

SHUXUEXIANFENG

数学先锋

SHUXUEXIANFENG

初三创新能力集训

基础 → 能力分级递进导学

本书依据新大纲编写。从“应用问题”、“探索性(开放性)问题”、“综合类型题”三个重要方面,集中对学生进行解决数学问题能力的培训。每个方面的内容以基础级、提高级、能力级为导学线索,难度阶梯设计,每级附有举一反三训练组题。

郭奕津 主编



吉林教育出版社

数学先锋

基础→能力分级递进导学

初三创新能力集训

主 编	郭奕津		
本册主编	郭奕津		
编 者	郭奕津	孙树宝	刘 燕
	陆贤芳	钱伟玉	王艳平
	付海平	张英华	孙丽敏
	赵树枫	杨智勇	高长玉
	刘红霞		

吉林教育出版社

图书在版编目(CIP)数据

数学先锋:初三创新能力集训:基础能力分级递进导学/

郭奕津主编. —长春:吉林教育出版社, 2001.5

ISBN 7-5383-4199-4

I. 数... II. 郭... III. 数学课—初中—教学参考资料

IV. G634.603

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2001)第 24662 号

☐ 总策划:房 东

☐ 咨询热线:0431/5645959

☐ 责任编辑:王铁义 杨 琳

☐ 销售热线:0431/5645386(吉

☐ 封面设计:王 康

林、北京、河北、江苏、安徽、

☐ 版式设计:先锋工作室

陕西、山西、内蒙、广西、海

南) 0431/5645391(辽宁、

上海、浙江、福建、广东、湖

北、湖南、云南、新疆、宁夏)

0431/5645388(黑龙江、天

津、山东、四川、重庆、河南、

甘肃、江西、贵州、青海)

☐ 传真:0431/5633844

☐ 出版:吉林教育出版社(长春市同志街 55 号 邮编:130021)

☐ 发行:吉林教育出版社

☐ 印刷:吉林省吉育印业有限公司(长春市经济技术开发区深

圳街 15 号 邮编:130033)

☐ 开本:850×1168 毫米 1/32

☐ 印张:7.75 ☐ 字数:188 千字

☐ 版次:2001 年 5 月第 1 版

2001 年 5 月第 1 次印刷

☐ 印数:1—20000 册

☐ 定价:10.00 元

☐ 如有印装质量问题请直接与承印厂联系调换

编者按

新世纪的中学教学改革和考试改革，都以素质教育为主题，打好基础和提高能力成了素质教育相辅相成的、不可分割的两个重要内容。这些年学习数学有个误区，就是背定义、背知识点、背题型，把活的数学变成了死的数学。数学是一门认识数、形及其变化的触类旁通的科学，是认识现实世界，解释科学规律的基础。因此，要学好数学，我们应该用掌握的数学知识量化地解释、说明我们周围发生的现象，去探索新的未知领域，有所创新有所发现。因此，本书从“应用问题”、“探索性问题”、“综合知识的应用”三方面着墨，对学生的创新能力进行集中培训，力求把初中数学的知识用在解释、应用实际问题中，让学生学活知识，创新发展，力争使对数学有兴趣的同学高屋建瓴地全面掌握初中数学知识。

本书依据新教学大纲编写。每方面内容，分基础级、提高级和能力级三级递进导学，有层次地进行分级训练，最后使学生坚实地由“知识型”走上“能力型”的轨道上来。本书开创了“夯实基础→知识升华→激活能力”的学习理念。

基础级→夯实基础：将基本知识点用典型题解析的形式解说，通过对典型题的分析、解答和说明，有针对性地讲解基础知识、基本理论和基本技能，理论联系实际，增强了实用性。

提高级→知识升华：将知识点延伸问题用典型题解析的形式解说，通过对典型题的分析、解答和说明，具体地讲解如何运用基础知识分析问题、解决问题，系统的解题思路拉动了基础知识的升华。

能力级→激活能力：通过对典型题的分析、解答和说明，详细讲解如何综合运用知识解决社会实际和生活实际问题，强化创新意识和实践能力的培养。

基础级、提高级和能力级的典型题解析后，根据知识点的多寡和重点、难点和考点的分布特点，都有针对性地设有举一反三训练题，有A组→适应训练、B组→强化训练、C组→模拟训练等。后附有详细的举一反三训练组题参考答案，便于对照检验学习效果。

本书按照年段学生思维发展特点和规律设计的基础级、提高级和能力级三级导学线索，以及适应性、强化性、模拟性的举一反三训练方案，将有助于学生循着科学的轨迹成为高素质人才。

目 录

本书从“应用问题”、“探索性问题”、“综合类型题”三个重要方面，集中对学生进行数学创新能力的培养。每个方面的内容以基础级、提高级、能力级为导学线索，难度阶梯设计，每级配有举一反三训练组题，讲练结合，强化效果。

内容提示

应用问题

基础级	(2)
一、一次方程(组)及不等式(组)	(2)
二、一元二次方程及分式方程、二次方程组	(8)
三、一次函数	(14)
四、二次函数	(25)
五、解直角三角形	(33)
六、统计问题	(39)
七、对称与折叠	(49)
提高级	(56)
能力级	(62)

举一反三训练组题参考答案	(67)
--------------------	--------

探索性问题

基础级	(83)
一、探索问题的存在性	(83)
二、探索问题的结论	(90)
三、探索问题的条件	(98)
四、阅读理解, 探讨规律	(106)
提高级	(115)
能力级	(122)
举一反三训练组题参考答案	(125)

综合类型题

基础级	(156)
一、方程类型	(156)
二、函数类型	(160)
三、相似关系	(172)
四、与圆有关的综合问题	(179)
提高级	(190)
能力级	(197)
举一反三训练组题参考答案	(201)

应用问题

基础→能力分级递进导学

应用题是初中数学中的重要知识. 应用题来源于生活、生产实际, 并从中抽象成数学知识. 解答应用问题不仅要有必要的、相关的数学知识作为解题的手段, 更需要一些自然科学知识与社会科学的知识来分析问题, 从中找出题目中的相关数学知识, 建立数学模型. 因此, 学习并解好数学应用问题有利于培养分析问题、解决问题的能力, 发展创新思维, 提高认识客观规律的能力.

基础级



■ 基本知识点题解·基本题型
■ 举一反三训练组题(ABC三组)

A组: 适应训练

B组: 强化训练

C组: 模拟训练

提高级



■ 知识点延伸题解·灵活题型
■ 举一反三训练组题(ABC三组)

A组: 适应训练

B组: 强化训练

C组: 模拟训练

能力级



■ 能力综合运用题解·综合题型
■ 举一反三训练组题

基础级

☐ 基本知识点题解·基本题型☐ 举一反三训练组题(ABC 三组)

A 组:适应训练

B 组:强化训练

C 组:模拟训练

☐ 难度系数:0.75~0.9夯实基础 

一、一次方程(组)及不等式(组)

【典型题解析 1】 A、B 两地间的路程为 360km, 甲车从 A 地出发开往 B 地, 每小时行驶 72km; 甲车出发 25 分钟后, 乙车从 B 地出发开往 A 地, 每小时行驶 48km, 两车相遇后, 各自仍按原速度、原方向继续行驶, 那么相遇以后两车相距 100km 时, 甲车从出发开始共行驶了多少小时?

☐ 分析 这是一个两车相遇的问题, 在题目中应注意以下两点: (1) “相遇以后两车相距 100km”, 这时, 两车实际共行驶了 $(360 + 100)$ km. (2) 两车行驶时间不同, 甲车比乙车多走了 25 分钟, 若设甲车行驶 x 小时, 那么乙车行驶了 $(x - \frac{25}{60})$ 小时.

在甲车行驶的 x 小时中, 共行驶了 $72x$ km, 在乙车行驶的 $(x - \frac{25}{60})$ 小时中, 共行驶了 $48(x - \frac{25}{60})$ km.

从而可建立起相等关系, 即: 甲车行程加上乙车行程等于总的行程, 从而列出方程.

☐ 解 设甲车共行驶了 x 个小时, 根据题意, 得:

$$72x + 48(x - \frac{5}{12}) = 360 + 100,$$

解得 $x = 4$.

答: 甲车从出发开始共行驶了 4 个小时.

【典型题解析2】 小明以两种形式分别储蓄了2000元和1000元，一年后全部取出，扣除利息所得税后可得利息43.92元，已知这两种储蓄年利率的和为3.24%，问这两种储蓄的年利率各是百分之几？（注：公民应交利息所得税 = 利息全额 $\times$ 20%）。

□分析 本题要求这两种储蓄的年利率各是多少？那么分别设两种储蓄的利率分别为 $x\%$ 、 $y\%$ 好些。

由于设了两个未知数，因此需要找到两个相等的关系，建立方程组。

在本题中“利率的和为3.24%”是一个相等关系，另一个关系就要分别计算出每笔存款的利息，扣除所得税后，共得利息43.92元，从而列出方程组，求得两种储蓄的年利率。

□解 设这两种储蓄的年利率分别为 $x\%$ 、 $y\%$ ，根据题意，得

$$\begin{cases} x\% + y\% = 3.24\%, \\ (2000 \times x\% + 1000 \times y\%)(1 - 20\%) = 43.92. \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} x = 2.25, \\ y = 0.99. \end{cases}$$

答：这两种储蓄的年利率分别为2.25%和0.99%。

【典型题解析3】 某企业为了适应市场经济的需要，决定进行人员结构调整，该企业现有生产性行业人员100人，平均每人全年可创造产值 a 元，现要从中分流 x 人去从事服务性行业，假设分流后，继续从事生产性行业的人员平均每人全年创造产值可增加20%，而分流从事服务性行业的人员平均每人全年可创造产值 $3.5a$ 元。如果要保证分流后，该厂生产性行业的全年总产值不少于分流前生产性行业的全年总产值，而服务性行业的全年总产值不少于分流前生产性行业的全年总产值的一半，试确定分流后从事服务性行业的人数。

□分析 从本题的叙述可看到，分流 x 人后，企业从事生产性行业的人员有 $(100 - x)$ 人，而原来企业年创产值 $100a$ 元，现在年创产值 $(100 - x)(1 + 20\%)a$ ，要使现在的年产值不少于原年产值，则可以列出一个不等式。

另外，分流出的 x 人，每人年创产值为 $3.5a$ ，则分流人员创产值 $3.5ax$ 元，而这一产值不少于分流前的全年总产值的一半，这样又可以列

出一个不等式.

所得不等式组的解就是所要求的符合条件的分流人数.

□解 根据题意, 得

$$\begin{cases} (100-x)(1+20\%)a \geq 100a, \\ 3.5ax \geq \frac{1}{2} \times 100a. \end{cases}$$

$$\text{即} \begin{cases} 1.2(100-x) \geq 100, \\ 3.5x \geq 50. \end{cases}$$

$$\text{解得} \quad \frac{100}{7} \leq x \leq \frac{50}{3}.$$

$\therefore x$ 为正整数, $\therefore x$ 取值为 15、16.

答: 从事服务性行业的人员为 15 人或 16 人.

□说明 一次方程或一次不等式是最简单的方程、不等式, 在实际问题中有许多可以通过列一次方程(组)或一次不等式(组)解决的问题, 应该认真分析题意, 运用方程或不等式的方法, 建立数学模型, 解决实际问题.

第一反三训练组题 AB 两组



■A 组: 适应训练

1. 一年期定期储蓄年利率为 2.25%, 所得利息要交纳 20% 的利息税. 例如, 存入一年期 100 元, 到期储户纳税后所得利息的计算公式为: 税后利息 = $100 \times 2.25\% - 100 \times 2.25\% \times 20\% = 100 \times 2.25\% (1 - 20\%)$. 已知某储户有一笔一年期定期储蓄到期纳税后得利息 450 元. 那么该储户存入多少本金?

2. 某河上游的 A 地, 为改善流域环境, 把一部分牧场改为林场. 改变后, 林场与牧场共有 162 公顷, 牧场面积是林场面积的 20%, 那么退牧还林后林场面积为多少公顷?

3. 某种商品因换季准备打折出售, 如果按定价的七五折出售将赔 25 元; 而按定价的九折出售将赚 20 元. 问这种商品的定价是多少?

4. 永盛电子有限公司向工商银行申请了甲乙两种贷款, 共计 68 万元, 每年需付出利息 8.42 万元. 甲种贷款每年的利率是 12%, 乙种贷款每年的利率是 13%, 求这两种贷款的数额各是多少?

5. 某班有 45 名学生, 选举 2 人作为学生会干部的候选人, 结果有 40 人赞成甲, 有 37 人赞成乙, 对甲、乙都不赞成的人数是都赞成人数的 $\frac{1}{9}$, 问都赞成和都不赞成的人数各是多少?

6. 甲、乙两列火车每列各长 180 米, 如果两列车相对行驶, 从车头相遇到车尾离开共需 12 秒钟; 如果两列车同向行驶, 那么从甲的车头遇到乙的车尾, 直到甲的车尾超过乙的车头共需 60 秒钟, 假定列车的速度不变, 试求甲、乙两列车的速度.

7. 某中学组织初一同学春游, 原计划租用 45 座客车若干辆, 但有 15 人没有座位; 如果租用同样数量的 60 座客车, 则多出一辆, 且其余客车恰好坐满. 已知 45 座客车日租金为每辆 220 元, 60 座客车日租金为每辆 300 元. 试问: (1) 初一年级人数是多少? 原计划租用 45 座客车多少辆? (2) 要使每个同学都有座位, 怎样租用更合算.

8. 某商店为了促销 G 牌空调机, 2000 年元旦那天购买该机可分两期付款. 在购买时先付一笔款, 余下部分及它的利息 (年利率为 5.6%), 在 2001 年元旦付清, 该空调机售价每台 8224 元, 若两次付款数相同, 问每次应付款多少元?

9. 某校制做一批校服, 分发给初一、初二、初三各年级, 初三得到全部服装的 36%, 初二得到的服装是初三的 $\frac{7}{8}$, 初一得到的服装比初二多 10 套, 问全校共制作校服多少套?

10. (1) 据《北京日报》2000 年 5 月 16 日报道: 北京市人均水资源占有量只有 300 立方米, 仅是全国人均占有量的 $\frac{1}{8}$, 世界人均占有量的 $\frac{1}{32}$, 问: 全国人均水资源占有量是多少立方米? 世界人均水资源占有量是多少立方米?

(2) 北京市一年漏掉的水相当于新建一个自来水厂. 据不完全统计,

全市至少有 6×10^5 个水龙头, 2×10^5 个抽水马桶漏水. 如果一个关不紧的水龙头, 一个月能漏掉 a 立方米; 一个漏水马桶, 一个月漏掉 b 立方米水, 那么一个月造成的水流失量至少是多少立方米 (用含 a 、 b 的代数式表示);

(3) 水源透支令人担忧, 节约用水迫在眉睫. 针对居民用水浪费现象, 北京市将制定居民用水标准, 规定三口之家楼房每月标准用水量超标部分加价收费. 假设不超标部分每立方米水费 1.3 元, 超标部分每立方米水费 2.9 元, 某住楼房的三口之家某月用水 12 立方米, 交水费 22 元, 请你通过列方程求出北京市规定三口之家楼房每月标准用水量为多少立方米?

■ B 组: 强化训练

1. 某校学生以 5 千米/时的速度拉练行军, 从学校出发 $4\frac{1}{5}$ 小时, 学校派通讯员骑摩托车追赶学生拉练队伍传达紧急通知, 36 分钟追上, 求摩托车的速度.

2. 由实验得出, 一块重 148 千克的铜银合金在水中减轻 $14\frac{2}{3}$ 千克, 已知 21 千克的银在水中减轻 2 千克, 9 千克的铜在水中减轻 1 千克. 这块合金内含银、铜各多少千克?

3. 某公司存入银行甲、乙两种不同性质的存款共 20 万元, 甲种存款的年利率为 1.4%, 乙种存款的年利率为 3.7%, 该公司一年共得利息 6250 元, 求甲、乙两种存款各多少万元?

4. 甲步行上午 6 时从 A 地出发于下午 5 时到达 B 地, 乙骑自行车上午 10 时从 A 地出发, 于下午 3 时到达 B 地, 问乙在什么时间追上甲的?

5. 某公司向银行贷款 40 万元, 用来生产某种新产品, 已知该贷款的年利率为 15% (不计复利, 即还贷款前每年利息不重复计息), 每个新产品的成本是 2.3 元, 售价是 4 元, 应纳税款为销售额的 10%, 如果每年生产该种产品 20 万个, 并把所得利润 (利润 = 销售额 - 成本 - 应纳税款) 用来还贷款, 问需几年后才能一次性还清?

6. 小明去年 2 月在小卖店买 3 本练习本和 5 包食盐正好用去 5 元钱. 今年 3 月, 他又带 5 元钱去该店买同样的练习本和食盐, 因为练习本每本

比去年2月涨价1角，食盐每包涨价5分，小明就只好买3本练习本和4包食盐，结果找回2角钱，试问去年2月每本练习本多少元？每包食盐多少元？

7. 某纸品加工厂为了制作甲、乙两种无盖的长方体小盒，利用边角料裁出正方形和长方形两种硬纸片，长方形的宽和正方形的边长相等。现将150张正方形硬纸片和300张长方形硬纸片全部用于制作这两种小盒，可以做成甲、乙两种小盒各多少个？

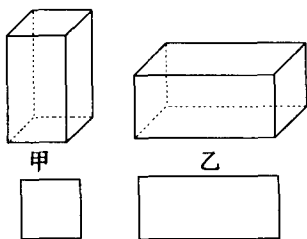


图 1—1

8. 王华同学去某批零兼营的文具商店，为学校美术活动小组的30名同学购买铅笔和橡皮，按照商店规定，若给全组每人各买2支铅笔和1块橡皮，则必须按零售价计算，需支付30元；若给全组每人各买3支铅笔和2块橡皮，则可以按批发价计算，需支付40.5元，已知每支铅笔的批发价比零售价低0.05元，每块橡皮的批发价比零售价低0.10元。问这家商店每支铅笔和每块橡皮的批发价各为多少元？

9. 甲、乙、丙、丁四名打字员承担一项打字任务。若由这四个人中的某一人单独完成全部打字任务，则甲需要24小时，乙需要20小时，丙需要16小时，丁需要12小时。

(1) 如果甲、乙、丙、丁四人同时打字，那么需要多少时间完成？

(2) 如果按甲、乙、丙、丁、甲、乙、丙、丁……的次序轮流打字，每一轮中每人各打1小时，那么需要多少时间完成？

(3) 能否把(2)题所说的甲、乙、丙、丁的次序作适当调整，其余都不变，使完成这项打字任务的时间至少提前半小时？如认为不能，需说明理由；如认为能，需至少说出一种轮流的次序，并求出相应能提前多少时间完成打字任务。

二、一元二次方程及分式方程、二次方程组

【典型题解析 1】 如图 1—2, 某小区规划在一个长为 40 米、宽为 26 米的矩形场地 $ABCD$ 上修建三条同样宽的甬路, 使其中两条与 AB 平行, 另一条与 AD 平行, 其余部分种草. 若使每一块草坪的面积都为 144 平方米, 求甬路的宽度?

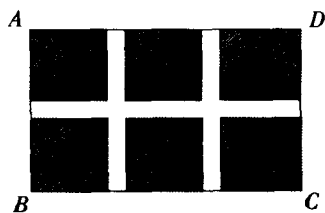


图 1—2

□分析 本题列方程时有两种常用的方法:

若设甬路的宽为 x 米, 则两条与 AB 平行的甬路的面积为 $2 \times 26x$ 平方米, 与 AD 平行的一条甬路的面积为 $40x$ 平方米, 但在 $(2 \times 26x + 40x)$ 平方米中, 两条道路的交叉处都被计算了两次, 因此, 甬路的实际面积为 $[(2 \times 26x + 40x) - 2x^2]$ 平方米, 甬路所占面积再加上 6 块草坪的面积就等于矩形场地的面积.

另一个思路是: 如图 1—3, 可以想象两条与 AB 平行的甬路靠在 CD 边上, 一条与 AD 平行的甬路靠在 BC 边上, 那么草坪的面积 (6×144 平方米) 就等于矩形 $AEFG$ 的面积, 而 $EF = 40 - 2x$, $AE = 26 - x$, 从而容易列出方程求得解.

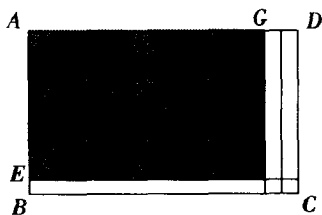


图 1—3

□解法 1 设甬路的宽为 x 米, 根据题意, 得

$$2 \times 26x + 40x - 2x^2 + 6 \times 144 = 40 \times 26,$$

$$\text{整理得 } x^2 - 46x + 88 = 0.$$

$$\text{解得 } x_1 = 2, x_2 = 44 \text{ (不合题意, 舍去).}$$

答: 甬路的宽为 2 米.

□解法 2 设甬路的宽为 x 米, 根据题意, 得

$$(40 - 2x)(26 - x) = 6 \times 144,$$

整理, 得 $x^2 - 46x + 88 = 0$.

解得 $x_1 = 2$, $x_2 = 44$ (不合题意, 舍去).

答: 甬路的宽为 2 米.

□说明 有许多应用问题都有多种解法, 解法有繁有简, 本题的解法 2 就比解法 1 简单, 因此对每道题目都多做分析, 往往能找到简捷的途径.

【典型题解析 2】 某商店买进一批运动衣用了 1000 元, 每件按 10 元卖出. 假如全部卖出这批运动衣所得的款与买进这批运动衣所用的款的差就是利润. 按这样计算, 这次买卖所得的利润刚好是买进 11 件运动衣所用的款. 求这批运动衣有多少件?

□分析 若设这批运动衣有 x 件, 则买进这批运动衣每件用了 $\frac{1000}{x}$ 元.

若每件按 10 元卖出, 所得利润为 $(10x - 1000)$ 元.

而买进 11 件运动衣的款项是 $\frac{1000}{x} \cdot 11$ 元. 因此可以根据相等关系得到一个分式方程.

□解 设买进的这批运动衣有 x 件, 根据题意, 得

$$10x - 1000 = \frac{1000}{x} \cdot 11.$$

解得: $x_1 = 110$, $x_2 = -10$.

经检验, $x_1 = 110$, $x_2 = -10$ 都是所列方程的根, 但 $x_2 = -10$ 不合题意, 舍去.

∴ $x = 110$.

答: 这批运动衣有 110 件.

【典型题解析 3】 今年入夏以来, 湖北部分地区旱情严重. 为缓解甲乙两地旱情, 某水库计划向甲、乙两地送水, 甲地需水量为 180 万立方米, 乙地需水量为 120 万立方米, 现已两次送水, 往甲地送水 3 天、乙地送水 2 天, 共送水 84 万立方米; 往甲地送水 2 天, 乙地送水 3 天, 共送水 81 万立方米. 问: 完成往甲地、乙地送水任务还各需多少天?

□分析 可设完成往甲地、乙地送水任务还分别需要 x 天、 y 天, 那么往甲地送水共 $(x+5)$ 天, 每天送水 $\frac{180}{x+5}$ 万立方米; 往乙地送水共 $(y+5)$

天, 每天送水 $\frac{120}{y+5}$ 万立方米.

在题目中还有这样的两个关系:

“往甲地送水 3 天、乙地送水 2 天, 共送水 84 万立方米”, 则

$$3 \cdot \frac{180}{x+5} + 2 \cdot \frac{120}{y+5} = 84.$$

同样, 根据“往甲地送水 2 天, 乙地送水 3 天, 共送水 81 万立方米”,

则

$$2 \cdot \frac{180}{x+5} + 3 \cdot \frac{120}{y+5} = 81.$$

这样就可以得到一个二元的分式方程组, 从而求出 x 、 y 的值.

□解 设完成往甲地送水任务还需 x 天, 完成往乙地送水任务还需 y 天, 根据题意, 得

$$\begin{cases} 3 \cdot \frac{180}{x+5} + 2 \cdot \frac{120}{y+5} = 84, \\ 2 \cdot \frac{180}{x+5} + 3 \cdot \frac{120}{y+5} = 81. \end{cases}$$

$$\text{整理, 得} \begin{cases} \frac{45}{x+5} + \frac{20}{y+5} = 7, \\ \frac{40}{x+5} + \frac{40}{y+5} = 9. \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} x=5, \\ y=3. \end{cases}$$

经检验 $\begin{cases} x=5, \\ y=3 \end{cases}$ 是原方程组的解.

答: 完成往甲地送水任务还需要 5 天, 完成往乙地送水任务还需要 3 天.

举一反三训练组题 (ABC 三组)



■ A 组: 适应训练

1. 某企业 1998 年初投资 100 万元生产适销对路的产品, 1998 年底将获得的利润与年初的投资的和作为 1999 年初的投资, 到 1999 年底, 两年共