



高等学校教学参考书

机械设计基础

下 册

甘肃工业大学《机械设计基础》编写组编

人民教育出版社



高等学校教学参考书

机械设计基础

下 册

甘肃工业大学《机械设计基础》编写组编

人民教育出版社

内 容 提 要

本书共三篇十六章,分上、中、下三册出版。上册(第一篇)讲结构设计,包括机械原理、机械零件和公差的有关基本内容,便于读者尽早进行机械设计实践,以及在学习第二篇和第三篇时有较强的针对性。中册(第二篇)讲校核计算,包括静力学、材料力学以及机械原理和机械零件的有关内容,将力学理论与设计实践联系起来进行阐述。下册(第三篇)讲方案制订,主要是运用运动学和动力学的理论指导设计新的机械。

本书可供工人、技术人员、有关七·二一工人大学和普通工院校学生参考。

本书由甘肃工业大学《机械设计基础》编写组集体编写,先后有二十多位同志参加,由汪朴澄同志主编,张静君同志校阅。

机 械 设 计 基 础

下 册

甘肃工业大学《机械设计基础》编写组编

*

人民教育出版社出版

新华书店北京发行所发行

国营五二三厂印装

*

1978年3月第1版 1978年11月第1次印刷

书号 15012·066 定价 1.40 元

下册目录

第三篇 方案制订

第十四章 机械运动分析和运动设计.....1

第一节 基本概念和基本方法.....1

一、直线移动.....1

二、定轴转动.....3

三、机构运动分析和运动设计的基本方法.....4

四、举例.....4

第二节 动点的曲线运动.....11

一、位置方程.....11

二、速度矢量.....11

三、加速度矢量.....12

四、转动物体上各点的速度与加速度.....15

五、动点的空间曲线运动.....16

六、应用举例.....17

第三节 物体的平面运动.....20

一、物体运动的形式.....20

二、平面运动方程式.....21

三、举例.....22

第四节 相对运动和倒置法.....27

一、车削正多边形的车床辅助装置设计.....27

二、运动的相对性、倒置法.....29

第五节 连杆机构设计.....30

一、基本理论.....30

二、应用举例.....33

第六节 凸轮机构设计.....42

一、引例.....42

二、基本问题及其解决办法.....44

三、应用举例.....54

第七节 瞬心法及其应用.....59

一、瞬心的概念.....59

二、三心定理.....60

三、利用瞬心求解机构速度.....61

四、应用举例.....62

第八节 相对运动法及其应用.....64

一、引例.....64

二、相对运动、牵连运动与合成运动.....65

三、速度合成定理的证明.....67

四、应用举例.....68

第九节 相对转速定理和动轴轮系.....73

一、引例.....73

二、相对转速定理.....75

三、动轴轮系.....76

第十节 应用举例.....84

一、平行四边形机构联轴节方案设计.....84

二、车削椭圆机床方案设计.....88

三、包装机的停顿机构方案设计.....91

第十五章 机械设计中的动力学问题.....95

第一节 基本规律与基本方法.....95

一、动力学基本定律.....95

二、动静法.....100

三、应用举例.....102

第二节 物体运动规律.....108

一、平动规律.....108

二、转动规律.....112

三、平面运动规律.....120

第三节 回转构件的静平衡与动平衡.....126

一、回转构件的静平衡.....126

二、回转构件的动平衡.....130

第四节 机构动态静力分析.....135

一、实际中提出的问题.....135

二、合理简化——质量代换.....136

三、动态静力分析.....138

四、机构在机座上的平衡.....140

五、平衡力和平衡力矩.....142

第五节 动能定理.....143

一、引例.....143

二、功和功率.....143

三、动能.....147

四、动能定理.....148

五、应用举例.....150

第六节 机构运动方程、飞轮设计.....154

一、机构运动方程及其应用.....154

二、飞轮设计.....158

第七节 可能位移原理.....162

一、引例.....162

二、理想约束、可能位移和可能位移原理.....163

三、一般情况下的证明.....164

四、举例.....164

第八节 振动的基本知识.....167

一、从实际中抽象出振动模型	167	一、根切现象和无根切最少齿数	219
二、自由振动、固有频率	168	二、移距变位法和变位齿轮	220
三、受迫振动、共振	176	三、等移距变位齿轮传动	221
四、减振、隔振、消振	182	四、不等移距变位齿轮传动	224
第十六章 齿轮传动和新颖减速器	190	五、变位齿轮的传动类型及应用	229
第一节 圆柱齿轮传动	190	第四节 渐开线齿轮行星传动	230
一、啮合原理	190	一、单排 $2K$ 传动	230
二、直齿、斜齿、人字齿和弧形齿	192	一、渐开线齿轮 $1K$ 传动	236
三、直线齿型、曲线齿型和点啮合齿轮	195	第五节 摆线针轮行星传动	245
四、“67型”(JB 929-67)圆弧齿轮设计	201	一、基本知识	245
第二节 圆锥齿轮和双曲面齿轮传动概述	208	二、尺寸计算	249
一、基础知识	208	第六节 谐波传动	256
二、啮合原理的普遍形式	211	一、基本原理	257
三、圆锥齿轮设计与制造	214	二、传动比	257
四、双曲面齿轮加工的基本原理	215	三、齿形曲线	258
五、准双曲面齿轮	216	四、柔轮与刚轮的尺寸	264
六、螺旋齿轮传动	217	五、强度计算、材料选择和结构型式	264
第三节 渐开线变位齿轮	219	六、设计计算举例	268

第三篇 方案制订

第十四章 机械运动分析和运动设计

第一节 基本概念和基本方法

一、直线移动

物体沿直线移动时,物体上各点的运动完全相同,因此物体的运动可简化为一个动点来研究。例如,滑块沿固定滑道的运动(图14-1),通常把它简化为铰链点 C 的运动。

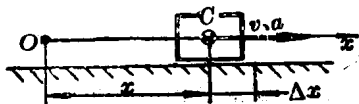


图 14-1 直线移动

1. 动点的位置坐标和运动方程

取动点 C 的直线轨迹为 x 轴,并在其上任意取 O 为原点,动点 C 的位置就可用坐标 x 来表示。 x 称为动点 C 的位置坐标,它是一个代数量,正负号根据具体情况规定。

因为动点 C 是运动的,其位置坐标 x 将随时间 t 变化,并一一对应构成确定的函数关系:

$$x=f(t) \quad (14-1)$$

这个关系称为动点的运动方程(位置方程)。

2. 动点的速度和速度方程

[平均速度] 在日常生活中,若某物体在较短的时间内走较长的路程,我们说它的运动速度较快;反之,用的时间较长,走的路程较短,运动速度就较慢。运动速度有时快,有时慢,人们总结了这许许多多类似的经验,得出了平均速度的概念:

路程对于通过路程所需时间的比值,叫物体的平均速度,即

$$v_{\text{平均}} = \frac{s}{t} \quad \left(\text{速度} = \frac{\text{路程}}{\text{所需的时间}} \right) \quad (14-2)$$

单位是公里/小时(km/h),常用米/秒(m/s)。

但是,这样的速度概念,只有在研究等速运动(速度不变的运动)的情况下才完全适用,对于变速运动则嫌过于粗略。

[瞬时速度] 从动点 C 的整个运动过程看,速度变化可能是很大的,但在时间 t 到 $(t+\Delta t)$ 很短的一段时间间隔 Δt 之内,变化却并不显著,故可近似当作等速运动处理;如算出此时间间隔内动点 C 走过的路程(叫做位移) Δx ,即可求出平均速度:

$$v_{\text{平均}} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

显然, Δt 愈小, Δx 也愈小, $v_{\text{平均}}$ 将愈接近动点 C 在时间 t 时的真实速度 v ,故得:

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt} = f'(t) \quad (14-3)$$

此即是说：作直线运动的动点(O)的速度，等于其位置坐标对时间的一阶导数，亦即微位移 dx 与微时间间隔 dt 的微商。

因为微位移与微时间间隔只是发生在时间 t 的一瞬间，所以又把真实速度叫做瞬时速度。在直线运动中， Δx 与 Δt 都是代数量，瞬时速度也是代数量。

3. 动点的加速度和加速度方程

〔平均加速度〕 经过许多次实验观察，得出自由落体的运动规律如图 14-2 所示，知道自由落体下落距离 x 同所需时间 t 有着下列关系：

$$x = 4.9t^2$$

这个式子就是自由落体的运动方程，它对时间 t 的一次导数，则是自由落体的速度：

$$v = 9.8t$$

现在研究自由落体速度变化的快慢程度，它无疑可用速度变化量 Δv 与所需时间 Δt 的比值表示，为方便起见，叫它平均加速度，并用符号 a 表示，单位是公里/小时² (km/h²) 或米/秒² (m/s²)。用式子表达，即：

$$a_{\text{平均}} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad \left(\text{加速度} = \frac{\text{速度变化量}}{\text{所需的时间}} \right) \quad (14-4)$$

试计算一下：当时间 t 时，自由落体速度 $v_t = 9.8t$ ；时间 $(t + \Delta t)$ 时， $v_{t+\Delta t} = 9.8(t + \Delta t)$ ，故得：

$$\Delta v = 9.8(t + \Delta t) - 9.8t = 9.8\Delta t \text{ m/s}$$

$$a_{\text{平均}} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{9.8\Delta t}{\Delta t} = 9.8 \text{ m/s}^2$$

可见，自由落体速度变化的快慢程度时时相同，即平均加速度时时相等，常数 $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ 就是大家熟知的重力加速度。

类似上述加速度处处相等的那种运动，叫做等加速运动，对此，平均加速度的概念可描述速度变化的全部过程；但对于加速度有变化的运动，却需进一步总结出瞬时加速度的概念才行。

〔瞬时加速度〕 当时间间隔 Δt 小到接近于零时，式(14-4)表示时间 t 时，动点速度在一瞬间的变化快慢程度，叫做瞬时加速度：

$$a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = f''(t) \quad (14-5)$$

于是，动点的加速度等于其速度对时间的一阶导数，或位置坐标对时间的二阶导数。

试用式(14-5)求自由落体的加速度：令式 $v = 9.8t$ 对 t 求导，有：

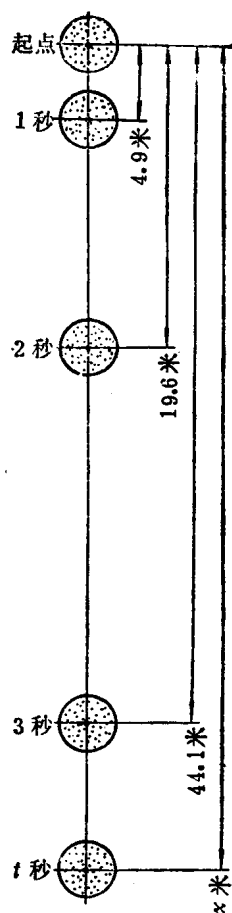


图 14-2 自由落体运动规律

$$\alpha = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}(9.8t) = 9.8 \text{ m/s}^2 = g$$

与前面所得结果无异。

二、定轴转动

物体绕定轴转动时，可简化为一直线的定点转动来研究，机械中的曲柄、齿轮等，都是定轴转动的典型例子。

1. 角位置坐标和转动方程

如图 14-3，绕定轴转动物体的转角位置，可用直线 AB 和坐标轴 x 正向间的夹角 φ 表示； φ 称为转动物体的角(位置)坐标。 φ 是一代数量，其符号随转向而定，通常规定：从 x 正向转到 AB 为逆钟向， φ 为正；顺钟向则为负。图示 φ 应是正值。

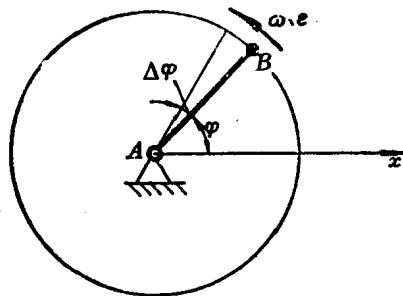


图 14-3 定轴转动

φ 将随物体的转动而变化，并与时间 t 成确定的函数关系：

$$\varphi = \varphi(t) \quad (14-6)$$

此关系式称为物体的转动方程。

2. 角速度和角速度方程

物体转动的快慢程度，可用转角变化量(角位移) $\Delta\varphi$ 与所需时间 Δt 的比值表示：

$$\omega_{\text{平均}} = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} \quad \left(\text{平均角速度} = \frac{\text{转角变化量}}{\text{所需时间}} \right) \quad (14-7)$$

$\omega_{\text{平均}}$ 叫做平均角速度。

当 $\Delta t \rightarrow 0$ 时， $\frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$ 表示一瞬间的平均角速度，即瞬时角速度，用符号 ω 记之：

$$\omega = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{d\varphi}{dt} = \varphi'(t) \quad (14-8)$$

此式称为角速度方程，它表明转动物体的角速度，等于角坐标对时间的一阶导数。

角位移 $\Delta\varphi$ 是代数量，角速度 ω 也是代数量（逆钟向为正，顺钟向为负）。 ω 的单位可由式 (12-7) 推出为弧度/秒 (rad/s)，书写时常把弧度略去，简记为 1/s 或 s^{-1} 。

转速 n (转/分; r.p.m.) 与角速度 ω 有下列关系：

$$\omega = \frac{2\pi}{60} n \approx 0.1n \quad (14-9)$$

3. 角加速度和角加速度方程

转动构件角速度变化的快慢程度，用角速度变化量 $\Delta\omega$ 与所需时间 Δt 的比值表示，叫做平均角加速度：

$$\varepsilon_{\text{平均}} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} \quad \left(\text{角加速度} = \frac{\text{角速度变化量}}{\text{所需时间}} \right) \quad (14-10)$$

当 Δt 趋于零时, $\varepsilon_{\text{平均}}$ 趋于一瞬间的平均角加速度, 即瞬时角加速度 ε 。

$$\varepsilon = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \omega}{\Delta t} = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2} = \psi''(t) \quad (14-11)$$

此式称为角加速度方程, 它表明转动构体的角加速度, 等于角速度对时间的一阶导数, 或角坐标对时间的二阶导数。

角加速度 ε 也是代数量, 符号规则与 φ 、 ω 同。单位为 rad/s^2 , 简记为 $1/\text{s}^2$ 或 s^{-2} 。

三、机构运动分析和运动设计的基本方法

所谓机构运动分析, 就是由已知的原动件的运动, 求出未知的从动件的运动; 关键在于列出机构运动方程。在一般机构中, 原动件位置坐标 φ 和从动件位置坐标 x 之间, 构成一定的函数关系:

$$x = F(\varphi) \quad (14-12)$$

这叫机构位置方程。微分一次和二次分别获得机构速度方程与加速度方程:

$$v = F'(\varphi)\omega \quad (14-13)$$

$$a = F'(\varphi)\varepsilon + F''(\varphi)\omega^2 \quad (14-14)$$

以上三个方程统称为机构运动方程; 因为 φ 、 ω 、 ε 分别是原动件的位置坐标、角速度和角加速度, 是已知的, 故列出这三个方程, 就可算出从动件的位置坐标 x 、速度 v 和加速度 a 。这是机构运动分析的基本方法。

机构类型确定后, 其运动方程还要取决于有关尺寸, 故代入由设计要求规定的尺寸(位置、速度或加速度), 即可获得确定机构尺寸的方程式, 从而解出满足预定要求的机构。这是机构运动设计的基本方法。

四、举例

1. 杠杆式漏模机构设计

杠杆式漏模机构的工作原理如图 12-4 所示: a 图为造型位置; 脚踏杠杆转过 α 角到达 b 图位置, 模板即往下移动距离 S 与砂型分离。简易造型机配备这种起模机构, 既快又好。设计过程如下:

(1) 确定设计要求 起模工作有两个要求: (i) 砂型容易碰坏, 故动作要慢; (ii) 从提高生产率考虑, 动作又应快。这两个要求看来矛盾, 造型工人却在实践中处理得很好: 开始起模时, 动作缓慢; 待模板与砂型稍有分离, 动作才逐渐加快; 最后迅速拿走模板。总起来说: 先慢后快。

采用曲柄滑块机构 (图 14-4c 图), 可满足先慢后快的要求: 当滑块处于上死点位置时 (a 图), 无论脚踏曲柄旋转多快, 它几乎静止不动; 随着滑块逐渐远离上死点位置, 其下降速度才愈来愈快, 因此可满足先慢后快的要求。

选定了机构类型, 还要确定尺寸(曲柄长 r 、连杆长 l 以及转角 α), 也必须从先慢后快这个要求考虑, 但应剖析得更为细致:

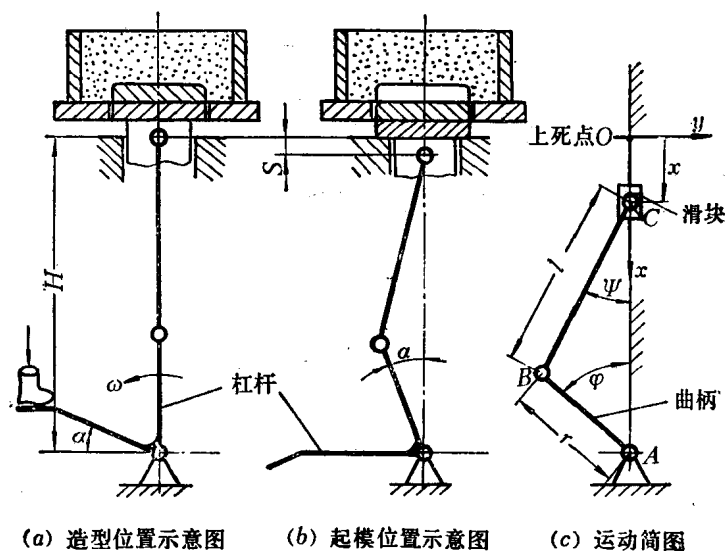


图 14-4 杠杆式漏模机构设计

(i) 在 a 图所示造型位置(即开始漏模位置), 无论曲柄如何转动, 与模板相联接的滑块速度必须为零。

(ii) 随着滑块下降, 其速度才逐渐增加。但为了更好地满足先慢的要求, 速度的增加也以先慢后快为宜, 这就要求起始加速度尽可能小一些。

(iii) 从省力考虑, 转角 α 不宜过大, 以 $30^\circ \sim 45^\circ$ 比较合适。

(iv) 工作台面过低过高都不好, 图示尺寸 H 以 1 米左右为宜。

(2) 机构运动分析

[机构位置方程] 如图 14-4c, 由投影关系有:

$$x = H - (r \cos \varphi + l \cos \psi)$$

更换 $H = r + l$ 后变为:

$$x = r(1 - \cos \varphi) + l(1 - \cos \psi) \quad (14-15_1)$$

又由 $r \sin \varphi = l \sin \psi$, 有

$$\sin \psi = \frac{r}{l} \sin \varphi \quad (14-15_2)$$

若给定 φ , 由式 (14-15₂) 算出 ψ , 就可由 (14-15₁) 算出 x 值。故两式联立, 即是曲柄滑块机构的位置方程。

式 (14-15₁) 中有一个中间参数(连杆转角) ψ , 应用不够方便, 应设法简化并把 ψ 消掉。为此, 引进连杆系数

$$\lambda = \frac{r}{l} \quad (14-16)$$

由式 (14-15₂) 化出:

$$\cos \psi = \sqrt{1 - \sin^2 \psi} = \sqrt{1 - \lambda^2 \sin^2 \varphi}$$

再由高等数学中的二项式定理把它展开如下:

$$\begin{aligned}\cos\psi &= \sqrt{1-\lambda^2\sin^2\varphi} \\ &= 1 - \frac{1}{2}\lambda^2\sin^2\varphi + \frac{1}{8}\lambda^4\sin^4\varphi - \dots\end{aligned}$$

因 $\lambda = \frac{r}{l} \leq \frac{1}{3} \sim \frac{1}{6}$, 式中第三项以后各项的数值很小, 略去, 得:

$$\cos\psi = 1 - \frac{1}{2}\lambda^2\sin^2\varphi \quad (14-17)$$

代入式(14-15₁), 即得曲柄滑块机构运动方程的简化形式:

$$x = r\left(1 - \cos\varphi + \frac{\lambda}{2}\sin^2\varphi\right) \quad (14-18)$$

[速度与加速度方程] 将式(14-18)对时间 t 求一次导数, 并注意 $\frac{dx}{dt} = v$ (滑块速度)、

$\frac{d\varphi}{dt} = \omega$ (曲柄角速度), 即得曲柄滑块机构的速度方程:

$$v = r\omega\left(\sin\varphi + \frac{\lambda}{2}\sin 2\varphi\right) \quad (14-19)$$

再求一次导数, 并注意 $\frac{dv}{dt} = a$ (滑块加速度)、 $\frac{d\omega}{dt} = \varepsilon$ (曲柄角加速度), 又得曲柄滑块机构的加速度方程:

$$a = r\varepsilon\left(\sin\varphi + \frac{\lambda}{2}\sin 2\varphi\right) + r\omega^2(\cos\varphi + \lambda\cos 2\varphi) \quad (14-20)$$

(3) 计算机构尺寸

[必须取 $\varphi = 0$ (上死点) 为造型位置] 由设计要求(i), 在造型位置上, 应有速度 $v = 0$, 代入式(14-19), 得 φ 的一元方程:

$$0 = r\omega\left(\sin\varphi + \frac{\lambda}{2}\sin 2\varphi\right)$$

从而解出:

$$\varphi = 0$$

此即是说, 必须取上死点 $\varphi = 0$ 为造型位置。这样, 无论脚踏杠杆转动多猛, 总可保证漏模起始速度为零。

[λ 值适当取小] 将 $\varphi = 0$ 代入式(14-20), 得漏模起始位置时的模板下降加速度为:

$$a = r\omega^2(1 + \lambda)$$

它表示 a 值将随 λ 的减小而下降; 又根据要求(ii), 漏模起始加速度小一些好, 因此 λ 宜取得小一些。但也不是愈小愈好, λ 过小, 会导致机体尺寸庞大, 降低 a 值的作用却并不显著。试看:

$$\lambda = \frac{1}{3}, \quad a = 1.33r\omega^2$$

$$\lambda = \frac{1}{4}, \quad a = 1.25r\omega^2$$

$$\lambda = \frac{1}{5}, \quad a = 1.2r\omega^2$$

故取 $\lambda = \frac{1}{3}$ 比较适宜。

〔根据位置要求定出机构尺寸〕 由要求(iii), 脚踏曲柄转过 $\alpha = 30^\circ$ 时, 模板必须下降距离 S (其值稍大于模型高度), 把 $\varphi = \alpha = 30^\circ$ 和 $x = S$ 代入式(14-18), 得确定 r 的方程:

$$S = r \left(1 - \cos 30^\circ + \frac{\lambda}{2} \sin^2 30^\circ \right) = 0.176r$$

从而解出:

$$r = \frac{S}{0.176} \approx 5.7S; \quad l = \frac{r}{\lambda} = 3r = 17.1S$$

若 $S = 40\text{mm}$, 则:

$$r = 228\text{mm}, \quad l = 684\text{mm}$$

〔根据其他要求检查尺寸是否合宜〕 这里仅需核对要求(iv)中的造型机台面高度 H :

$$H = r + l = 900\text{mm}$$

H 比 1 米略小, 高度因此合适。

(4) 讨论 若算出 H 不符要求, 应变换 λ , 重算机构尺寸。

在此类设计实例中, 为避免计算返工, 也可预先定出台面高度 H , 解出 λ 与 r 来, 例如令 $H = 800\text{mm}$, 将有

$$\begin{cases} H = r + l = 800 \\ S = 40 = 0.176r \end{cases}$$

又

联立以上两式即得:

$$r = 228\text{mm}, \quad l = 572\text{mm}$$

验算结果 $\lambda = \frac{r}{l} \approx 0.4$, $a = 1.4r\omega^2$, 可以允许。

2. 牛头刨尺寸设计

牛头刨床多数采用图 14-5 所示导杆机构, 把电动机的旋转运动转变为牛头刨刀的切削运动。为什么不用比较简单的曲柄滑块机构? 其尺寸又是如何确定的?

(1) 设计要求 由实践可知, 刨刀的切削速度愈均匀, 刨出平面的光洁度愈高, 故刨刀速度最好恒定不变。在采用机械传动的刨床中, 这个要求难以达到。看图 14-5, 当电动机的运动经降速后驱动曲柄回转, 以等角速度 ω 从位置①转到位置②时, 通过导杆带动牛头刨刀沿导路由点 1 右行到点 2, 走过整个冲程 H , 此时速度较慢, 为工作(切削)行程; 当曲柄继续由位置②顺时针转回到位置①时, 牛头刨刀以较快速度由位置 2 左行返回位置 1, 也是走过整个冲程 H , 叫做回程。因位置 1、2 是行程终点, 牛头刨刀要在那里改换运动方向, 速度必然为零, 故整个速度变化情形将如图中虚线所示, 呈一封闭曲线, 不可能恒定不变。

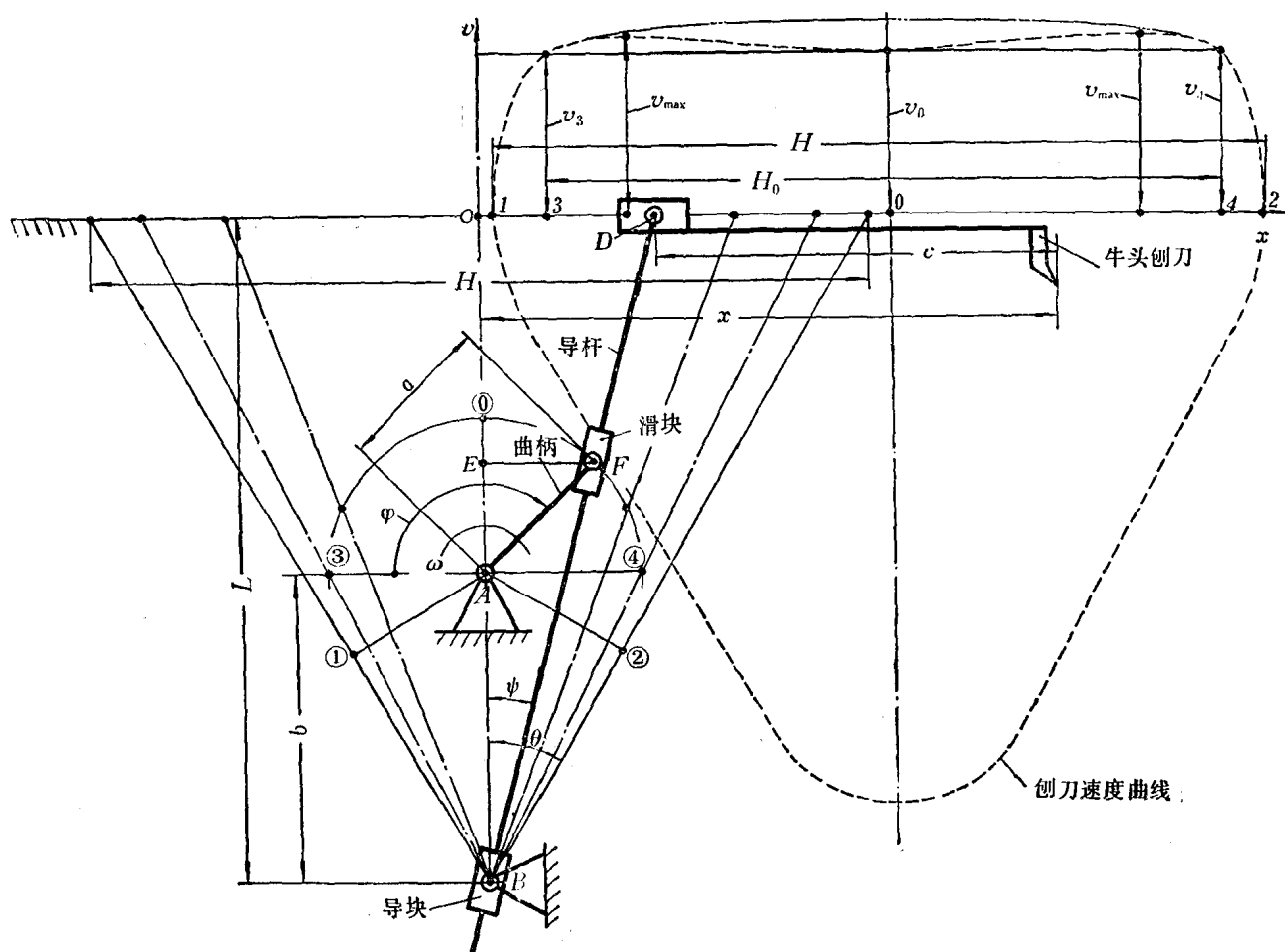


图 14-5 牛头刨尺寸设计

实际上,需刨削的零件长短不一,不可能也不必要全部用牛头刨床来加工。假设刨床加工平面的最大长度为 H_0 (H_0 略小于 H), 此时曲柄从位置③ ($\varphi=0$) 转到位置④ ($\varphi=180^\circ$), 牛头刨刀则由位置 3 右行到位置 4, 走过实际工作行程 H_0 。于是,仅要求在 H_0 范围内刨刀速度不变。尽管这个要求还是不能达到,却可近似实现: 只要 H_0 的端点 3、4 与中点 O 处刨刀速度相等 ($v_0=v_3=v_4$), 刨刀速度在 H_0 范围内的变化就不会很大。

(2) 设计计算

[根据几何关系推出机构运动方程] 取固定导路为 x 轴, 并取固定铰链中心连线 AB 同导路的垂直交点为原点 O (BA 则为速度轴 v), 即可由图示几何关系推得刨刀的位置坐标为:

$$x = OD + c = L \tan \psi + c \quad (14-21)$$

又由图得:

$$\tan \psi = \frac{EF}{BE} = \frac{-a \cos \varphi}{b + a \sin \varphi} \quad (\varphi, \psi \text{ 均取顺钟向为正})$$

$$\frac{0.5H}{L} = \tan \theta = \frac{a}{\sqrt{b^2 - a^2}} \text{ 因此 } L = \frac{\sqrt{b^2 - a^2}}{a} \cdot \frac{H}{2}$$

再令 $\frac{a}{b} = u$, 式(14-21)即化为联系主、从动件位置坐标 φ, x 的牛头刨机构的位置方程:

$$x = -\frac{\sqrt{1-u^2} \cos \varphi}{1+u \sin \varphi} \cdot \frac{H}{2} + c \quad (14-22)$$

将此式对时间求一次导数, 并注意 $v = \frac{dx}{dt}$ 为刨刀速度、 $\omega = \frac{d\varphi}{dt}$ 为曲柄角速度, 又得机构速度方程:

$$v = \frac{\sin \varphi + u}{(1+u \sin \varphi)^2} \cdot \sqrt{1-u^2} \cdot \frac{H\omega}{2} \quad (14-23)$$

[根据设计要求确定机构尺寸] 在速度方程(14-23)中, 代入 $\varphi = 90^\circ$, 有

$$v_0 = \frac{\sqrt{1-u^2}}{1+u} \cdot \frac{H\omega}{2}$$

代入 $\varphi = 0^\circ$ 或 180° , 有

$$v_3 = v_4 = u\sqrt{1-u^2} \cdot \frac{H\omega}{2}$$

由设计要求 $v_0 = v_3 = v_4$, 得确定 u 的方程:

$$\frac{\sqrt{1-u^2}}{1+u} = u\sqrt{1-u^2}; u^2 + u - 1 = 0$$

解得:

$$u = 0.618$$

定出机构尺寸为:

$$\frac{a}{b} = u = 0.618$$

$$L = \frac{\sqrt{b^2 - a^2}}{a} \cdot \frac{H}{2} = \frac{\sqrt{1-u^2}}{u} \cdot \frac{H}{2} = 0.636H$$

(3) 核算

[刨刀速度的不均匀性] 对速度方程(14-23)求导数得加速度方程(注意 $\omega = \text{常数}$, 即 $\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = 0$):

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{\cos \varphi (1 - u \sin \varphi - 2u^2)}{(1 + u \sin \varphi)^3} \sqrt{1-u^2} \cdot \frac{H\omega^2}{2} \quad (14-24)$$

$a=0$ 时 v 取极值, 有两种情形:

i) 由 $\cos \varphi = 0$ 而有 $a=0$, 此时 $\varphi = 90^\circ$,

$$v_0 = \frac{\sqrt{1-u^2}}{1+u} \cdot \frac{H\omega}{2} = \frac{\sqrt{1-0.618^2}}{1+0.618} \cdot \frac{H\omega}{2} = 0.243H\omega$$

速度取最小值, 即 $v_{\min} = 0.243H\omega$;

ii) 由 $1-u\sin\varphi-2u^2=0$ 而有 $\alpha=0$, 此时

$$\sin\varphi = \frac{1-2u^2}{u} = \frac{1}{u} - 2u$$

$$v = \frac{H\omega}{8u\sqrt{1-u^2}}$$

代入 $u=0.618$ 得

$$\sin\varphi = 0.382, \quad \varphi = 22^\circ 28'; 157^\circ 32'$$

$$v = \frac{H\omega}{8 \times 0.618 \sqrt{1-0.618^2}} = 0.258H\omega$$

速度达到最大值, 即 $v_{\max} = 0.258H\omega$

于是, 刨刀速度的不均匀系数为:

$$\begin{aligned} \delta &= \frac{v_{\max} - v_{\min}}{v_{\text{平均}}} = \frac{v_{\max} - v_{\min}}{0.5(v_{\max} + v_{\min})} \\ &= \frac{0.258 - 0.243}{0.5(0.258 + 0.243)} = 0.06 \end{aligned}$$

【实际工作行程 H_0 】 由图可见:

$$H_0 = x_4 - x_3$$

由位置方程(14-22):

$$x_4 = -\frac{\sqrt{1-u^2} \cos 180^\circ}{1+u \sin 180^\circ} \cdot \frac{H}{2} + c = \frac{\sqrt{1-u^2}}{2} H + c$$

$$x_3 = -\frac{\sqrt{1-u^2} \cos 0^\circ}{1+u \sin 0^\circ} \cdot \frac{H}{2} + c = -\frac{\sqrt{1-u^2}}{2} H + c$$

故

$$H_0 = \sqrt{1-u^2} H = \sqrt{1-0.618^2} H \approx 0.8H.$$

在 $H_0=0.8H$ 的实际工作行程范围内, 速度波动不大于 0.06, 可满足要求。这就是牛头刨多数采用图 14-5 所示导杆机构, 而不用曲柄滑块机构的道理。

(4) 讨论 由刨刀速度曲线可见: 回程时速度有一个极值, 速度波动一次; 工作行程却有三个极值(两个极大值和一个极小值), 速度要波动两次。经验告诉我们, 速度波动次数越多, 机器内部关节中的冲击次数将越多, 这是不好的。能否把刨刀速度曲线设计成图示双点划线的样子, 使工作行程也只有一个极值?

研究式(14-24), $\alpha = \frac{dv}{dt}$ 将在四处为零而使 v 达极值:

$\cos\varphi = 0 \rightarrow \varphi = 90^\circ, 270^\circ$, 此两处 α 取零值;

$1-u\sin\varphi-2u^2=0 \rightarrow \sin\varphi = \frac{1}{u} - 2u$, φ 有两个解, 此两处 α 也取零值。容易看出, 随 u 值的变化, 可分为两种情形:

(i) $u > 0.5$, $\varphi = \sin^{-1}\left(\frac{1}{u} - 2u\right) \neq 90^\circ, 270^\circ$, α 在四处为零而使 v 有四个极值。这就是本例

分析的情形。

(ii) $u \leq 0.5$, $\varphi = \sin^{-1}\left(\frac{1}{u} - 2u\right)$ 或者取 90° 、或者无解, α 仅在 $\varphi = 90^\circ$ 、 270° 两处为零, v 仅有两个极值。

第(ii)种情形虽可满足上述要求,但在 $H_0 = 0.8H$ 的实际工作行程范围内,速度不均匀系数 δ 较大,且增速系数 $k = \frac{v_{\text{max}}}{v_{\text{min}}}$ 较小,故还是采用第(i)种情形为好。当然,不要把问题绝对化了,为扩大刨床的工艺范围,其行程 H 应当可调,这要求在 b 值既定的前提下调节 a 值, u 就是一个变数, H 越小 u 也越小;最理想的情形是 u 在 0.618 左、右变化,自然也要允许它取小于 0.5 的数值。

第二节 动点的曲线运动

一、位置方程

如图 14-6, 当动点 M 沿一固定的平面曲线 mm 运动时, 其位置要用 x 、 y 两个位置坐标表示。 x 、 y 随时间 t 的变化规律为:

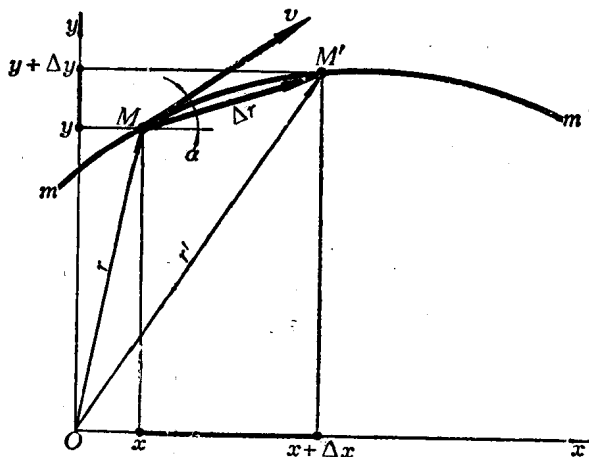


图 14-6 动点的曲线运动

$$\left. \begin{aligned} x &= x(t) \\ y &= y(t) \end{aligned} \right\} \quad (14-25_1)$$

此即动点沿曲线运动的位置方程, 亦即曲线的参数方程; 应用 x 轴和 y 轴的单位矢量 i 、 j , 它也可写成下列的矢量方程:

$$\mathbf{r} = x \cdot \mathbf{i} + y \cdot \mathbf{j} \quad (14-25_2)$$

$\mathbf{r}$ 称为动点 M 的位置矢量。

二、速度矢量

设时间 t 时, 动点位于曲线上的 M 处, 经 Δt 后沿曲线移到 M' , 走过的路程为 $\Delta s = \widehat{MM'}$

(弧长)。若 Δt 很小, $\widehat{MM'}$ 将很短, 就可近似当作动点沿 $\overline{MM'}$ 作直线运动, 而得平均速度:

$$\mathbf{v}_{\text{平均}} = \frac{\overline{MM'}}{\Delta t}$$

因动点沿曲线运动时速度方向不断改变, 必须在表明速度大小的同时, 表明它的方向, 故和直线运动不同, 这里的 $\mathbf{v}_{\text{平均}}$ 将是一个矢量, 其方向即 $\overline{MM'}$ 的指向, $\overline{MM'}$ 则称位移矢量。

当 $\Delta t \rightarrow 0$ 时, $\mathbf{v}_{\text{平均}}$ 趋于某一极限 $\mathbf{v}$, 即动点在 t 时 (M 处) 的瞬时速度:

$$\mathbf{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \mathbf{v}_{\text{平均}} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\overline{MM'}}{\Delta t}$$

$\mathbf{v}$ 也是矢量, 其大小和方向可分析如下:

由图可见, $\Delta s \approx \overline{MM'} = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}$, 两边除以 Δt 有:

$$\frac{\Delta s}{\Delta t} = \sqrt{\left(\frac{\Delta x}{\Delta t}\right)^2 + \left(\frac{\Delta y}{\Delta t}\right)^2}$$

故得:

$$v = \frac{ds}{dt} = \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2}$$

记

$$v_x = \frac{dx}{dt} \text{ (动点在 } x \text{ 轴上的投影沿 } x \text{ 轴的移动速度)}$$

$$v_y = \frac{dy}{dt} \text{ (动点在 } y \text{ 轴上的投影沿 } y \text{ 轴的移动速度)}$$

得

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \quad (14-26)$$

因为 $\Delta t \rightarrow 0$ 时, $\overline{MM'}$ 趋于曲线在 M 处的切线, 故 $\mathbf{v}$ 的方向就是曲线在 M 处的切向, 可用切线的斜率表示:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{dy}{dx} = \frac{dy/dt}{dx/dt} = \frac{v_y}{v_x}$$

综上所述, 得动点沿曲线运动时的速度矢量为:

$$\left. \begin{array}{l} \text{大小: } v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \\ \text{方向: } \operatorname{tg} \alpha = \frac{v_y}{v_x} \end{array} \right\} \quad (14-27)$$

速度矢量 $\mathbf{v}$ 也可直接将式 (14-25₂) 对时间 t 微分得出:

$$\mathbf{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\overline{MM'}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\mathbf{r}' - \mathbf{r}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \frac{dx}{dt} \cdot \mathbf{i} + \frac{dy}{dt} \cdot \mathbf{j}$$

代入 $v_x = \frac{dx}{dt}$ 、 $v_y = \frac{dy}{dt}$, 得:

$$\mathbf{v} = v_x \cdot \mathbf{i} + v_y \cdot \mathbf{j} \quad (14-28)$$

可见, v_x 、 v_y 又是速度矢量 $\mathbf{v}$ 在坐标轴 x 、 y 上的投影。上式叫做速度矢量的坐标分解式。

三、加速度矢量

1. 基本表达式

如图 14-7, 设时间 t 时, 动点位于 M 处, 速度为 $\mathbf{v}$; 经 Δt 后动点沿曲线路程移到 M' , 速度