

卷之四

《續修四庫全書》編纂委員會編

續修四庫全書

上海古籍出版社

一〇四五・子部・天文算法類

割圓密率捷法四卷〔清〕明安圖撰

〔清〕陳際新等續

勾股割圓記三卷〔清〕戴震撰

〔清〕吳思孝注

準望簡法一卷 割圓弧矢補論一卷 勾股

割圓全義圖一卷 方圓比例數表一卷

〔清〕戴震撰

同度記四卷〔清〕孔繼涵撰

求一算術三卷〔清〕張敦仁撰

里堂學算記五種十六卷〔清〕焦循撰

加減乘除釋八卷

天元一釋二卷

釋弧三卷

釋輪二卷

釋橢一卷

開方通釋一卷〔清〕焦循撰

衡齋算學七卷〔清〕汪萊撰

李氏遺書十一種十八卷〔召誥日名攷

至方程新術草〕〔清〕李銳撰

召誥日名攷一卷

漢三統術三卷

漢四分術三卷

漢乾象術二卷

補修宋奉元術一卷

補修宋占天術一卷

日法朔餘彊弱攷一卷

方程新術草一卷

四三四

四四九

四七七

五三五

五三八

五四一

五七四

六一一

六三一

六三六

六四〇

六五一

四一四

2436/65

割圓密率捷法

〔清〕

明安圖撰
陳際新等續

據浙江圖書館藏清道光十九年石梁岑氏刻本影印原書版
框高一九七毫米寬二八〇毫米

割圓密率捷法

道光己亥孟秋
石梁岑氏校刊

割圓密率捷法序

欽天監監正明靜庵先生自童年親受數學於

聖祖仁皇帝至老不倦病革時以遺稿一帙囑其季子景臻命

際新續而成之曰此割圓密率捷法也內圖徑求周弧背求弦

求矢三法本泰西杜氏德美所著實古今所未有也亟欲公諸

同志惜僅有其法而未詳其義恐人有金針不度之疑予積解

有年未能卒業汝與同學者務續而成之則予志也 先生沒

際新尋緒推究質以平日所聞面授之言遇有疑義則與先

割圓密率捷法序

生之季子景臻及門人張良亭相與討論而良亭景臻亦時同

推步校錄越數年甲午始克成書嗚呼 先生往矣弟子所繼

續者既以未得正於 先生為歉而又以 先生未得親見是

書之成為痛也 先生之為是解也殆發其自得之義不期而

與作者相遇耳非因其法而得其義者所可比也故即謂為

先生之遺法也可然 先生之心惟期千古之疑釋於天下後

世而已矣至於法之立於人立於己皆所弗計也乾隆甲午孟

夏受業陳際新謹序

割圓密率捷法序

昔元家藏鈔本割圓捷法一帙不知爲何人之書故疇人傳未載今致仕歸揚州讀天長岑氏紹周所校刻割圓密率捷法四卷及甘泉羅氏茗香跋始知是書爲滿洲明靜庵先生撰于乾隆之時蓋自八綫表成推算有成數而未發其理墨守者誰復推其所以然此書則以己意悟明其法任求何邊之數不過幾次乘除一二時即可得之眞步天捷法也羅氏又欲補撰疇人傳敘述宋元以來精心求大圖而實事求是之人於秦李朱趙及

割圓密率捷法序

本朝明陳諸公接補爲傳使四元諸法學者得而習之不其偉歟夫大西洋人來於明末乘諸古法失傳之時所以有功於天學迨及末流多習天主邪教惑誘爲害所以命其同國若使今之人益明古法不但有所接續且使西法不得擅爲秘術庶幾中土之書明明布列步天之士謫謫周行起所望也

道光二十年正月節性齋老人阮元序

割圓密率捷法序

割圓古法也圓不割則無由知圓之周自魏劉徽注九章算術以勾股術用圓內六邊形起算從其六觚之環卽爲徑一周三之古率由是而弧矢之術生焉元趙友欽章象新書用圓內四邊形起算由是而西人之六宗三要二簡法生焉元郭邢臺授時草立天元一求弧矢猶仍古率徑一周三不知周三者舉成數約而言之也九章少廣注載漢張衡率圓周幕五方周幕八此與宋秦九韶數學九章環田三積術謂以徑幕進位爲實開方爲圓周率同又九章方田注載劉歆率徑一千二百五十周三千九百二十七注載王莽銅斛云云未詳誰氏之率茲據隋志定此爲歆率劉徽率徑五十周一百五十七吳王蕃率徑四十五周一百四十二迨劉宋南徐州從事祖冲之更開密率以圓徑一億爲一丈圓周盈數三丈一尺四寸一分五釐九毫二秒七忽胸數三丈一尺四寸一分五釐九毫二秒六忽正數在盈胸之間於是定徑一百一十三周三百五十五爲密率又定徑七周二十二爲約率後世因之斯爲最密外此如明陳善謨太極率徑一周三一五二五邢雲路率徑一周三一二六又三才奇率徑一周三一二一三

二。三四 邢氏二率前率見購人傳後三才奇率見古今律林考 方以智通雅載徑十七

周五十二康熙朝袁士龍智術與顧長發率同為徑一周三一

二五或失之少或失之多皆不逮祖氏率厥後西士亞奇默德

作圖書三題其第二題定周三倍徑又七十之十則脰周三倍

徑又七十一之十則盈以數考之脰率即祖氏之約率約率本

大於密率而盈率更小於密率八千二十三分之六唯利瑪竇

等用內容外切諸術屢求勾股割之又割內外相課定為徑一

周三一四一五九二六五三五八九七九三二三八四以之立

割圓率捷法

二

表求八線理密數繁然入算必資乎表曩讀梅文穆公赤水遺

珍載杜氏德美有不須開方砥立乘除之數求周徑密率及正

弦正矢捷法特未詳立法之根學者恒苦莫挾其旨監正明靜

庵先生既其弟子陳舜五先生因杜氏圖徑求周及弧求弦矢

三術推廣引伸更補成弦矢求弧六術使環轉相生術無廢義

詳加圖解著為是書聞為某氏所秘未經刊布汪孝嬰廣文初

甚詆斥杜術為巧合繼見是書始翻然改悔見衡齋算學第三

冊洎第六冊中陽湖董孝廉亦因未見是書用梁積釋連比例

為割圓圖解載在方立遺書建功竊以為方今算學昌明凡天

元四元以及大衍求一諸術皆次第復彰於世何可使是書復

湮閒與吾友羅子茗香述及此事茗香以舊鈔本見示據云係

從戴大寇簡恪公家藏原本影鈔因亟假錄其副算校付梓以

公同好伏思是書于割圓之理推闡無遺尤可舍表徑求八線

朱小梁觀察曾據術求得四十位周徑率為徑一周三一四一

五九二六五三五八八九七九三二三八四六二六四三二八六

三六七四七三二七九五小餘七一與割圓本法所求者

割圓率捷法

三

合蓋推其原先設十百千萬諸分弧如本法乘除之以求合於

弦之二十四分八十分百六十八分矢之十二分三十分五十

六分諸數俾弧矢奇耦率可互通向之莫挾其旨者一旦豁然

是誠術之至精且捷者也其謄寫魯魚算式舛錯悉為校正閒

有隱晦難於布算亦各加案詳釋刻既竣為述其緣起如此時

道光己亥孟秋既望天長岑建功紹周氏識

割圓密率捷法目錄

卷一

步法

圓徑求周

弧背求正弦

弧背求正矢

弧背求通弦

弧背求矢

割圓密率捷法目錄

通弦求弧背

正弦求弧背

正矢求弧背

矢求弧背

餘弧求正弦正矢

餘矢餘弦求本弧

借弧背求正弦餘弦

借正弦餘弦求弧背

卷二

用法

角度求八線 二題

直線三角形邊角相求 二題

弧線三角形邊角相求 三題

卷三

法解上

分弧通弦率數求全弧通弦率數法解 共八題

割圓密率捷法目錄

弧背求通弦法解

通弦求弧背法解

弧背正弦相求法解

卷四

法解下

分弧正矢率數求全弧正矢率數法解 共八題

弧背求正矢法解

正矢求弧背法解

弧矢相求法解

弧矢弦正餘互用法解

借弧背求正弦餘弦法解

借正弦餘弦求弧背法解

割圓密率捷法

三

割圓密率捷法卷一

步法

圖徑求周



法置通徑三因之爲第一條次置第一條四除之又二除之又
或三數連乘得二十四
爲法除之亦可後仿此得數爲第二條次置第二條九
因之四除之又四除之又五除之得數爲第三條次置第三條
二十五乘之四除之又六除之又七除之得數爲第四條次置
第四條四十九乘之四除之又八除之又九除之得數爲第五
條次置第五條八十一乘之四除之又十除之又十一除之得
數爲第六條次置第六條一百二十一乘之四除之又十二除
之又十三除之得數爲第七條次置第七條一百六十九乘之
四除之又十四除之又十五除之得數爲第八條次置第八條
二百二十五乘之四除之又十六除之又十七除之得數爲第
九條次置第九條二百八十九乘之四除之又十八除之又十
九除之得數爲第十條次置第十條以三百六十一乘之四除
之又二十除之又二十一除之得數爲第十一條併十一條之

割圓密率捷法

一

數得總數卽圓周

按此卽後通弦求弧背法也三因通徑卽圓內容六等邊之周數也圓內容六等邊每邊與半徑等故省比例乘除之數其四除各次所通用也初次加二除三除二次加四除五除皆依次遞加一數以爲法也初次用九乘二次用二十五乘皆依次遞加二數自乘以爲法也三自乘爲九三加二得五五自乘爲二十五下仿此此以通徑數至億者爲例故遞求至十一條遇通徑數小者次數可省若依各數遞加爲法求至無窮皆能得其密數也

割圓率捷法卷一

弧背求正弦

法以弧背本數爲第一條次以半徑爲連比例第一率弧背爲連比例第二率求得連比例第三率次置第一條以三率乘之一率除之得第四率數二除之又三除之得數爲第二條應減另書之次置第二條以三率乘之一率除之得第六率數四除之又五除之得數爲第三條應加書於第一條之下次置第三條以三率乘之一率除之得第八率數六除之又七除之得數爲第四條應減書于第二條之下第一條第三相併第二條

第四條相併兩總數相減得數卽正弦

按此以連比例遞求四六八率以加減二率也四率用二除三除六率用四除五除皆依次遞加一數以爲法也四率爲減六率爲加八率又爲減相間以爲消息也數小者尙可省數大者依次求之建功案此加減乃西法通例也若援古開方例以正負別加減于二四六八等應減之條爲負數用斜畫作誌似較另書之例甚便且無混淆之慮

弧背求正矢

法以半徑爲連比例第一率弧背爲連比例第二率求得連比例第三率二除之得數爲第一條次置第一條以三率乘之一率除之得第五率數三除之又四除之得數爲第二條應減另書之次置第二條以三率乘之一率除之得第七率數五除之又六除之得數爲第三條應加書于第一條之下次置第三條以三率乘之一率除之得第九率數七除之又八除之得數爲第四條應減書于第二條之下第一條第三相併第二條第四條相併兩總數相減得數卽正矢

按此以連比例遞求五七九率以加減三率也三率用二除

割圓率捷法卷一

五率用三除四除亦依次遞加一數以爲法也加減亦相間爲消息也其法大概與求正弦同

弧背求通弦

法以弧背本數爲第一條次以半徑爲連比例第一率弧背爲連比例第二率求得連比例第三率次置第一條以三率乘之一率除之得第四率數四除之又二除之又三除之得數爲第二條應減另書之次置第二條以三率乘之一率除之得第六率數四除之又四除之又五除之得數爲第三條應加書于第

割圓密率捷法

四

一條之下次置第三條以三率乘之一率除之得第八率數四除之又六除之又七除之得數爲第四條應減書于第二條之下第一條第三條相併第二條第四條相併兩總數相減得數卽通弦

按此法與求正弦法同但通加一四除耳若四除第三率爲常用之數則每次之四除可省通弦求弧背同此

弧背求矢

法以半徑爲連比例第一率弧背爲連比例第二率求得連比

例第三率四除之又二除之得數爲第一條次置第一條以三率乘之一率除之得第五率數四除之又三除之又四除之得數爲第二條應減另書之次置第二條以三率乘之一率除之得第七率數四除之又五除之又六除之得數爲第三條應加書于第一條之下次置第三條以三率乘之一率除之得第九率數四除之又七除之又八除之得第四條應減書于第三條之下第一條第三條相併第二條第四條相併兩總數相減得數卽矢

割圓密率捷法

五

按此法與弧背求正矢同但通加一四除耳若四除第三率爲常用之數則每次之四除可省矢求弧背亦同

通弦求弧背

法以通弦本數爲第一條次以半徑爲連比例第一率通弦爲連比例第二率求得連比例第三率次置第一條以三率乘之一率除之得第四率數四除之又二除之又三除之得數爲第二條次置第二條九乘之又以三率乘之一率除之得第六率數四除之又四除之又五除之得數爲第三條次置第三條二

十五乘之又以三率乘之一率除之得第八率數四除之又六除之又七除之得數爲第四條次置第四條四十九乘之又以三率乘之一率除之得第十率數四除之又八除之又九除之得數爲第五條次置第五條八十一乘之又以三率乘之一率除之得第十二率數四除之又十除之又十一除之得數爲第六條次置第六條一百二十一乘之又以三率乘之一率除之得第十四率數四除之又十二除之又十三除之得數爲第七條次置第七條一百六十九乘之又以三率乘之一率除之得第十六率數四除之又十四除之又十五除之得數爲第八條併諸條得總數卽弧背

割圓率捷法卷一

六

按此卽前圖徑求周所用之法也若二率與一率等則比例可省諸法不論求弧線求直線但視第幾條得數首位已在單位下便可住若首位尙在單位前者須依次再推方密

正弦求弧背

法以正弦本數爲第一條次以半徑爲連比例第一率正弦爲連比例第二率求得連比例第三率次置第一條以三率乘之

一率除之得第四率數二除之又三除之得數爲第二條次置第二條九因之又以三率乘之一率除之得第六率數四除之又五除之得數爲第三條次置第三條二十五乘之又以三率乘之一率除之得第八率數六除之又七除之得數爲第四條次置第四條四十九乘之又以三率乘之一率除之得第十率數八除之又九除之得數爲第五條次置第五條八十一乘之又以三率乘之一率除之得第十二率數十除之又十一除之得數爲第六條次置第六條一百二十一乘之又以三率乘之一率除之得第十四率數十二除之又十三除之得數爲第七條次置第七條一百六十九乘之又以三率乘之一率除之得第十六率數十四除之又十五除之得數爲第八條併諸條得總數卽弧背

割圓率捷法卷一

七

按此法與通弦求弧背法同但通省一四除耳

正矢求弧背

法倍正矢爲第一條次以半徑爲連比例第一率倍正矢爲連比例第三率三率自乘一率除之得第五率數三除之又四除

之得數爲第二條次置第二條四因之又以三率乘之一率除之得第七率數五除之又六除之得數爲第三條次置第三條九因之又以三率乘之一率除之得第九率數七除之又八除之得數爲第四條次置第四條十六乘之又以三率乘之一率除之得第十一率數九除之又十除之得數爲第五條次置第五條二十五乘之又以三率乘之一率除之得第十三率數十一除之又十二除之得數爲第六條次置第六條三十六乘之又以三率乘之一率除之得第十五率數十三除之又十四除之得數爲第七條次置第七條四十九乘之又以三率乘之一率除之得第十七率數十五除之又十六除之得數爲第八條併諸條得總數又爲連比例第三率與連比例第一率半徑相乘開平方得連比例第二率卽弧背

按此法與通弦正弦求弧背之理同惟多一開平方耳除法始于三四乘法遞加一數以自乘用數小異焉

矢求弧背

法置矢八乘之卽四乘又二乘得數爲第一條次以半徑爲連比例第

一率第一條爲連比例第三率三率自乘一率除之得第五率數四除之又三除之又四除之得數爲第二條次置第二條四乘之又以三率乘之一率除之得第七率數四除之又五除之又六除之得數爲第三條次置第三條九乘之又以三率乘之一率除之得第九率數四除之又七除之又八除之得數爲第四條次置第四條十六乘之又以三率乘之一率除之得第十一率數四除之又九除之又十除之得數爲第五條次置第五條二十五乘之又以三率乘之一率除之得第十三率數四除之又十一除之又十二除之得數爲第六條次置第六條三十三乘之又以三率乘之一率除之得第十五率數四除之又十三除之又十四除之得數爲第七條次置第七條四十九乘之又以三率乘之一率除之得第十七率數四除之又十五除之又十六除之得數爲第八條併諸條得總數又爲連比例第三率與連比例第一率半徑相乘開平方得連比例第二率卽弧背

按此法與正矢求弧背同但第一條加一四因餘加一四除

耳以上九法皆至精至密任有圓線求直線有直線求圓線雖推至無窮靡不合也但遇設數大者推算次數較多故增後法

餘弧求正弦正矢

視所設之弧過四十五度者與象限弧相減得餘弧次用餘弧按弧背求正矢正弦法求得餘弧正矢爲本弧餘矢與半徑相減卽得本弧正弦求得餘弧正弦爲本弧餘弦與半徑相減卽得本弧正矢

餘矢餘弦求本弧

視所設正弦正矢數大于四十五度者與半徑相減得餘矢餘弦次用餘矢餘弦按正矢正弦求弧背法求得弧背爲餘弧與象限弧相減卽得本弧

以上二法施之弧背求正弦正矢已爲省便施之正矢正弦

求弧背尙有不能省便者故又設後法

借弧求正弦餘弦

餘弦卽半徑正矢之較三角形用正矢甚少故借弧求餘弦

視設弧過三十度至六十度內者借四十五度之弧背與所設

弧背相減得較弧背按前法求得較弧之正弦正矢次以半徑爲一率借弧之弦線正弦餘弦數同爲二率較弧之正弦正矢相加減設弧小于借弧求正弦則加求餘弦則減設弧大于借弧求正弦則減求餘弦則加爲三率求得四率爲弦較與借弧弦線相加減設弧小于借弧求正弦則減求餘弦則加設弧大于借弧求正弦則加求餘弦則減得數爲設弧正弦餘弦

借正弦餘弦求弧背

有正弦求弧背視正弦在十分半徑之三之內者用本法求之過十分半徑之九者用餘矢求本弧法求之若過十分半徑之三至十分半徑之六者借三十度之正弦餘弦用之若過十分半徑之六至十分半徑之八者借四十五度之正弦餘弦用之若過十分半徑之八至十分半徑之九者借六十度之正弦餘弦用之法先求得本弧餘弦然後以本弧正弦與借弧正弦相減得正弦較爲股以本弧餘弦與借弧餘弦相減得餘弦較爲勾求得弦爲較弧通弦次按前通弦求弧背法求得弧背爲較弧與借弧相加減本弧正弦大于借弧正弦爲加小于借弧正弦爲減卽得本弧有餘弦求弧背以餘弦爲餘弧正弦如前求得弧背爲本弧之餘弦與

象限弧相減即得本弧

割圓密率捷法卷一

上

割圓密率捷法卷一終

割圓密率捷法卷二

用法

今之法所以密於古者以其能用三角形也然三角形非八線表不能相求若一時不得其表雖精于其法者亦無從措手惟用此法以之立表則甚易以之推三角形則不用表而得數與用表者同其用可謂溥矣爰著法數條如左

角度求八線

設圓半徑一千萬求四十三度二十一分五十秒之正弦幾何

割圓密率捷法卷二

一

法以周天度化為一百二十九萬六

千秒為一率倍圓周定率通徑設為二千萬倍

于定率故圓周定率亦倍之得六千二百八十三

萬一千八百五十三為二率設度化

為一十五萬六千一百一十秒為三

率乘除得四率七百五十六萬八千

四百二十六小餘三帶小餘一位單位數方密後仿此為弧背角度為旋轉一周之虛數弧背為半徑上

圓周之為第一條書右次以半徑一千萬為連比例第一率第

四率弧背

七五六八四二六

三率角度化秒

一五六一一〇

二率倍圓周定率

六二八二八五三

一率周天秒

一二九六〇〇

左 七二二五四三八條二第
二八二〇條四第
七二二八二七八

右 七五六一四二六三條一第
二〇六九四〇條三第
二二條五第
七五八九一二二正

七五八九一二二正
七二二八二七八
六八六六二九四七

得六率數二十除之與四除之又五得二萬零六百九十四為除之同餘仿此

一條即弧為連比例第二率乘除得連比例第三率五百七十二萬八千一百零七為比例常用之數次置第一條以三率乘之一率除之得四率數六除之與二除之又得七十二萬二千五百四十五為第二條書左

割圓策捷卷二

二

第三條書右次置第三條以三率乘之一率除之得八率數四

十二除之得二百八十二為第四條書左每次得數降二位第四條數倘有三位須

求第五條數次置第四條以三率乘之一率除之得十率數七十二條之得二為第五條書右第五條數止一位第六條次併右

三條得總數七百五十八萬九千一百二十二併左二條得

總數七十二萬二千八百二十七置右總數減左總數得六

百八十六萬六千二百九十五小餘七進為一在舊法當一減

應減者書左只用加二即四十三度二十一分五十秒之正弦

線也

左 三八八條二第
〇二條二第

右 二八五五五二條一第
三八八
二八五五五二條一第
四〇七七〇條一第
〇二
四〇七六八條一第

一率周天秒 一二九〇〇〇
二率信圓周定率六三八三五三
三率較度化秒 五八九〇
四率較弧背 二八五五五二

又法借四十五度與所設弧度相減餘一度三十八分十秒為較度化秒比例得較弧背二八五五五二先求正弦以弧背為第一條書右次以半徑為連比例第一率第一條為連比例第二率求得連比例第三率八一五四為比例常用之數次置第一

割圓策捷卷三

三

條以三率乘之一率除之得四率數

六除之得三八為第二條書左

條得數僅二位而比第一條數降四位則第三條數必降至奇零下即無

求左右二條相減得二八五五五六

四為較弧正弦次求正矢置前所得

第三率之數二除之得四七七為第一條書右次置第一條

以三率乘之一率除之得五率數十二除之得小餘二為第二條書左右二條相減得四〇七六為較弧正矢次以半徑