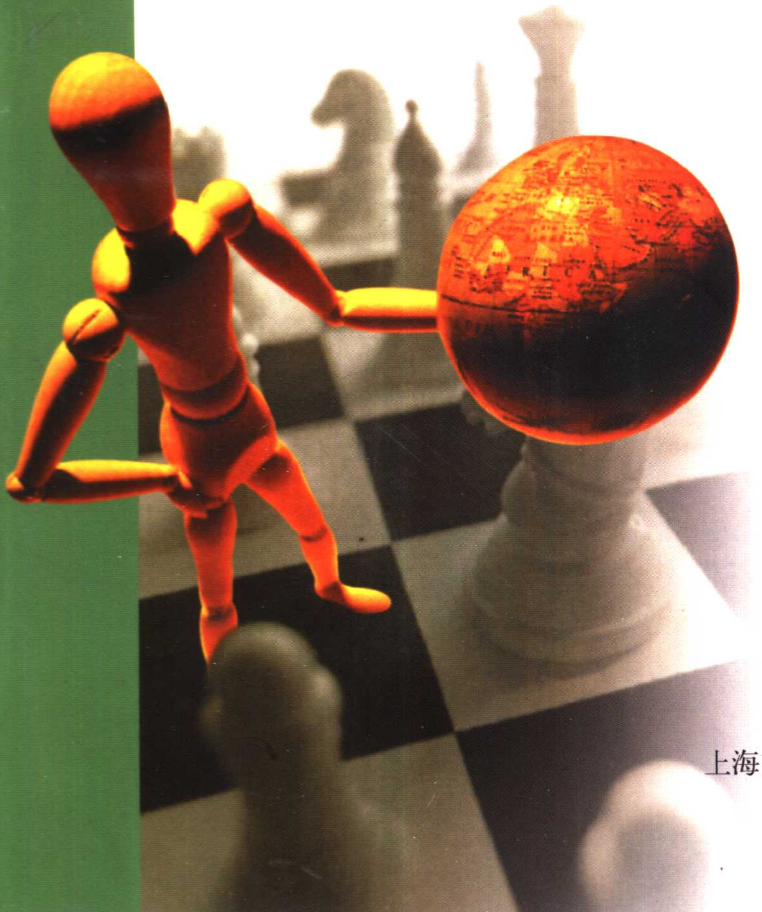
TI DIAN

工程力学题典

沃国纬　编



上海交通大学出版社

工程力学题典

沃国纬　编

上海交通大学出版社

内 容 提 要

本书包括静力学和材料力学两个部分共14章，其中静力学6章，材料力学8章，共汇选各类典型习题242道。这些题目多数取自吴镇教授编著的《理论力学》和金忠谋教授编著的《材料力学》。此外，还从国外有关教材中选取了一些较好的习题，并选入了部分研究生入学试题。

本书概念清晰，选材精细，解题方法力求简明扼要，具典型示范意义，能启迪读者分析思维，加深基本理论的理解，进而能有效地提高解决实际问题的能力。

本书可供高等院校工科各专业学生、教师以及工程技术人员参考，亦可供自学者参考。

图书在版编目(CIP)数据

工程力学题典/沃国纬编. —上海：上海交通大学出版社，2001

ISBN 7-313-02557-2

Ⅰ.工…　Ⅱ.沃…　Ⅲ.工程力学　Ⅳ.TB12

中国版本图书馆CIP数据核字(2000)第75671号

工程力学题典

沃国纬　编

上海交通大学出版社出版发行

(上海市番禺路877号　邮政编码200030)

电话：64071208　出版人：张天蔚

常熟市文化印刷厂印刷　全国新华书店经销

开本：890mm×1240mm　1/32　印张：13.75　字数：392千字

2001年1月第1版　2001年1月第1次印刷

印数：1—4050

ISBN 7-313-02557-2/TB·056　定价：21.00元

要勤奋地去做练习，只有这样，你才会发现，哪些你理解了，哪些你还没有。

索木菲写信告诫
他的学生海森堡

前　言

本书通过各类典型习题的求解，主要介绍理论力学的静力学和材料力学的解题方法。全书共14章，其中静力学6章，材料力学8章。这些题目多数取自吴镇教授编著的《理论力学》和金忠谋教授编著的《材料力学》，也选了国内外有关教材中较好的题目以及部分研究生入学试题。

书中习题分为基本训练题和结合工程实际题两类。

通过对典型习题的求解，可启迪读者的正确思维，加深对本课程基本理论的理解，进而提高分析问题和解决问题的能力。

依据难度要求的不同，所选取的习题分为普通难度题目、中等难度题目以及高深难度题目三类。其中基本题169道，其余73道，总计242道。中等难度题目标以一个星号“*”，高深难度题目标以两个星号“**”，以示区别。上述分类不一定准确，仅供读者参考而已。

本书的出版，得到了吴镇教授和金忠谋教授的帮助，在编写过程中曾得到李思简教授的鼓励，并给予具体指导，在此一并深表感谢。

由于编写时间仓促，且限于编者的水平，书中难免有不少疏漏和欠妥之处，恳望广大读者批评指正。

编　者

2000年4月

目　　录

静　力　学

1　汇交力系

1－1　两根钢索于 B 点连接，承受荷重 W，如图 1－1(a)所示。如果 $W=10\,\text{kN}$，并不计钢索自重，求钢索中的拉力。

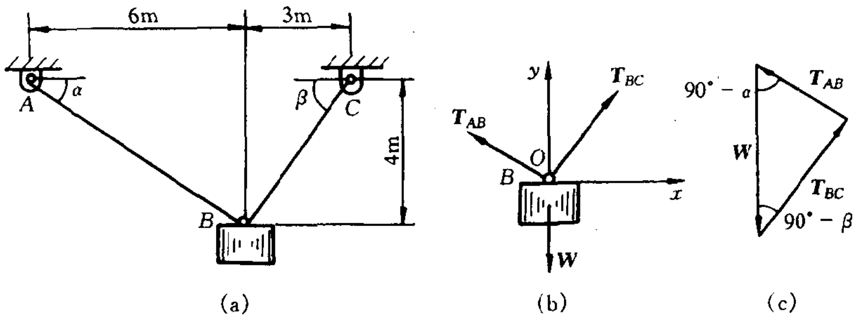


图 1－1

解　以重物为对象，受力情况和坐标的选取如图 1－1(b)所示，其中 $\boldsymbol{T}_{AB}$和 $\boldsymbol{T}_{BC}$为钢索对重物的约束力。

(1) 解析法

列出对 Ox，Oy 轴投影的平衡方程，得

$$\Sigma F_x=0,\quad -T_{AB}\cos\alpha+T_{BC}\cos\beta=0,$$

$$\Sigma F_y=0,\quad T_{AB}\sin\alpha+T_{BC}\sin\beta-W=0。$$

代入数据化简后，得

$$-0.83T_{AB}+0.6T_{BC}=0, \tag{a}$$

$$0.56T_{AB}+0.80T_{BC}-10=0。 \tag{b}$$

联解式(a),(b),可得

$$T_{AB}=6.01\ \mathrm{kN},$$
$$T_{BC}=8.33\ \mathrm{kN}。$$

根据作用与反作用公理,可知钢索 AB 受拉力 6.04 kN,钢索 BC 受拉力 8.35 kN。

(2) 几何法

如此题直接给出角度 α,β 的值,那么用几何法求解也很方便。

根据受力图 1-1(b)可作闭合的力三角形。作力三角形时,必须从已知力 $\boldsymbol{W}$ 开始,画出力 $\boldsymbol{W}$ 后,在 $\boldsymbol{W}$ 的始点与终点分别作平行于 $\boldsymbol{T}_{AB}$ 与 $\boldsymbol{T}_{BC}$ 的直线,即得所求的力三角形,如图 1-1(c)所示。由几何关系可得 $\alpha=33.69°,\beta=53.13°$。根据正弦定理,有

$$\frac{T_{AB}}{\sin(90°-\beta)}=\frac{T_{BC}}{\sin(90°-\alpha)}=\frac{W}{\sin(\alpha+\beta)},$$

解得

$$T_{AB}=\frac{10}{\sin(33.69°+53.13°)}\sin(90°-53.13°)=6.01\ \mathrm{kN},$$

$$T_{BC}=\frac{10}{\sin(33.69°+53.13°)}\sin(90°-33.69°)=8.33\ \mathrm{kN}。$$

与解析法求得的结果相同。

1-2 货物重为 W,用两根钢索 AB,BC 悬挂,如图 1-2(a)所示。已知 $\beta=65°$,不计钢索自重,试利用力三角形求下列情况下角度 α 之值:

(1) 两钢索的拉力相等;

(2) 钢索 AB 的拉力最小;

(3) 钢索 AB 的拉力不超过 $0.5W$;

(4) 钢索 BC 的拉力不超过 W。

解 以重物为对象,根据受力图(b),先计算钢索的拉力,随之按不同的情况求出夹角 α 值。

(1) 计算钢索的拉力

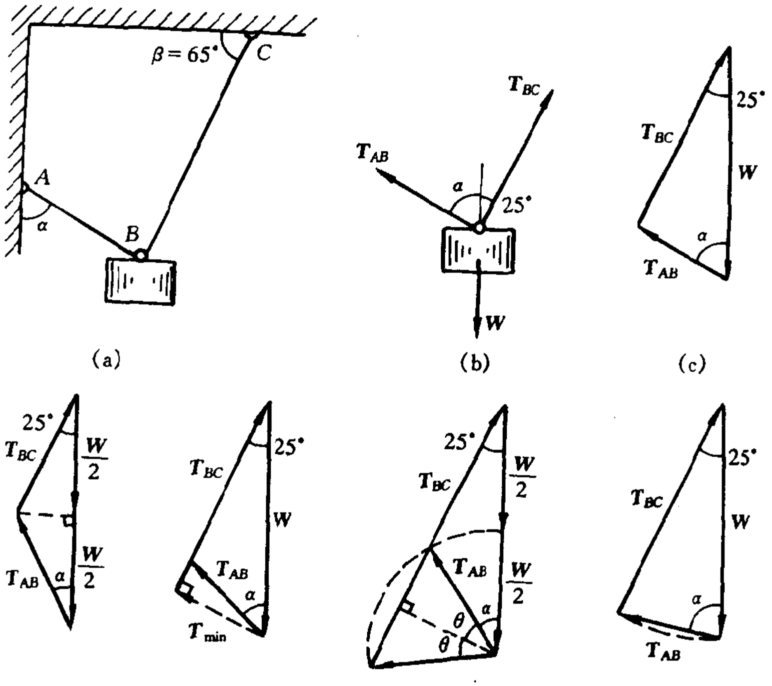


图 1 - 2

根据受力图 1 - 2(b)，作闭合的力三角形，如图 1 - 2(c)所示。由正弦定理有

$$\frac{T_{AB}}{\sin 25°} = \frac{T_{BC}}{\sin \alpha} = \frac{W}{\sin (180° - 25° - \alpha)}。$$

解得

$$T_{AB} = \frac{\sin 25°}{\sin (\alpha + 25°)} W, \tag{a}$$

$$T_{BC} = \frac{\sin \alpha}{\sin (\alpha + 25°)} W。 \tag{b}$$

这就是钢索拉力的表达式。

(2) 由图 1 - 2(d)可知，当 $\alpha = 25°$ 时，两钢索的拉力相等。

(3) 计算 T_{AB}的最小值 T_{min}

从讨论拉力 T_{AB}，T_{BC}的值与 α 的关系着手，可计算出 $T_{\min}$，从而得出此时的 α 值。在图 1－2(e)所示的力三角形上可见，当夹角 α 由小变大时，T_{AB}的值逐渐减小；当 $\alpha + 25° = 90°$，亦即 T_{AB}和 T_{BC}垂直时，T_{AB}有极小值 $T_{\min}$；此后 T_{AB}又随 α 增大而增加。由此可知，当 $T_{AB} = T_{\min}$时，$\alpha + 25° = \alpha + 90° - \beta = 90°$，即

$$\alpha = \beta = 65°,$$

代入式(a)，得

$$T_{\min} = W\sin 25° = 0.42W。$$

(4) 分析 $T_{AB} < 0.5W$ 的情况

从图 1－2(f)所示的力三角形可见，当 α 等于 $65° - \theta$ 和 $65° + \theta$ 时，钢索 AB 将具有相等的拉力，其值为 $0.5W$。此时

$$\cos\theta = \frac{T_{\min}}{0.5W} = \frac{W\sin 25°}{0.5W} = 2\sin 25°,$$

即

$$\theta = 32.3°。$$

于是可知，当钢索的拉力不超过 $0.5W$ 时，α 角应大于 32.7°和小于 97.3°。但根据钢索的实际配置情况，要求 $\alpha < 90°$。

(5) 由图 1－2(g)所示的力三角形可知，当 α 小于 77.5°时，钢索 BC 的拉力不会超过 W。

(6) 讨论：在力多边形上，可清楚地看出诸力之间的关系，这是几何法的一大优点。

***1－3** 钢丝绳 AB 长为 l，两端分别固定在墙壁上。在钢丝绳的 C 处借助小滑轮悬挂一重物，如图 1－3(a)所示。已知重物的重量 $P = 200\,\text{N}$，$l = 6\,\text{m}$，如略去绳、滑轮的重量，并不计滑轮的半径及接触处的摩擦，求平衡时滑轮至 A 点的横向距离及钢丝绳的张力。

解 取小滑轮 C 以及所绕过的一段钢绳为对象，受力图和坐标的选取如图(b)所示。因不考虑钢绳与滑轮之间的摩擦，所以 $\boldsymbol{T}_A = \boldsymbol{T}_B$。列出平衡方程，得

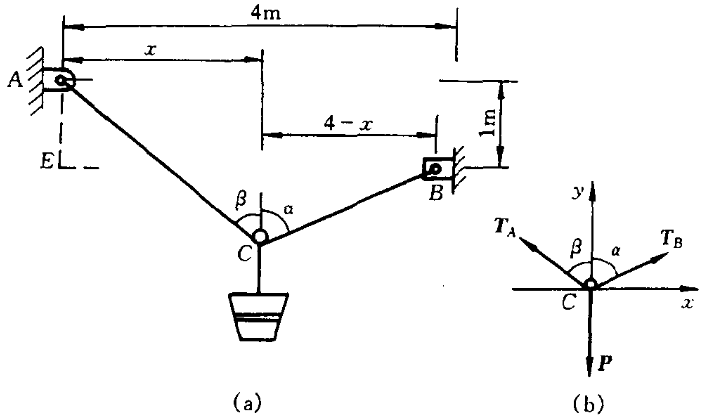


图 1-3

$$\Sigma F_x = 0,\ T_B\sin\alpha - T_A\sin\beta = 0,$$

$$\Sigma F_y = 0,\ T_B\cos\alpha + T_A\cos\beta - P = 0,$$

联解得

$$\alpha = \beta,$$

$$T_A = T_B = \frac{P}{2\cos\beta}。 \tag{a}$$

设重物与结点 A 的水平距离为 x，且 $AE = 1\ \text{m}$，由图(a)的几何关系可知

$$\frac{AE}{\cos\beta} + \frac{2(4-x)}{\sin\beta} = 6, \tag{b}$$

$$\frac{x-(4-x)}{AE} = \tan\beta。 \tag{c}$$

由式(b)，得

$$\tan\beta = 6\sin\beta - 8 + 2x, \tag{d}$$

由式(c)，得

$$\tan\beta = 2x - 4, \tag{e}$$

联解式(d)，(e)得

$$\sin\beta = \frac{2}{3} = 0.667,\ \beta = 41.81°。$$

代入式(e),移项后得

$$x = \frac{\tan\beta + 4}{2} = \frac{0.89 + 4}{2} = 2.45\ \mathrm{m}。$$

由式(a),得

$$T_A = T_B = \frac{P}{2\cos\beta} = \frac{200}{2 \times 0.745} = 134.2\ \mathrm{N}。$$

1-4 缆绳 AC 悬挂一吊有重物 M 的动滑轮 B,如图 1-4(a)所示。如已知 M 的重量为 W 以及尺寸 l, h,并忽略摩擦和滑轮的大小:

(1) 试求平衡重量 W 所需的力 P;

(2) 若 $l = 3\,\mathrm{m}, W = 4.8\,\mathrm{kN}$,且缆绳的最大许可张力为 20 kN,试求 h 的最小允许值。

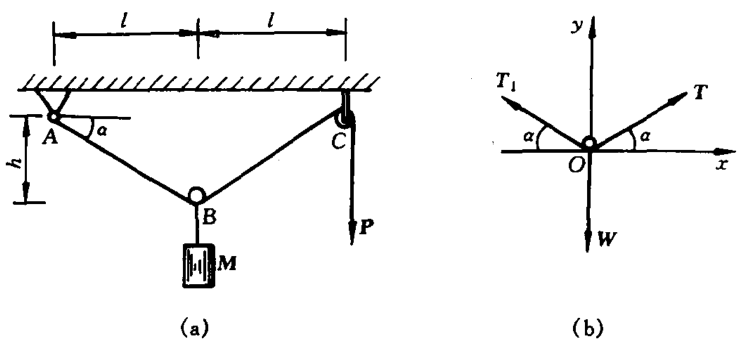


图 1-4

解 以滑轮 B 及所绕过的一段缆绳为对象,其受力图和选取的坐标见图(b)。根据缆绳的约束性质,滑轮 B 两侧的张力应相等,其值为 P。

(1) 求平衡重量 W 所需的力 $\boldsymbol{P}$

列平衡方程,即

$$\Sigma F_x = 0,\ T\cos\alpha - T_1\cos\alpha = 0,$$

$$\Sigma F_y = 0,\ T\sin\alpha + T_1\sin\alpha - W = 0,$$

解得

$$T = T_1 = \frac{W}{2\sin\alpha}, \tag{a}$$

其中

$$\sin\alpha = \frac{h}{\sqrt{h^2+l^2}} = \frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{l}{h}\right)^2}}。$$

将上式及 $T = P$ 代入式(a)，有

$$P = \frac{1}{2}W\left[1+\left(\frac{l}{h}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}。 \tag{b}$$

(2) 求 h 的最小允许值

改写式(b)，并将具体数据代入，得

$$h = \frac{l}{\left[\left(\frac{2P}{W}\right)^2 - 1\right]^{\frac{1}{2}}} = \frac{3}{\left[\left(\frac{2\times 20\times 10^3}{4.8\times 10^3}\right)^2 - 1\right]^{\frac{1}{2}}} = 0.36\ \mathrm{m}。$$

1-5 简易起重机的 A，B 两处是铰链联结，C 处可近似地视为铰链联结，如图 1-5(a)所示。已知吊重 $P = 800\ \mathrm{N}$，且不计 AC 杆及 BC 梁的自重：(1) 求 AC 杆的内力和 B 铰链处的约束反力；(2) 当吊重 P 移至 C 处时，情况如何？

解 (1) 计算 AC 杆的内力及 B 铰链处的约束反力

由于不计自重，所以 AC 杆为两力杆*，其内力沿杆轴线方位作用。而 BC 梁因其中点处有吊重 P 作用，不属两力杆。根据三力的平衡条件，其受力图如图(b)所示。列出对 Ox，Oy 轴投影的平衡方程**，得

* 此处所指的两力杆，不少理论力学书籍中表为二力杆，两者含义是相同的。在本书中沿用了吴镇教授所著《理论力学》里的提法。

** 受力图(b)上没标出坐标轴的位置，表示 Ox 轴为水平方位，指向右边，Oy 轴为铅垂方位，指向上方，其他题类同。

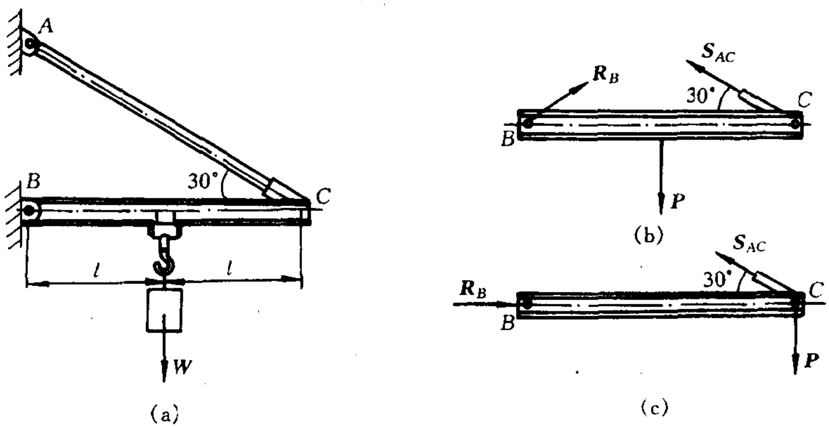


图 1-5

$$\Sigma F_x = 0,\ \boldsymbol{R}_B\cos 30° - S_{AC}\cos 30° = 0,$$

$$\Sigma F_y = 0,\ \boldsymbol{R}_B\sin 30° + S_{AC}\sin 30° - P = 0。$$

联立解得

$$R_B = S_{AC} = P = 800\ \text{N}。$$

(2) 当吊重 P 移至 C 处时,计算 AC 杆的内力及 B 铰链处的约束反力

再取 BC 梁与 AC 杆的一部分为对象,其受力图如图(c)所示。列出平衡方程,有

$$\Sigma F_x = 0,\ R_B - S_{AC}\cos 30° = 0,$$

$$\Sigma F_y = 0,\ S_{AC}\sin 30° - P = 0。$$

联立解得

$$S_{AC} = \frac{P}{\sin 30°} = \frac{800}{\frac{1}{2}} = 1\ 600\ \text{N},$$

$$R_B = S_{AC}\cos 30° = 800\cot 30° = 1\ 386\ \text{N}。$$

(3) 讨论:当吊重 P 从 B 处移至 C 处过程中,杆 AC 的拉力将由小变大。吊重到达 C 处时,S_{AC}将为最大值,其值为吊重的两倍。读者可

从力三角形的分析中，极易得出以上结论。

***1－6**　一匀质杆 AB 长为 $2l$，斜靠在半径为 r 的光滑半圆槽缘上，一端在槽内，一端在槽外，如图 1－6(a)所示。求平衡时杆与水平面的交角 α 及 A，D 两点处的约束反力。

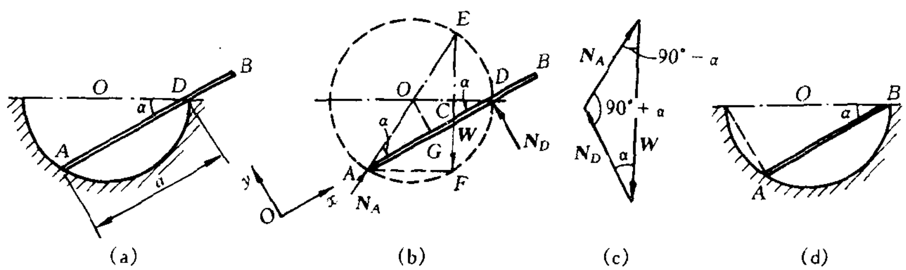


图 1－6

解　取杆 AB 为对象，在杆上有三个力作用：

(1) 设匀质杆的自重为 W，其作用在杆 AB 的中点 C 处；

(2) 半圆槽 A 点对 AB 杆的约束反力 N_A。因杆端与圆槽之间为光滑接触，约束反力 N_A 的方位必沿接触点的公法线；又因杆端与槽接触处为一个几何点，可视为半径极小的圆弧，其公法线就是半径 OA，故 N_A 的指向如图(b)所示；

(3) 同理，半圆槽在 D 点对 AB 杆的约束反力 N_D 的方位应垂直于 AB 杆轴线，其指向如图(b)所示。

现用几何法求解。根据 AB 杆的受力图所绘制的闭合力三角形如图(c)所示。应用正弦定律，有

$$\frac{N_A}{\sin\alpha}=\frac{N_D}{\sin(90^\circ-2\alpha)}=\frac{W}{\sin(90^\circ+\alpha)},$$

解得

$$N_A=\tan\alpha\cdot W, \tag{a}$$

$$N_D=\frac{\cos 2\alpha}{\cos\alpha}W, \tag{b}$$

式中 α 角可由直角△AEF 和直角△ACF 的几何关系中求得。由直角△AEF，可得

$$AF = AE\cos 2\alpha, \tag{c}$$

在直角$\triangle ACF$中,可得

$$AF = AC\cos \alpha。 \tag{d}$$

由于AE是直角$\triangle AEF$的斜边,必为圆的直径,即$AE = 2r$,而$AC = l$,由式(c),(d),可得

$$2r\cos 2\alpha - l\cos \alpha = 0。$$

以$\cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1$代入上式后,解得

$$\cos \alpha = \frac{l + \sqrt{l^2 + 32r^2}}{8r}, \tag{e}$$

从而得

$$\alpha = \arccos \frac{l + \sqrt{l^2 + 32r^2}}{8r}。$$

如将α之值代入式(a),(b),则可得出约束反力N_A与N_D的数值。

讨论:(1) 本题中的研究对象AB杆处于三力平衡状态,解题的关键是正确绘出受力图。初学者通常会发生如下错误:

① 重心不画在杆的中央,而取在AD的中点处;

② 对杆的A端和圆槽的D边在接触处仅为一几何点分辨不清,在画受力图时,误将N_A画成垂直于AB杆的方位,或将N_D画成沿半径OD的方位,以至于不能使作用在AB杆的三力交于一点。

(2) 为了使杆AB一端在槽内,另一端在槽外,在几何尺寸上有如下要求,即

$$2r > l > \sqrt{\frac{2}{3}}r。$$

① 只有当$2r > l$时,才能保证AB杆在圆槽内有一接触点;

② 当$l > \sqrt{\frac{2}{3}}r$时,才能使AB杆在圆槽内只有一个接触点。此点从图(d)可清楚地看出,杆长$2l$必须大于$2r\cos \alpha$,即

$$2l > \frac{l + \sqrt{l^2 + 32r^2}}{4},$$

进而可得

$$l > \sqrt{\frac{2}{3}}r。$$

当 $l = \sqrt{\frac{2}{3}}r$ 时，由式(e)可得 $\cos\alpha = \sqrt{\frac{2}{3}}$，解出 $\alpha = 35.3°$。

1-7　一匀质杆 AB 斜靠在半径为 r 的光滑半圆槽缘上，一端在槽内，一端在槽外，如图 1-7(a)所示。若已知杆在槽内的长度为 a，试求此杆的全长。

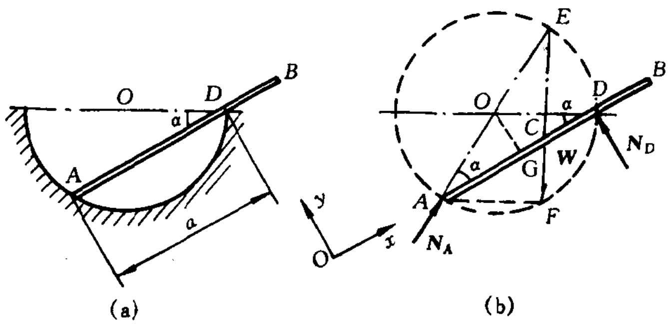


图 1-7

解　设匀质杆 AB 长为 $2l$，重为 W。以 AB 杆为对象，受力图与坐标的选取见图 1-7(b)。图中约束反力 N_A 和 Ox 轴的夹角为 α。列出平衡方程，有

$$\Sigma F_x = 0,\ N_A\cos\alpha = W\sin\alpha, \tag{a}$$

$$\Sigma M_D = 0,\ N_A a\sin\alpha = W(a - l)\cos\alpha。 \tag{b}$$

由直角△AOG 可得

$$\tan\alpha = \frac{OG}{AG} = \frac{\sqrt{r^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2}}{\frac{a}{2}}。 \tag{c}$$