



用几何画板 教平面解析几何

陶维林 编著 潘懋德 审定



清华大学出版社
<http://www.tup.tsinghua.edu.cn>



用几何画板教平面解析几何

陶维林 编著

潘懋德 审定

清华大学出版社

(京)新登字 158 号

内 容 简 介

本书是教育部师范教育司组织审定的教师继续教育学习参考书,是一本以几何画板为载体研究平面解析几何的书,是教师用于计算机辅助平面解析几何教学的参考资料。也可以作为学生学习平面解析几何的课外辅导读物。

全书共分为 6 章。第一章介绍几何画板软件本身的基本特色;第二章介绍几何画板在数学各科中的应用;从第三章到第五章依照高级中学课本《平面解析几何》(全一册,必修)相应章节的顺序,分成“直线”、“圆锥曲线”、“参数方程与极坐标”三章。以节为单元把教学的主要内容分成若干个专题。每一个专题由【问题】、【制作过程】、【证明或解答】、【验证或探索】、【请你研究】等栏目组成。最后一章是作者用几何画板教平面解析几何的几个课例。在光盘中收集了作者制作的 160 多个课件。

本书适用对象是中学数学教师、大专院校数学系的学生以及中学生。可作为中学数学教师继续教育的教材,也可以作为中学生课外活动、研究性课程、选修课的教材。

几何画板软件共享版下载网站: www.nrcce.com。

版权所有,翻印必究。

本书封面贴有清华大学出版社激光防伪标签,无标签者不得销售。

书 名: 用几何画板教平面解析几何

作 者: 陶维林 编著 潘懋德 审定

出版者: 清华大学出版社(北京清华大学学研大厦,邮编:100084)

<http://www.tup.tsinghua.edu.cn>

印刷者: 清华大学印刷厂

发行者: 新华书店总店北京发行所

开 本: 787×1092 1/16 印张: 14.75 字数: 350 千字

版 次: 2001 年 9 月第 1 版 2000 年 9 月第 1 次印刷

书 号: ISBN 7-900635-92-0

印 数: 0001 ~ 6000

定 价: 29.00 元

序 言

这本书是陶维林老师关于“几何画板”用于数学教学的第二本书。他在“九五”重点科研课题“计算机应用与各学科教学的整合”的实验中,应用“几何画板”辅助中学数学教学,获得了提高教学水平的显著的效果,本书也是他实验的成果。全国中小学计算机教育研究中心希望能有更多的、在教学第一线的教师,参与到“信息技术应用与各学科教学的整合”的探索和探索的行列中来,为现代教育技术在中学教学中的广泛应用,共同作出努力。

“几何画板”是全国中小学计算机教育研究中心“课程整合”课题选定的实验软件,它适合用于数学、物理等学科的辅助教学。“中心”多年来倾注了主要的力量,从事计算机辅助教学的实验和推广,寻求得到适于推广的计算机辅助教学的有效模式,推动教育信息化的进展。我们得到的结论是:计算机辅助教学的方式和方法是多元化的,但是考虑到要真正有效地提高教学质量,投入的人力和物力与成效相比是值得的、是大多数教师愿意在自己教学中经常使用的方法,就需要通过实验、研究,选择出适当的模式,挑选出适合的软件类型,再推荐给老师们。“课程整合”课题就是这样提出来的。

我们通过实验认识到:计算机辅助教学应该是一个大概念,就是要把计算机作为教学的工具来使用。这里的意思就是我们不仅要在课堂上用计算机,还要将它用到教学工作的各个环节上;老师们要在逐步掌握计算机使用的基础上,将现代化教育技术与传统的教学手段融合起来,合理地用于教学过程中,提高教学的水平和质量。

首先要让大多数教师学会使用计算机等现代教育技术的工具,同时也必须要给予他们适合的应用软件系统,才能逐步推动计算机辅助教学。当前大多数地区的学校,还需要在这些应用计算机辅助教学的基础环境上,做出改善的安排。同时我们更要清醒地认识到,现代教育技术的应用尚处于初步阶段,新的教学应用模式还没有完善地确立起来,还需要很多老师愿意去实验,同时也需要老师们不断地进行交流。陶维林老师就是在平时与许多热心学习“几何画板”的老师进行交流、同时也在我们“中心”组织的多次交流中,与其他老师互相切磋、互相补充,不断提高应用“几何画板”辅助中学数学教学水平的。这本书将有利于与更大范围内的老师们进行如何搞好计算机辅助数学教学的交流,同时希望能在信息技术应用与数学教学的整合上有所突破。

“几何画板”是一个适合数学和物理学科辅助教学的工具软件,而且易学、易用。陶维林老师已经是“中老年”教师了,他能很快掌握这个工具,同时应用达到较高的水平,说明该软件适于在更大量的数学教师中介绍和推广。书中的课例是陶老师实际教学过程的总结,放在与本书配套的光盘中,有利于老师们借鉴。希望本书能帮助其他老师更快地理解“几何画板”的用法并掌握有关的操作技巧。我们想推荐大家关注陶老师在应用“几何画板”时,引导学生探究性地学习、培养学生创新精神的一些课例,这是“几何画板”一类工具平台用于辅助教学的一大优势。

陶老师的这本书还能帮助学生应用“几何画板”学习解析几何,以及在数学学科方面进行探索性的学习。

盼望更多的老师在计算机辅助教学方面,通过实践和交流获得更多的经验,推动教育信息化的进展。

全国中小学计算机教育研究中心
唐 玲 潘懋德

前 言

本书是教育部师范教育司组织审定的教师继续教育学习参考书,是一本以几何画板为载体研究平面解析几何的书,是教师用于计算机辅助平面解析几何教学的参考资料。也可以作为学生学习平面解析几何的课外辅导读物。

这是一本“活”的参考资料,说它“活”,是指图形、图像都是动态的,具有“任意性”,可以演绎各种各样的情形,读者可能在动态的研究中启发直觉思维,产生新的猜想,闪现“创新”的“火花”,有些还可以及时地得到验证。

使用本书,会形成不满足现成结论,不满足现有解答,不迷信专家,勤于思考的“创新思维”习惯和科学精神。

本书的写作是编者的一种尝试,尝试给同行一本活的教学参考资料。若作为课外活动的教材,则给中学生一种新型的数学课外辅导读物,而不是笔记搬家或者电子版的习题集。

本书共分为6章。

第一章“几何画板软件简介”是必须学习的,这一章介绍几何画板软件本身的基本特色、有关操作约定,简介如何进行几何画板用户参数设置,并把主要菜单功能编制成“菜单功能列表”,供学习与查询,希望读者在理解中更快地掌握几何画板。

第二章“动态研究数学问题的现代工具”,介绍几何画板在数学各科中的应用以及在观察数学现象、探究数学问题方面的作用,展示几何画板在培养学生的“创新意识”方面所产生的一些效果。

第三章到第五章,依照高级中学课本平面解析几何(全一册,必修)相应章节的顺序,分成“直线”、“圆锥曲线”、“参数方程与极坐标”三章,并以节为单元把教学的主要内容分成若干个专题,每个专题以问题研究的形式展开,通过用几何画板这个现代工具研究这些问题的过程来研究平面解析几何。

在这三章中,每一个专题由【问题】、【制作过程】、【证明或解答】、【验证或探索】、【请你研究】等栏目组成。其中【请你研究】是研究与【问题】相关的其他问题,供读者练习用,有些内容也可供课外兴趣小组的读者参考;针对各个问题的特点,不追求栏目齐全,但讲求实用。每一个问题又都有相应的几何画板文件(.gsp)与之配套。读者可以在动态中观察、分析、研究、探索。

最后一章是作者用几何画板教学的几个课例,供读者参考。

在光盘的“作者课件”文件夹中收集了作者制作的约160多个课件,供读者参考与研究。

这也是一本“数学实验”的教材,有些问题应在理解题意的基础上作出图形先找到解答,再加以逻辑证明或求解,而有一部分问题只通过作图的方法找到解答,看出结果,并不

给出严密的逻辑证明。

本书在编写过程中,得到了全国中小学计算机教育研究中心潘懋德教授的支持与帮助,提出了许多修改意见,在此表示衷心的感谢。

感谢全国中小学计算机教育研究中心对出版本书的大力支持。

由于水平有限,时间仓促,缺点错误在所难免,恳请读者不吝指正,以便再版时更正。

联系 E-Mail: taobei@jlonline.com。

南京师范大学附属中学 陶维林

2001年3月

目 录

第一章 几何画板软件简介	1
1.1 几何画板的安装	1
1.2 几何画板窗口	1
1.3 用户参数设置	3
1.4 菜单功能列表	5
1.5 在理解中学习几何画板	9
第二章 动态研究数学问题的现代工具	13
2.1 数学学习的现代工具	13
2.2 观察数学现象的“望远镜”	16
2.3 动态探究数学问题的“实验室”	20
2.4 培养创新意识的实践园地	22
第三章 直线	25
3.1 有向线段与定比分点	25
3.2 直线的方程	34
3.3 两条直线的位置关系	49
第四章 圆锥曲线	63
4.1 曲线和方程	63
4.2 圆	71
4.3 椭圆	92
4.4 双曲线	127
4.5 抛物线	153
4.6 坐标变换	171
第五章 参数方程和极坐标	185
5.1 参数方程	185
5.2 极坐标	195
第六章 教学课例	204
6.1 双曲线的概念(课例 1)	204

6.2 点的轨迹的探求(课例 2)	206
6.3 一次研究性课题(课例 3)	210
6.4 椭圆的参数方程(课例 4)	214
6.5 求曲线的参数方程(课例 5)	218
附录一 几何画板软件随盘范例简介	222
附录二 光盘内容及使用说明	227

第一章 几何画板软件简介

“几何画板”(The Geometer's Sketchpad)是美国 Key Curriculum Press 公司开发的优秀教育软件,由人民教育出版社汉化、出版,是全国中小学计算机教育研究中心、人民教育出版社推荐的用于数学 CAI(Computer Assistant Instruction, 计算机辅助教学)的软件之一。

1.1 几何画板的安装

几何画板可以运行于 Windows 3.x 或者 Windows 95(98)等环境。本书以 3.05 汉化版为例。

它的大小只有两张 1.44MB 的软磁盘(实际容量只占一张软磁盘)。用几何画板制作出的课件也很小,大都只有几 KB 或几十 KB,一张软磁盘可以放得下二三十个文件。

安装几何画板的步骤:

1. 把 1 号安装盘插入软盘驱动器。
2. 打开“我的电脑”,进入 A 驱动器,双击 setup.exe。或者由【开始】、【运行】,在对话框的命令行输入:a: \ setup(或 b: \ setup)。
3. 单击【确定】按钮。安装程序将提示“安装程序正在初始化,请稍候。”。
4. 安装程序在扫描硬盘信息后,会提问几何画板的安装路径。默认安装路径为 C: \ sketch。若不想改变安装路径,按回车键即可。
5. 安装程序提问是“全部安装”、“仅安装运行程序”还是“仅安装应用示例”。直接按回车键全部安装或者选择其他安装形式后再按回车键。
6. 安装程序会出现安装进度条。这时不要按回车键,否则会取消安装。中途会提示插入 2 号盘。插入 2 号盘,按回车键继续安装。
7. 待进度条到了 100%后,安装程序会提问用户是否“建立程序组”。直接按回车键即可。
8. 确认后,安装完成。

1.2 几何画板窗口

● 进入几何画板

可以看到几何画板窗口画面与其他 Windows 应用程序的窗口相似,如图 1-1 所示。

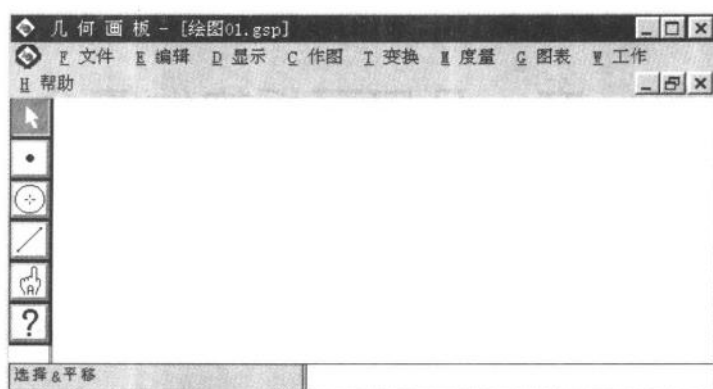


图 1-1

几何画板窗口有【标题栏】、【控制菜单】，还有【最大(最小)化】按钮、窗口【关闭】按钮，右边和下边还可以有滚动条。画板的左边是画板的【工具箱】。特别值得注意的是左下方还有动作提示栏(可以移动到屏幕的任何位置)，对选择了【工具箱】中的某个工具或者即将进行的操作做出提示。

● 画板工具箱

	【选择】工具(按住不放会出现一排按钮,后两个是【旋转】工具和【缩放】工具)	用来选择目标、对象。使用旋转工具或缩放工具都必须先定义“缩放中心”或“旋转中心”
	【画点】工具	用来画点
	【画圆】工具	用来画圆
	【画线】工具(按住不放会出现一排按钮,后三个依次是【画线段】工具、【画射线】工具和【画直线】工具)	用来画线(画线段或画射线、或画直线)。注意,当把画线段工具改为画射线(直线)工具时,“作图”菜单中的“线段”选项也跟着改为“射线”(直线)
	【文本编辑】工具	给点、线、圆等标注符号或在屏幕上加一段文字,有 3 种状态
	【对象信息】工具	显示对象的几何信息

为了方便进行作图等操作,画板【工具箱】中存放着常用的工具。如果想隐藏画板【工具箱】可选择【编辑】菜单中的【隐藏工具箱】选项。这是个“开关”选项,要显示画板【工具箱】,可以选择【编辑】菜单项中的【显示工具箱】。

● 几何画板文件

几何画板文件扩展名为“.gsp”和“.gss”,前者是几何画板“绘图文件”,后者是“记录文件”。这两个文件都必须在几何画板环境下才能打开。

● 关于保存与打开文件

几何画板的新建文件有两种,一种是绘图文件“新绘图”(默认文件名是“绘图 01.gsp”),一种是记录文件“新记录”(默认文件名是“绘图 01.gss”)。

几何画板在保存“绘图文件”时,允许有两种格式选择。一种是“.gsp”,这种文件只能在几何画板环境下打开;另一种是“.wmf”。若选中“另存为中介文件”选项(如图 1-2),将被保存为图片文件“.wmf”,这种文件可以被 WPS、Word 等作为图片插入,但是不能再作为“绘图文件”被几何画板打开。

几何画板在保存“记录文件”时,也允许有两种格式选择。一种是“.gss”,这种文件也只能在几何画板环境下使用(使用方法见第四章“问题 10”的【评述】部分);另一种是文本文件“.txt”,这种文件可以用其他文本编辑工具(如 WPS、Word)再编辑,但是不能再作为“记录文件”被几何画板使用。



图 1-2

● 几何画板文件的打印

在几何画板【文件】菜单中虽然有【打印预览】与【打印】选项,但是,由于在【打印预览】中可以被用户控制的选项很少,打印出的图形往往不符合用户要求。要打印几何画板绘图区中的内容(图形或文字),可以先选择需要打印的内容,然后选择【编辑】菜单中的【复制】,复制到剪贴板上,再【粘贴】到所编辑的文件(如 WPS、Word 文件)中。

1.3 用户参数设置

几何画板允许用户对系统进行参数设置。参数在设置以后直到下次改变以前,系统一直保持用户的选择。

(1) 打开【显示】菜单下的【参数选择】选项,进入“对象参数选择”对话框(如图 1-3)。这里一共分成 5 个部分。

- 左上角是“自动显示标签”部分。选择在作图时需要自动显示的标签对象,即需要给何种绘图对象加注字母。一般选择给点加注字母,如图 1-3 中,选择了要给点自动加注字母,不要给线、圆自动加注字母。关于标签的选择还可以选择【显示】菜单中的【标签选项】,专门设置标签参数。

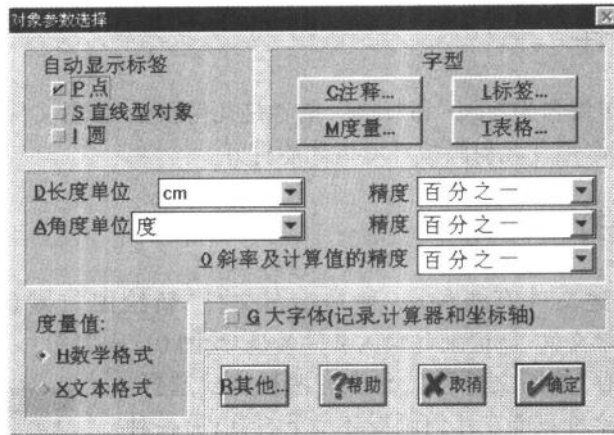


图 1-3

- 右上方是选择“注释”、“标签”、“度量”、“表格”中的字型的大小。
 - 中部是选择长度单位及精度、角度单位及精度、斜率及计算值的精度。“长度单位”有“英寸”、“cm”、“像素”三种选择，一般选择“cm”；“角度单位”也有“度”(0°~180°)、“方向度”(−180°~180°)、“弧度”三种选择。值得注意的是，在与三角函数有关的图时，这里的“角度单位”必须选择“弧度”。
 - 左下部是“度量值”文本格式选择。 $\frac{3}{4}$ 与 $3/4$ 的区别就是“数学格式”与“文本格式”区别的一个例子，怎样进行数学格式的文本编辑可参考第三章问题 05。
 - 右下方的“大字体”仅仅指记录、计算器、坐标轴上的字体。
- (2) 在图 1-3 中，单击【其他】按钮，进入“高级参数选择”对话框。如图 1-4 所示，“高级参数选择”由 7 个部分组成，这里就不再一一介绍，仅介绍常用的几个。

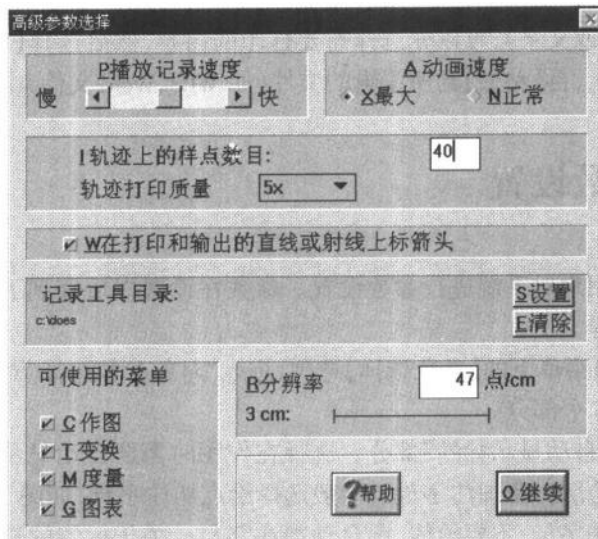


图 1-4

- “轨迹上的样点数目”这个选项值得注意。在作函数图或者平面解析几何中点的轨迹(或曲线)时,为了使图(或曲线)比较平滑,常常要改变系统的默认值“40”,而应加大这个数目。这个数目的最大允许值是 999。
- “记录工具目录”这个选项是告诉系统存放“记录文件”的目录。当选择好以后(图 1-4 中已经选择“记录文件”存放的目录是 c:\ sketch \),会在【画板】工具箱中增加一个【记录】工具按钮(图 1-5 的工具箱中的最后一个按钮)。通过这个【记录】工具按钮来使用“记录文件”进行图形、图像的制作会十分方便、快捷。
- “分辨率”指每 cm 长度中点的多少,也是对“1cm”长的定义。数字越大,坐标系中显示的单位长就越长;相反,数字越小,显示的单位长就短。



图 1-5

1.4 菜单功能列表

1. 【文件】菜单

菜单项	快捷键	功能描述
新绘图	Ctrl + N	打开一个新的画板
新记录		打开一个新的记录窗口,以录制绘图过程
打开	Ctrl + O	打开一个已经存在的画板文件或记录文件
存盘	Ctrl + S	保存当前画板窗口文件或记录窗口文件
另存为		将当前画板或记录窗口文件以另一个名字保存
关闭	Ctrl + F4	关闭当前文件窗口,并给出适当提示
打印预览		预览当前窗口中对象的打印情况
打印		打印当前窗口中的对象
退出	Alt + F4	退出几何画板系统,并给出适当提示

2. 【编辑】菜单

菜单项	快捷键	功能描述
撤消	Ctrl + Z	撤消当前最近一次所进行的操作
无	Ctrl + Shift + Z	撤消所进行的所有操作
重复	Ctrl + R	恢复刚撤消的最近一次的操作
无	Ctrl + Shift + R	恢复刚撤消所进行的所有操作
剪切	Ctrl + X	把选择的对象剪切到剪贴板上

续表

菜单项	快捷键	功能描述
复制	Ctrl + C	把选择的对象复制到剪贴板上
粘贴	Ctrl + V	粘贴剪贴板上的内容
粘贴链接		粘贴剪贴板上的对象,并保持链接关系
清除	Ctrl + Del	清除被选择的目标
操作类按钮		进入【移动】、【动画】、【隐藏/显示】、【系列】设置,产生相应按钮;演示被选中按钮所指示的动作(Ctrl + B)
选择所有	Ctrl + A 或 Ctrl + /	选择屏幕上(绘图区)的所有对象
选择父母	Ctrl + U	对象之间的关系。选择当前所选择对象的父母
选择子女	Ctrl + D	对象之间的关系。选择当前所选择对象的子女
链接		进入通过【粘贴链接】所链接的一系列对象的有关设置
插入对象		OLE(对象的链接与嵌入)功能。插入声音、电影片段、包等其他媒体对象
隐藏工具箱		隐藏(或显示)画板左侧的工具箱
显示剪贴板		显示剪贴板上的内容

3. 【显示】菜单

菜单项	快捷键	功能描述
线型		设置当前选择的(直线或曲线)线型为粗线、细线或虚线(在设置被改变前一直有效)
颜色		设置当前选择图形的颜色
字型		设置当前选择对象的注解、标签、度量值等文字的字型
字体		设置当前选择对象的注解、标签、度量值等文字的字体
隐藏	Ctrl + H	隐藏当前选择的对象
显示所有隐藏		显示画板中所有的隐藏对象,并使它们处于被选择状态
显示标签	Ctrl + K	显示(或隐藏)所选中对象的标签符号
标签选项		更改对象的标签或符号序列以及是否自动显示对象的标签等设置
追踪	Ctrl + T	设置所选中的点、线、圆等几何对象为轨迹追踪状态;如果已经设置为追踪状态,再次设置则为消除前次的设置
动画		设置动画参数后,演示点在所选择曲线(线、圆、轨迹)上的动画
参数选择		用户参数设置。设置几何画板的一些参数,配置各种环境

4. 【作图】菜单

菜单项	快捷键	功能描述(选定两个或两个以上的对象时,必须按下 Shift 键)
对象上的点		1 条线:在线上随机一点 1 个圆:在圆上随机取一点 1 条轨迹:在该轨迹上随机取一点 1 个以上目标:分别在所选目标上随机各取一点
交点	Ctrl + I	2 条线或圆:如果有多个交点会都取出;如果此时两个目标不相交,会提示您
中点	Ctrl + M	1 条以上线段:分别作出这些线段的中点
线段(射线或直线。与工具箱画线工具有关)	Ctrl + L	2 个点:连结这两点的线段(射线或直线) 3 个以上点:按顺序用线段(射线或直线)连结这些点,最后连结起点和终点
垂线		1 条直线和 1 个点:过这一点作与这条直线的垂直线 1 条直线和 2 个以上点:分别作过这些点的垂直于这条直线的垂直线 2 条以上直线和 1 个点:作都过这一点的分别垂直于各条直线的垂直线
平行线		1 条直线和 1 个点:过这一点作与这条直线平行的平行线 1 条直线和 2 个以上点:分别作过这些点且平行于这条直线的平行线 2 条以上直线和 1 个点:作都过这一点的分别平行于各条直线的平行线
角平分线		3 个点:以第 2 个点作为角的顶点,第 1 和第 3 个点是角的两边上的点,作出的角平分线,是一条射线
以圆心和圆周上的点画圆		2 个点:第 1 个点是圆心,第 2 个点是圆要经过的点
以圆心和半径画圆		1 点和 1 条线段:点是圆心,线段决定圆的半径
圆上的弧		1 个圆和圆上 2 点:从第一个点开始,沿着圆,按逆时针方向到第二个点的弧;也可以先选择圆心再依逆时针方向选择圆上的两点
过三点的弧		3 个点:从第一点开始,过第二点的,到第三点的圆弧
内部	Ctrl + P	不同的选择会使菜单项发生相应变化: 选择 3 个以上点,以这些点按顺序作为“多边形”的顶点,填充“多边形内” 选择一个圆(或同时选择几个圆),可填充“圆内” 选择一段弧(或同时选择几段弧),可填充“扇形内” 选择一段弧(或同时选择几段弧),可填充“弓形内”(无快捷键)
轨迹		同时选择一个主动点和一个被动对象(点、线、圆),主动点必须在它运动的路径(线、圆、轨迹)上。可保留被动几何对象(点、线、圆)的轨迹。
作图帮助		关于作图的帮助信息

5. 【变换】菜单

菜单项	快捷键	功能描述
平移		进入“平移”方式的有关设置, 平移被选择的对象
旋转		先标记一点为“中心”。进入“旋转”方式的有关设置, 旋转被选择的对象
缩放		先标记一点为“中心”。进入“缩放”比的有关设置, 依中心缩放被选择的对象
反射		先标记一条线为反射镜面(对称轴)。把选择的对象依标记的镜面反射
标记中心	Ctrl + F	把一点标记(定义)为“旋转中心”或“缩放中心”
标记镜面	Ctrl + G	把一条线标记(定义)为“反射镜面”(对称轴)
标记向量		先后选择两点, 标记从第一点到第二点的向量
标记距离		选择带长度单位的度量值或计算值。标记(定义)距离, 可用此距离控制被平移的对象
标记角		选择三点, 标记一个角(中间一点为角的顶点)。可用此角控制被旋转的对象
标记比		先后选择两条线段, 定义这两条线段(先比后)的比。可控制被缩放的对象
定义变换		定义一个一步或一步以上的(有序)变换为一个新的变换

6. 【度量】菜单

菜单项	快捷键	功能描述
距离		两点: 两点之间的距离; 一点和一线: 点到线的垂直距离
长度		一条线段: 线段的长度
斜率		一条线段、射线或直线: 所在直线的斜率
半径		一个圆、一段圆弧、一个扇形: 对应的圆半径
圆周长		一个圆: 圆的周长
面积		被填充的多边形、圆、扇形或弧弦内: 图形的面积
周长		被填充的多边形、扇形或弧弦内: 图形的周长
角度		三个点, 第二个点是顶点, 第一和第三个点在角的两边上: 测算出角度
弧度		一段弧、一个扇形或弧弦内: 对应的扇形的角度(最大 360°)
弧长		一段弧、一个扇形或弧弦内: 对应弧的长度
比		两条线段: 第一条线段的长度比上第二条线段
坐标		一个或几个点: 点的坐标值(和坐标系类型有关: 直角坐标或极坐标)
方程		一条直线(不是射线或线段), 一个圆: 直线方程, 圆方程
计算	Ctrl +=	打开计算器, 进入代数运算或函数运算
制表		一个或一个以上的度量值或计算值: 产生这组值的列表
加项		改变某个对象度量值或计算值, 给表格新增加一行或一列