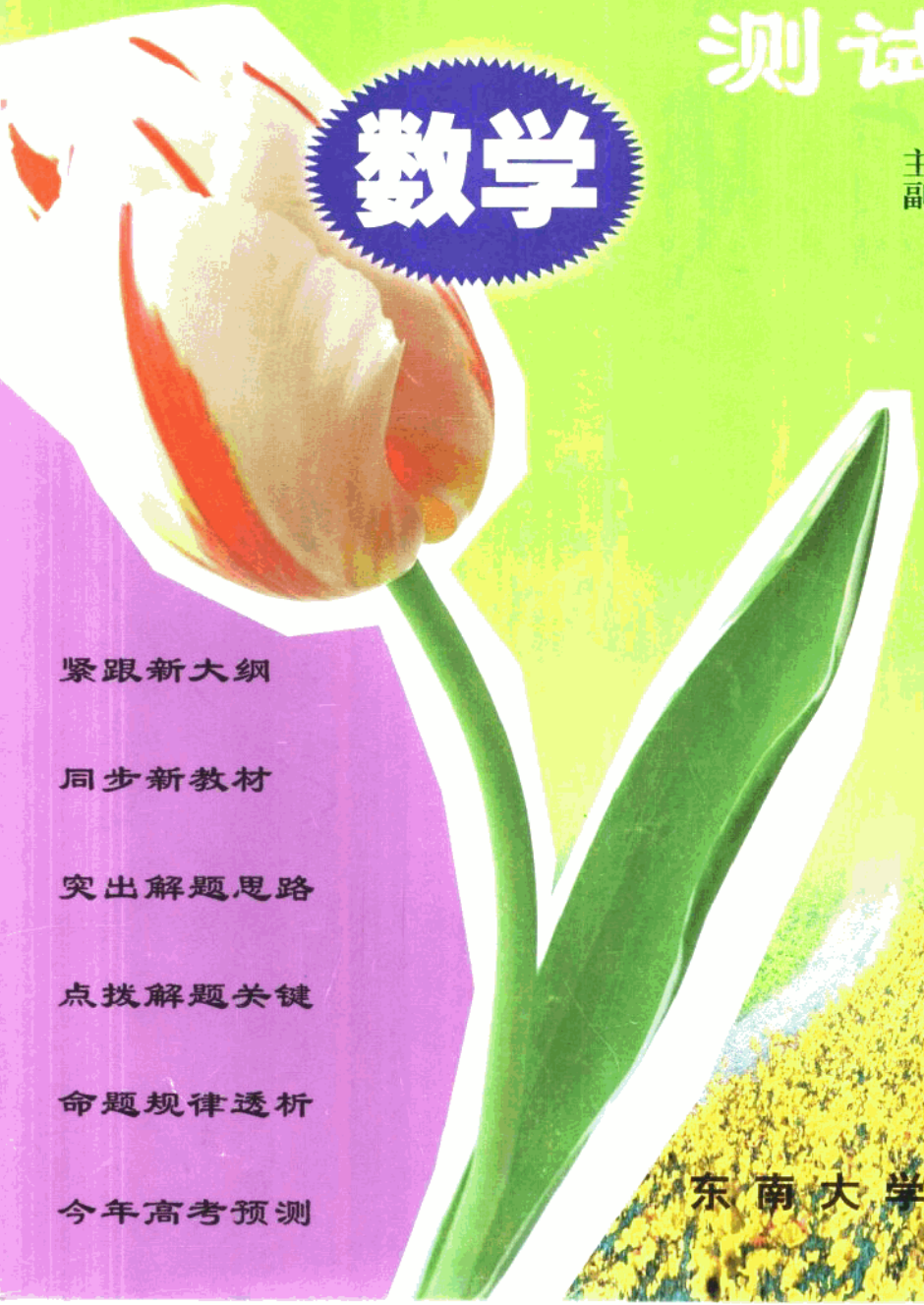


2002 高考学科能力 测试卷



数学

主 编 缪建新
副主编 徐 宾
许建平

紧跟新大纲

同步新教材

突出解题思路

点拨解题关键

命题规律透析

今年高考预测

东南大学出版社

2002 年高考学科能力测试卷

数 学

主 编	缪建新		
副主编	徐 宾	许建平	
参 编	陆玉英	杨建楠	许继铮
	陈荣生	侯荣慧	甘祖荫
	周钱忠	夏敏敏	杜亚萍
	徐德均		

东南大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

2002 年高考学科能力测试卷(数学)/缪建新主编.

—南京:东南大学出版社,2002

ISBN 7-81050-718-4

I. 2… II. 缪… III. 课程-高中-试题-升学参
考资料 IV. G632.479

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2001)第 095997 号

东南大学出版社出版发行

(南京四牌楼 2 号 邮编 210096)

出版人:宋增民

江苏省新华书店经销 溧阳市印刷厂印刷

开本:787 mm × 1092 mm 1/16 印张:4.25 字数:109 千字

2002 年 1 月第 1 版 2002 年 1 月第 1 次印刷

全套(5 本)总定价:30.00 元

(凡因印装质量问题,可直接向我社发行科调换。电话:025-3792327)

前 言

2002年,“3+X”的高考模式将在全国范围内推开,为了帮助广大考生正确地认识这种新的考试模式,掌握科学的复习方法,提高复习质量和考试得分率,我们觉得,采用传统的模拟试卷的形式,为师生编一套质量可靠又使用方便的实战演练资料十分必要。

近年来,江苏的一批重点中学在应对高考改革、把握“3+X”考试的精神实质上积累了丰富的经验,特别是在指导学生梳理学科知识、强化各科知识的交叉渗透与融合创新的应试策略上,总结出一套行之有效的做法。我们组织了江苏名校的一批特级教师和高级教师,将自己多年来的研究成果提炼加工,凝聚在本丛书中,奉献给将参加2002年高考的全国考生。

本套试卷针对近年来高考的重点、难点及热点问题,根据高考走向,认真选择材料编写题目,力求以少胜多,让考生掌握重点,突出难点,学会分析、解答疑难问题的思路和方法,起到举一反三的效果。同时,还依据各科《考试说明》的精神,尤其是综合科目的考查取向,紧扣考点,精选题例,注重题型的情境创设,注重学生的思维创新,注重与现代科技、社会热点、生活现象等紧密联系,突出了试卷的针对性和实用性。相信本丛书会给广大使用者以切实的帮助,收到事半功倍的效果。

编者

2001年10月

目 录

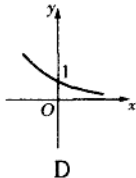
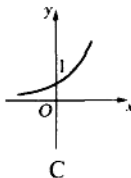
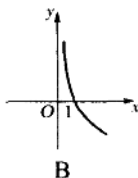
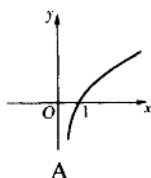
2002 年高考数学能力测试卷(一) 函数	(1)
2002 年高考数学能力测试卷(二) 三角函数	(5)
2002 年高考数学能力测试卷(三) 复数及不等式	(9)
2002 年高考数学能力测试卷(四) 数列、极限、数学归纳法、排列、组合、二项式定理 ...	(13)
2002 年高考数学能力测试卷(五) 立体几何	(17)
2002 年高考数学能力测试卷(六) 解析几何	(21)
2002 年高考数学能力测试卷(七) 综合一	(25)
2002 年高考数学能力测试卷(八) 综合二	(29)
2002 年高考数学能力测试卷(九) 综合三	(33)
2002 年高考数学能力测试卷(十) 综合四	(37)
参考答案	(41)

2002 年高考数学能力测试卷(一)

函数

一、选择题

- 已知集合 $M = \{1, 2, 3, 4\}$, $N = \{y | y = x - 1, x \in M\}$, 则 $\{0\}$ 与 N 的关系是 ()
 A. $\{0\} \in N$ B. $\{0\} \subseteq N$ C. $\{0\} \not\subseteq N$ D. $\{0\} \supseteq N$
- 已知全集 $I = \mathbf{R}$, $A = \{x | 0 < x < 1\}$, $B = \{x | x \leq 0\}$, 则 $C = \{x | x \geq 1\} =$ ()
 A. $A \cap B$ B. $A \cup B$ C. $\overline{A \cap B}$ D. $\overline{A \cup B}$
- 已知集合 $M = \{x | 0 \leq x \leq 4\}$, $N = \{y | 0 \leq y \leq 2\}$, f 是从 M 到 N 的对应法则, 则下列对应中, 不表示从 M 到 N 的映射的是 ()
 A. $f: x \rightarrow y = \frac{1}{2}x$ B. $f: x \rightarrow y = \frac{5}{3}x$
 C. $f: x \rightarrow y = \frac{1}{8}x^2$ D. $f: x \rightarrow y = \frac{1}{9}x^2$
- 已知集合 $A = \{x | x^2 + x - 1 = 0\}$, $B = \{x | ax + 1 = 0\}$, 且 $A \supseteq B$, 则实数 a 的不同个数是 ()
 A. 0 B. 1 C. 2 D. 3
- 如果点 (x, y) 在映射 f 下的象是 $(x + y, x - y)$, 那么点 $(-1, 2)$ 在 f 下的原象是 ()
 A. $(\frac{1}{2}, \frac{3}{2})$ B. $(-\frac{1}{2}, -\frac{3}{2})$
 C. $(\frac{1}{2}, -\frac{3}{2})$ D. $(1, -3)$
- 与函数 $y = x$ 有相同图象的一个函数是 ()
 A. $y = \log_a a^x$ B. $y = a^{\log_a x}$
 C. $y = \begin{cases} x & x > 0 \\ -x & x < 0 \end{cases}$ D. $y = \frac{x^2}{x}$
- 下列函数中, 定义域与值域不同的函数是 ()
 A. $y = \frac{1-x}{1+x}$ B. $y = x^{-\frac{1}{2}}$ C. $y = x^{-1}$ D. $y = x^{\frac{2}{3}}$
- 函数 $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x + 3} (x \in (-\infty, -1])$ 的反函数的定义域是 ()
 A. $[2, +\infty)$ B. $[\sqrt{3}, +\infty)$ C. $[\sqrt{6}, +\infty)$ D. $(-\infty, -1]$
- 二次函数 $y = x^2 + 2(m-1)x + 3$ 在区间 $(-\infty, -2]$ 上是减函数, 则实数 m 的取值范围是 ()
 A. $m \leq 3$ B. $m \geq 3$ C. $m \leq -3$ D. $m \geq -3$
- 设 $0 < a < 1$, 且实数 x, y 满足 $\log_a y + x = 0$, 则 y 关于 x 的函数的图象的大致形状是 ()



11. 下列函数中,值域是 $(0, +\infty)$ 的函数是 ()

- A. $y = 2^x$ B. $y = (\frac{1}{3})^{-x+1}$ C. $y = \sqrt{x^2 + 2x}$ D. $y = x^2 - x + 1$

12. 已知奇函数 $f(x)$ 当 $x > 0$ 时的表达式为 $f(x) = 2x - \frac{1}{2}$, 则当 $x < 0$ 时, $f(x)$ 的表达式为 ()

- A. $2x + \frac{1}{2}$ B. $-2x + \frac{1}{2}$ C. $2x - \frac{1}{2}$ D. $-2x - \frac{1}{2}$

13. 已知函数 $f(x) = (3 - m^2)x^2 + (m - 2)x + 3$ 为偶函数, 则 $f(x)$ 在区间 $[-5, -3]$ 上 ()

- A. 是增函数 B. 是减函数
C. 既不是增函数也不是减函数 D. 可能是增函数也可能是减函数

14. 已知奇函数 $f(x)$ 的定义域为 $\{x | x \in \mathbf{R} \text{ 且 } x \neq 0\}$, 且在区间 $(-\infty, 0)$ 上是减函数, 则 $f(-1)$ 、 $f(1)$ 、 $f(2)$ 的大小关系是 ()

- A. $f(-1) > f(1) > f(2)$ B. $f(-1) > f(2) > f(1)$
C. $f(1) > f(2) > f(-1)$ D. 不能确定

15. 已知函数 $f(x)$ 的值域为 $[m, n]$, 则函数 $f(x+1)$ 的值域为 ()

- A. $[m-1, n-1]$ B. $[m, n]$ C. $[m+1, n+1]$ D. 不能确定

二、填空题

16. 满足 $M \cup \{1, 2, 3\} = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 的集合 M 的个数是_____.

17. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x & x < 2.4 \\ \frac{1}{x} & x \geq 2.4 \end{cases}$, 则 $f[f(\sqrt{2} + 1)] =$ _____.

18. 函数 $y = x + \sqrt{1-x}$ 的值域是_____.

19. 已知函数 $f(x) = \log_a(3-ax)$ 在 $(0, 1]$ 上是减函数, 则实数 a 的取值范围是_____.

20. 已知方程 $mx^2 - 2mx + 1 = 0$ 的一根大于 3, 另一根小于 3, 则实数 m 的取值范围是_____.

三、解答题

21. 已知集合 $A = \{-1, \log_2 a\}$, $B = \{a, 2^b, a^2 - 3a + 1\}$, 若 $A \subseteq B$, 求实数 a 、 b 的值.

22. 已知集合 $A = \{x \mid m+1 \leq x \leq 2m\}$, $B = \{x \mid 4x-3-x^2 \geq 0\}$, 若 $A \subseteq B$, 求实数 m 的范围.

23. 已知函数 $f(x) = \frac{a^x - 1}{a^x + 1}$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$).

(1) 求 $f(x)$ 的反函数 $f^{-1}(x)$, 并判断 $f^{-1}(x)$ 的奇偶性(要说明理由).

(2) 当 $0 < a < 1$ 时, 判断 $f^{-1}(x)$ 在定义域内的单调性, 并证明.

24. 设 $f(x) = \log_a(a^2x) \log_{a^{-2}}(ax)$, $x \in [2, 4]$, 值域为 $[-\frac{1}{8}, 0]$, 求实数 a 的值.

25. 已知二次函数 $f(x) = ax^2 + bx + c$, a, b, c 均为实数, 且满足① $f(-1) = 0$, ② 对任意实数 x 都有 $f(x) - x \geq 0$, ③ 当 $x \in (0, 2)$ 时, 有 $f(x) \leq (\frac{x+1}{2})^2$.

(1) 求 $f(1)$ 的值.

(2) 证明 $a > 0, c > 0$.

(3) 当 $x \in [-1, 1]$ 时, 函数 $g(x) = f(x) - mx$ ($m \in \mathbf{R}$) 是单调的. 求证: $m \leq 0$ 或 $m \geq 1$.

26. 已知函数 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的减函数, $x_1 \in \mathbf{R}, x_2 \in \mathbf{R}$.

(1) 证明命题:

“如果 $x_1 + x_2 \geq 0$, 那么 $f(x_1) + f(x_2) \leq f(-x_1) + f(-x_2)$ ”成立.

(2) 判断(1)中命题的逆命题是否成立, 并证明你的结论.

(3) 解不等式

$$f(\lg \sqrt{3x+1}) + f(\lg \frac{1}{x+1}) \leq f(\lg \frac{1}{\sqrt{3x+1}}) + f[\lg(x+1)].$$

2002 年高考数学能力测试卷(二)

三角函数

一、选择题

1. 如果角 θ 的终边过点 $P(-\sin \frac{\pi}{5}, \cos \frac{\pi}{5})$, 则 θ 可取 ()
 A. $\frac{7\pi}{10}$ B. $\frac{3\pi}{10}$ C. $\frac{4\pi}{5}$ D. $-\frac{\pi}{5}$
2. 若 $\sin \alpha > \tan \alpha > \cot \alpha (-\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{\pi}{2})$, 则 α 属于 ()
 A. $(-\frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{4})$ B. $(-\frac{\pi}{4}, 0)$ C. $(0, \frac{\pi}{4})$ D. $(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2})$
3. 设 $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$, 化简 $\sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos \alpha}}$ = ()
 A. $\sin \frac{\alpha}{4}$ B. $-\sin \frac{\alpha}{4}$ C. $\cos \frac{\alpha}{4}$ D. $-\cos \frac{\alpha}{4}$
4. 已知 $x \in (\frac{\pi}{8}, \frac{5\pi}{12})$, 则函数 $y = \sin x \cos x$ 的值域是 ()
 A. $(\frac{1}{4}, \frac{\sqrt{2}}{4})$ B. $(\frac{1}{4}, \sqrt{2})$ C. $(\frac{1}{4}, \frac{\sqrt{2}}{4}]$ D. $(\frac{1}{4}, \frac{1}{2}]$
5. $(\tan 5^\circ - \cot 5^\circ) \cdot \frac{\sin 20^\circ}{1 + \cos 20^\circ}$ 的值是 ()
 A. 2 B. -2 C. 1 D. -1
6. 已知: $\sin \alpha + \sin \beta + \sin \gamma = 0$, $\cos \alpha + \cos \beta + \cos \gamma = 0$, 则 $\cos(\alpha - \beta)$ 的值是 ()
 A. 1 B. -1 C. $\frac{1}{2}$ D. $-\frac{1}{2}$
7. 下列函数中, 周期为 $\frac{\pi}{2}$ 的偶函数的个数为 ()
 (1) $y = \cos |4x|$
 (2) $y = \sin |4x|$
 (3) $y = \frac{\tan x}{2 - \sec^2 x}$
 (4) $y = \cos^4 x - \sin^4 x$
 (5) $y = \sin(\cos 4x)$
 A. 0 个 B. 1 个 C. 2 个 D. 3 个
8. 方程 $\cos 2x + \sin x = q$ 有实数解, 则 q 的取值范围是 ()
 A. $[-2, 0]$ B. $[-1, 1]$ C. $[-2, \frac{9}{8}]$ D. $[-1, \frac{9}{8}]$
9. 已知 $\tan(\alpha - \frac{\pi}{4}) = \frac{2}{5}$, $\tan(\beta - \frac{\pi}{4}) = \frac{1}{4}$, 则 $\tan(\alpha - \beta)$ 的值为 ()
 A. $\frac{3}{18}$ B. $\frac{13}{18}$ C. $\frac{3}{22}$ D. $\frac{13}{22}$

10. 设 $M = \sin 100^\circ - \cos 100^\circ$, $N = \sqrt{2}(\cos 46^\circ \cos 78^\circ + \cos 44^\circ \cos 12^\circ)$,

$$P = \lg 22^\circ + \lg 23^\circ + \lg 22^\circ \lg 23^\circ, Q = \frac{1 + \lg 20^\circ}{1 - \lg 20^\circ},$$

则 M, N, P, Q 的大小关系是

- A. $N > M > Q > P$ B. $Q > P > M > N$
C. $Q > P > N > M$ D. 以上结论都不对

11. 函数 $y = \operatorname{ctg} \frac{x}{2} \sin x + \operatorname{ctg} x \sin 2x$

- A. 有最大值 4, 最小值 $\frac{7}{8}$ B. 有最小值 $\frac{7}{8}$, 无最大值
C. 有最大值 4, 无最小值 D. 既无最大值也无最小值

12. 函数 $y = 3\sin(2x + \theta)$ 的图象关于 y 轴对称的充要条件是

- A. $\theta = 2k\pi + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$ B. $\theta = k\pi + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$
C. $\theta = 2k\pi + \pi, k \in \mathbb{Z}$ D. $\theta = k\pi + \pi, k \in \mathbb{Z}$

13. 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $\sin A : \sin B : \sin C = k : (k+1) : 2k$, 则 k 的取值范围是

- A. $k > 2$ B. $k < 0$
C. $k > -1$ D. $k > \frac{1}{2}$

14. 给出下列四个命题: (1) 若 $\sin 2A = \sin 2B$, 则 $\triangle ABC$ 一定是等腰三角形. (2) 若 $\sin A = \sin B$, 则 $\triangle ABC$ 一定是直角三角形. (3) 若 $\sin^2 A + \sin^2 B + \sin^2 C < 2$, 则 $\triangle ABC$ 一定是钝角三角形. (4) 若 $\cos(A-B)\cos(B-C)\cos(C-A) = 1$, 则 $\triangle ABC$ 是等边三角形. 以上命题正确的个数是

- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

15. 函数 $f(x) = \frac{\sin x \cos x}{1 + \sin x + \cos x}$ 的值域是

- A. $[-\sqrt{2}-1, \sqrt{2}+1]$ B. $[-\frac{\sqrt{2}+1}{2}, \frac{\sqrt{2}-1}{2}]$
C. $[-\frac{\sqrt{2}}{2}-1, \frac{\sqrt{2}}{2}-1]$ D. $[-\frac{\sqrt{2}+1}{2}, -1) \cup (-1, \frac{\sqrt{2}-1}{2}]$

二、填空题

16. 化简: $\sin^2 \alpha \sin^2 \beta + \cos^2 \alpha \cos^2 \beta - \frac{1}{2} \cos 2\alpha \cos 2\beta =$ _____.

17. 函数 $y = \csc x + \operatorname{tg} x + \sqrt{8-x^2}$ 的定义域 _____.

18. 将函数 $y = \sin(x + \frac{\pi}{4})$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位, 然后将各点的横坐标扩大为原来的 2 倍, 所得图象的函数解析式为 _____.

19. 已知 $\operatorname{tg}(\alpha - \beta) = \frac{1}{2}$, $\operatorname{tg} \beta = -\frac{1}{7}$, 且 $\alpha, \beta \in (0, \pi)$, 则 $2\alpha - \beta =$ _____.

20. 函数 $y = \log_{\frac{1}{2}}(\cos x + \sin x) + \log_{\frac{1}{2}}(\cos x - \sin x)$ 的单调递增区间是 _____.

三、解答题

21. 已知: $\operatorname{ctg}(45^\circ + \alpha) = 2$, 求: $\frac{1 + \sec 2\alpha - \operatorname{tg} 2\alpha}{1 + \sec 2\alpha + \operatorname{tg} 2\alpha}$ 的值.

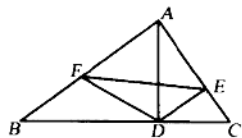
22. 在 $\triangle ABC$ 中, 已知三边 a, b, c 成等差数列, 求证: $5\cos A - 4\cos A \cos C + 5\cos C = 4$.

23. 试比较 $2 + \sin \alpha + \cos \alpha$ 与 $\frac{2}{2 - \sin \alpha - \cos \alpha}$ 的大小.

24. 已知函数 $y = x^2 - 4Px - 2$ 的图象过点 $M(\operatorname{tg}\alpha, 1)$, $N(\operatorname{tg}\beta, 1)$.

求 $2\cos 2\alpha \cos 2\beta + P\sin 2(\alpha + \beta) + 2\sin^2(\alpha - \beta)$ 的值.

25. 已知直角 $\triangle ABC$, $\angle A = 90^\circ$, $\angle B = \alpha$, $AD \perp BC$ 于 D , 且 $AD = h$, $\angle ADE = \angle ADF = \theta$, 那么当 θ 取何值时, $\triangle DEF$ 的面积最大? 最大值是多少?



2002 年高考数学能力测试卷(三)

复数及不等式

一、选择题

1. 若方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的两实根为 x_1, x_2 , 集合 $S = \{x | x > x_1\}$, $T = \{x | x > x_2\}$, $P = \{x | x < x_1\}$, $Q = \{x | x < x_2\}$, 则不等式 $ax^2 + bx + c > 0$ ($a > 0$) 的解集为 ()
 A. $(S \cap T) \cup (P \cap Q)$ B. $(S \cap T) \cap (P \cap Q)$
 C. $(S \cup T) \cup (P \cup Q)$ D. $(S \cup T) \cap (P \cup Q)$
2. 复数 $z = (m + i)^2$ 的辐角主值是 π , 则实数 m 的值等于 ()
 A. 1 B. -1 C. 0 D. ± 1
3. 已知函数 $f(x), g(x) (x \in \mathbf{R})$, 设不等式 $|f(x)| + |g(x)| < a$ ($a > 0$) 的解集为 M , 不等式 $|f(x) + g(x)| < a$ ($a > 0$) 的解集为 N , 则集合 M 与 N 的关系为 ()
 A. $N \subset M$ B. $M = N$ C. $M \subseteq N$ D. $M \subset N$
4. 若 $a \in (0, \frac{\pi}{2})$, 则不等式 $\log_{\sin a}(1 - x) > 2$ 的解集为 ()
 A. $(-1, \sin^2 a)$ B. $(\cos^2 a, \frac{1}{2})$ C. $(-1, \cos^2 a)$ D. $(\cos^2 a, 1)$
5. 对于下列命题:
 (1) 若 α, β 是实系数一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的两个虚根, 则 $|\alpha|^2 = |\beta|^2 = \alpha \cdot \beta$.
 (2) 若 $\arg z = \theta$, 则 $\arg \bar{z} = 2\pi - \theta$.
 (3) 若 $|z + 1 - i| + |z - 5 - i| = 6$, 则复数 z 在复平面内对应的点的轨迹是椭圆.
 (4) 若 $|z_1 - z_2| = |z_1| + |z_2|$, 则 $|\arg z_1 - \arg z_2| = \pi$. 其中正确的命题有 ()
 A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个
6. 已知 $a, b, m \in \mathbf{R}^+$, 并且 $a < b$, 那么下列不等式一定成立的是 ()
 A. $\frac{a+m}{b+m} < \frac{a}{b}$ B. $\frac{a+m}{b+m} > \frac{a}{b}$ C. $\frac{a-m}{b-m} > \frac{a}{b}$ D. $\frac{a-m}{b-m} < \frac{a}{b}$
7. 不等式 $3x^2 - \log_a x < 0$ 在 $x \in (0, \frac{1}{3})$ 时恒成立, 则实数 a 的取值范围是 ()
 A. $[\frac{1}{27}, 1)$ B. $(\frac{1}{27}, 1)$ C. $(0, \frac{1}{27})$ D. $(0, \frac{1}{27}]$
8. 已知虚数 $(x - 2) + yi$ ($x, y \in \mathbf{R}$) 的模为 $\sqrt{3}$, 则 $\frac{y}{x}$ 的最大值是 ()
 A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\sqrt{3}$
9. 若奇函数 $y = f(x)$ ($x \neq 0$) 在 $x \in (0, +\infty)$ 时, $f(x) = x - 1$, 则使 $f(x - 1) < 0$ 的 x 的范围是 ()
 A. $x < 0$ B. $1 < x < 2$
 C. $x < 0$ 或 $1 < x < 2$ D. $x < 2$ 且 $x \neq 0$
10. 设 n 为不超过 2001 的自然数, 若有一个角 θ , 满足 $(\sin \theta + i \cos \theta)^n = \sin n\theta + i \cos n\theta$, 则这种 n 的总个数是 ()

A. 2001

B. 2000

C. 501

D. 500

11. 复数 α, β 分别对应复平面内的点 P, Q, O 为坐标原点, 若 $\alpha^2 - 2\alpha\beta + 4\beta^2 = 0$, 则 $\triangle POQ$ 是 ()

A. 等腰直角三角形

B. 等边三角形

C. 一锐角为 60° 的直角三角形D. 顶角为 30° 的等腰三角形

12. 如果不等式 $\sqrt{x+a} \geq x (a > 0)$ 的解集为 $|x| \leq m \leq x \leq n$, 且 $|m-n| = 2a$, 则 a 的值等于 ()

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

13. 对一切实数 x , 函数 $f(x) = (5-a)x^2 - 6x + a + 5$ 恒为正值, 则 a 的取值范围是 ()

A. $a < -4$ B. $a > 5$ C. $4 < a < 6$ D. $-4 < a < 4$

14. 与不等式 $\sqrt{x-1} < x-1$ 解集相同的不等式是 ()

A. $x-1 < (x-1)^2$ B. $\log_{\frac{1}{2}}(x-1) > 2\log_{\frac{1}{2}}(x-1)$ C. $\frac{1}{x-1} > 1$ D. $2^{x-1} < 4^{x-1}$

15. 若 $|z| = 1, \arg z = \theta (\theta \neq 0)$, 则 $\frac{z+\bar{z}}{1+z^2}$ 的辐角主值为 ()

A. θ B. $\frac{\theta}{2}$ C. $\pi - \theta$ D. $2\pi - \theta$

二、填空题

16. 若 $x \in [-1, 1]$, 则 $\frac{x^2 - 2x + 2}{2(x-1)}$ 的最大值为_____.

17. $z \in \mathbb{C}, |z| = 1$, 且 $\omega = \frac{z - \bar{a}}{1 - az}$ (a 是给定的复数), 则 $|\omega| =$ _____.

18. 已知 $f(x) = ax^2 - c$, 且 $-4 \leq f(1) \leq -1, -1 \leq f(2) \leq 5$, 则 $f(3)$ 的取值范围是_____.

19. 已知 $(1+xi)^{4n+2} (x \in \mathbb{R})$ 展开式中的实部是关于 x 的多项式, 则此多项式系数和为_____.

20. 已知三个不等式: ① $ab > 0$, ② $-\frac{c}{a} < -\frac{d}{b}$, ③ $bc > ad$, 以其中两个作为条件, 余下一个作为结论, 则可以组成_____个正确命题.

三、解答题

21. 已知 $|z| = 1, \frac{\pi}{6} \leq \arg z \leq \frac{5\pi}{12}$, 设 $f(z) = z^3 + \bar{z}$.

(1) 求 $|f(z)|$ 的取值范围.

(2) 当 $|f(z)| \neq 0$ 时, 求 $\arg f(z)$ 的范围.

22. 解关于 x 的不等式 $\sqrt{\log_a x - 1} < 3 - \log_a x$.

23. 已知 $a, b \in \mathbf{R}$, 关于 x 的方程 $x^2 + (2a - bi)x + a - bi = 0$ 的两个非零复数根的辐角分别为 $\frac{2\pi}{3}$ 及 π . 求 a, b 的值.

24. $f(x)$ 是定义在区间 $(0, 1)$ 上的函数, 且满足

1) 对任意 $x \in (0, 1)$, 恒有 $f(x) > 0$;

2) 对任意 $x_1, x_2 \in (0, 1)$, 恒有 $\frac{f(x_1)}{f(x_2)} + \frac{f(1-x_1)}{f(1-x_2)} \leq 2$.

求证: (1) 对任意 $x \in (0, 1)$, 都有 $f(x) = f(1-x)$.

(2) 对任意 $x_1, x_2 \in (0, 1)$, 都有 $f(x_1) = f(x_2)$.

25. 某工厂规划在今后三年实现利税持续增长,这三年每年与上一年相比,其增长率依次为 p, q, r .

(1) 设这三年利税的年平均增长率为 x , 求证: $x \leq \frac{1}{3}(p + q + r)$.

(2) 如果 $p = 7\%$, $q = 8\%$, 那么要实现这三年利税的年平均增长率不低于 9% , r 至少应为多少? (精确到 0.1% , 计算时参考: $1.09^3 = 1.295029$, $1.08^3 = 1.259712$)

26. 设 $a \in \mathbf{R}$, 函数 $f(x) = ax^2 + x - a$ ($-1 \leq x \leq 1$).

(1) 若 $|a| \leq 1$, 证明 $|f(x)| \leq \frac{5}{4}$.

(2) 求 a 的值, 使函数 $f(x)$ 有最大值 $\frac{17}{8}$.