的精心策划下,巧妙地解决了上述三项任务。三国时期的运筹大师诸葛亮,更是众所周知的风云人物。在国外人们常推崇阿基米德为运筹学的先驱人物,因为他筹划有方,在保卫叙拉古、抵抗罗马帝国的侵略中做出了突出贡献。

但是,运筹学作为一个科学名词出现,并形成一门独立的、具有特色的学科,则是本世纪 30 年代末以后。由于二次世界大战期间军事上的需要及战后经济的发展,它才逐渐产生和发展起来。当时英美等国为了对付德国的侵略,发明制造了包括雷达在内的一些新式武器,这些武器虽然在技术上是可行的,但是如何有效地使用它们,成了当务之急。因此,“运用研究”(Operational Research)就成为亟待解决的新课题。于是,英国首先在空军部门成立了防空运筹小组,其成员中包括数学家、物理学家、天文学家、生理学家和军事专家多人,任务是探讨如何抵御敌人的空袭和潜艇。以后在美国等国军队中也成立了一些专门小组,开展了护航舰队保护商船等与战争有关的许多战术性问题的研究。这些运筹小组大量出色的工作,不仅为盟国在军事上重挫纳粹德国做出了重大贡献,也为运筹学的发展积累了丰富的材料。二次世界大战后,一些运筹专家把研究的重点转向了民用问题,转向了国民经济的恢复和发展,即开始着手研究战略性问题(包括军事战略问题),其中以美国的兰德公司(RAND)最为著名。从 40 年代后半期开始,一些科学家致力于研究运筹学的基础理论,寻找各种分析解决经济管理问题的新方法,从而使得运筹学有了飞快的发展,产生了许多新的分支。如数学规划(线性规划、非线性规划、整数规划、目标规划、动态规划、随机规划等)、图论与网络、排队论(随机服务系统理论)、存储论、对策论、决策论、模拟论、维修更新理论、可靠性和质量管理等。运筹学的早期工作可以追溯到 1914 年,兰彻斯特(Lanchester)提出战斗方程(事实上,1939 年苏联著名数学家康托洛维奇 Л. В. Канторович 在解决工业生产组织和计划问题时,已经提出了线性规划的模型,但当时并未受到重视)。排队论的先驱者丹麦工程师爱尔朗(Erlang)于 1917 年在研究哥本哈根电话通讯系统时,提出了排队论的一些著名公式。存储论的最佳批量公式是本世纪 20 年代初提出的。线性规划及其单纯形法则是由美国数学家旦泽(G. B. Dantzig)于 1947 年发表的成果。冯·诺伊曼(Von Neumann)和摩根斯坦(O. Morgenstern)合著的《对策论与经济行为》(1944 年)成为对策论的奠基作,并已隐约地指出了对策论与线性规划对偶理论的紧密联系。总之,从以上运筹学的发展简史可见,运筹学的

发展过程可分为三个阶段:第一阶段是在 1946 年以前,运筹学主要用于军事;第二阶段是 1947 年至 60 年代上半期,运筹学主要用于工厂企业管理,并在理论上趋于成熟;第三阶段是从 60 年代下半期开始,其主要特征是,研究的系统由小到大,并逐渐和系统分析相结合、和未来学相结合、和社会科学相结合。

在我国,运筹学的研究与应用虽然起步较晚,50 年代中期才由钱学森、许国志等同志由西方引入我国,之后运筹学的发展还是相当迅速的。1957 年正式定名为运筹学。我国后汉书上有记载:“运筹于帷幄之中,决胜于千里之外”,我国取名“运筹学”渊源于此。我国运筹学的应用是在 1957 年始于建筑业和纺织业。在理论联系实际的思想指导下,1958 年在交通运输、工农业生产等方面都得到应用,产生了独具风格的“图上作业法”。在纺织行业用排队论方法解决细纱车间的劳动组织,最优折布长度等问题。在解决邮递员合理投递路线时,管梅谷同志在 1962 年首先提出了这一问题的解法,被国外称为“中国邮路问题”。1970 年前后在著名数学家华罗庚教授的直接指导下,在全国范围内推广统筹方法和优选法,并取得了卓著的成效。同时也使运筹学的研究队伍迅速壮大,并使我国在运筹学的研究领域内取得了很大成绩,在很多分支领域内跟上了当时的国际水平。

从国际上建立运筹学学术组织的情况看,最早建立运筹学会的国家是英国(1948 年),其次是美国(1952 年)、法国(1956 年)、日本和印度(1957 年)等。1959 年,英、美、法三国发起成立了国际运筹学联合会(IFORS),以后各国运筹学会纷纷加入该组织。我国是 1982 年正式加入该会的,以后又加入了成立于 1985 年的亚太运筹学协会(APORS)。多年来国际运筹学学术活动非常活跃,并出版学术刊物,促进着运筹学的不断发展。

§ 2 运筹学的研究对象与特征

什么是运筹学?至今尚没有一个统一而且确切的定义。权威人士丘尔奇曼(C. W. Churchman)认为,运筹学是“把科学的方法、技术和工具应用到一个系统的各种管理问题上,为掌管系统的人们提供最佳的解决问题的办法”。莫斯(P. M. Morse)和金博尔(G. E. Kimball)曾给运筹学下的定义是:“为决策机构在对其控制下业务活动进行决策时,提供以数量化为基础的科学方法”。上述两种定义都强调了科学方法的重要性。也有人认为:“运筹学是一门应用科学,它广泛运用现有的科学技术知识和数学方法,解决实际中提出的专门问题,为决策者选择最优决策提供定量依据。”这一定义表明运筹学具有多学科交叉的特点。不管怎样定义运筹学更为确切,但可以肯定地说,运筹学是一门跨学科的应用科学。

那么,运筹学的研究对象与特点又是什么呢?可以认为,运筹学研究对象是经济、军事及科学技术等活动中(事实上,它们之间往往是密切相关的)能用数量关系来描述的有关运用、筹划与管理等方面的问题。当然我们这里是着重以经济活动方面(主要是生产经营活动)的问题以及解决这些问题的原理和方法作为研究对象的。而运筹学研究问题的特点表现为:(1)透过各种错综复杂的数量关系,抓住主要矛盾,通过对问题的深入分析,建立合适的模型(数学模型或模拟模型),运用各种方法求得问题的最优解(或较优解,或满意解),从而得到合理的工作方案。(2)为了应用运筹学有效地解决问题,必须强调多学科、多部门和多人员的密切合作,强调互相渗透、独立工作(即尊重科学,尊重客观规律)的原则。

§ 3 运筹学的模型及其应用

运筹学在解决大量实际问题过程中已经形成了自己的工作程序,它包括:

- (1) 提出和形成问题。即通过对实际问题的调查研究,弄清问题的目标,可能的约束,问题的可控变量(决策变量属于可控变量)以及有关参数,搜集有关资料。
- (2) 建立模型。即把问题中的可控变量、参数和目标与约束之间的关系用一定的模型表示出来。
- (3) 求解模型。用各种手段对模型求解,包括对复杂模型用计算机进行求解(精度要求可由决策者提出)。
- (4) 检验模型并评价模型的解。包括检查求解步骤和程序有无错误;检查解是否反映现实问题。如果是由于模型本身不合理,则需要考虑重新建模的问题。
- (5) 应用模型的解。对实际部门讲清解的用法,在实际中实施应用,并在实施中发现为题,进行修改。

运筹学模型是研究者对客观现实经过抽象后用文字、图表、符号、关系式以及实体模样描述所认识到的客观对象。从现有的情况看,模型有三种基本形式:(1)形象模型;(2)模拟模型;(3)符号或数学模型。目前用得最多的是符号或数学模型,运筹学中已有不少这类模型,如线性规划模型、网络模型、投入产出模型、排队模型、存储模型、决策和对策模型等。除投入产出模型外,其它我们将在本书有关章节介绍。模拟模型是通过各种实验设计,搜集资料,并对资料进行统计推理的一套方法。它用计算机语言、图象显示、或专门的模拟语言来实现“仿真”,适用于那些不能用数学模型和数学方法求解的复杂问题。目前模拟模型使用得也越来越多,我们将在本书的第十二章做专门的介绍。总之,构造一个良好的模型是运筹学研究和解决问题的基础,而构造模型是一种创造性劳动,成功的模型可以说是科学与艺术的结晶。

从以上的叙述,读者或许已经领悟到一些运筹学应用的广泛性以及这门学科的重要性。事实上,多年来国内外研究的实践表明,运筹学应用的领域是非常广阔的。比如,在市场销售方面,美国杜邦公司在 50 年代起就非常重视将运筹学用于研究广告工作、产品定价和新产品的引入,通用电气公司还对某些市场进行了模拟研究。又如,将库存理论与计算机的物资管理信息系统相结合是目前研究的新动向,美国的西电公司已经在这方面取得了显著的成效。在我国如前面已经述及的,运输问题,线性规划、统筹方法在生产计划的制定与实施,排队论在矿山、港口、电讯和计算机设计,图论在线路布置和计算机设计等方面,都取得了不少成果。限于篇幅,这里就不再详述了。我们深信,运筹学今后必将在我国的科学技术现代化和管理现代化进程中发挥出巨大的作用。

§ 4 运筹学的未来展望

运筹学发展到本世纪 70 年代已经形成一系列强有力的分支,数学描述已经达到相当完善的程度。比如,线性规划单纯形算法计算复杂性的讨论,曾引起了一时的轰动。一般认为单纯形方法求解线性规划问题是相当有效的,被认为是多项式时间的算法。但是 1972 年美国学者 Klee 与 Minty 发表了一个出乎人们意料之外的例子,说明了单纯形法的时间复杂性

是指数阶的,这激起了人们强烈的兴趣。后来经过青年学者 Borgwardt 等人的工作,说明单纯形法的平均运算次数是多项式级的,这场争论才算结束。然而探讨线性规划多项式时间算法的热潮却展开了,第一个这样的算法(通常称为椭球法)被前苏联青年数学家哈奇扬(Л. Г. Фачиян)于 1979 年提出来,1984 年美国学者 Karmarkar 提出了另一个多项式时间的算法。这两种多项式时间算法理论上价值很大,但实际应用上仍不能代替单纯形法。以上事实说明理论研究达到的灼热程度,虽然这本身并不是坏事,但却使得一些人忘记了运筹学的原有特色,忽略了多学科的交叉联系和解决实际问题的研究。

现在的问题是:运筹学今后究竟应该朝哪个方向发展?美国前运筹学会主席邦特(S. Bonder)认为,运筹学应在三个领域里发展:运筹学应用、运筹科学和运筹数学,并强调发展前二者。因此,可以认为今后运筹学的发展中势必会显示出:(1)运筹学与系统分析的结合,这是由于所研究问题的复杂化、大系统化导致的;(2)一些非数学的方法和理论将引入运筹学,这是因为面临的问题大多是涉及技术、经济、社会、心理等综合因素的研究,这种问题往往是非结构性的复杂问题,应用通常的、精巧的数学方法很难解决问题,比如本书第十章要介绍的层次分析法(AHP)就是属于这种情况;(3)解决问题的过程将变成决策者和分析者共同参与、发挥其创造性的过程。从而“人机对话”的算法,决策支持系统等将为运筹学的发展提供一个良好的机遇。

本书作为非运筹学专业的一本教材,对运筹学的一些主要分支,介绍了它的基本原理和方法,读者应该掌握这些基本知识。

第一章 线性规划与单纯形法

线性规划(linear programming, 简记为 LP)是运筹学中发展较早, 也较为完善的重要分支。它的应用范畴已渗透到工业、农业、商业、交通运输、军事及经济管理等诸多领域。

本章是全书各章的基础。主要内容有线性规划的数学模型; 线性规划的基本概念和基本理论; 单纯形方法。

§ 1 线性规划问题的数学模型

为了解决实际问题, 首先必须将实际问题归结为数学问题, 即建立它的数学模型。什么是线性规划问题的数学模型? 它具有哪些特点? 先看下面的例子。

例 1-1 (生产计划问题) 某厂生产 A, B 两种产品, 分别要在 D_1, D_2, D_3 三种机床上加工, 每单位产品的获利、用工和工时限制, 如表 1-1, 并要求 B 产品的产量不得少于 28 单位。问应如何安排生产计划, 才能获得最大利润?

表 1-1

产品 \ 用工(h) 机床				单位利润(元)
	D_1	D_2	D_3	
A	15	20	12	80
B	13	—	25	75
工时限制(h)	2 400	1 200	2 000	

所谓“如何安排生产计划”, 意指产品 A, B 各生产多少单位。每指定一次两种产品的产量, 就决定了一个生产方案, 而一个生产方案决定一个获利值, 称为目标函数。现在追求的目标是获利最大。

设 x_1, x_2 分别代表 A, B 两种产品的产量, 它们是决策中的关键变量, 这种变量称为决策变量, 它们都是非负的。目标函数

$$z=80x_1+75x_2$$

它是决策变量的函数。 x_1, x_2 受到工时限制的约束, 即

$$15x_1+13x_2\leqslant 2\,400$$

$$20x_1\leqslant 1\,200$$

$$12x_1+25x_2\leqslant 2\,000$$

产品 B 的产量又不得少于 28 单位, 即