

声学译丛

总第6号

超声物理

2

上海市物理学会声学工作委员会主编
上海市科学技术翻译馆出版

声学译丛 总第6号

超 声 物 理

第 2 輯

上海市物理学会声学工作委员会主編

*

上海市科学技术編譯館出版

(上海南昌路59号)

新华书店上海发行所发行 各地新华书店經

商务印书館上海厂印刷

*

开本 787×1092 1/16 印张 7 3/4 字数 230,000

1963年3月第1版 1963年3月第1次印刷

印数 1-3,000

編 号 : 5003 • 77

定 价 : 1.35 元

出版說明

《声学譯丛》在1962年出版了五册，即声学譯丛之一——超声物理、声学譯丛之二——超声检测、声学譯丛之三——超声加工及处理、声学譯丛之四——建筑声学和声学譯丛之五——超声诊断。为了使本譯丛的出版更有系統以便利讀者了解譯丛的全貌起見，我們决定对譯丛的体系作如下的調整：

一、《声学譯丛》每期都編有总号，說明譯丛的总册数。

二、《声学譯丛》暫分为：“超声物理”、“超声在工业上的应用”（包括超声检测、超声加工及处理）、“超声医学”（包括超声诊断和治疗）、“建筑声学”和“电声学”等五种。每一种另編分号，說明每种的輯数。

三、1962年已出版的五册，編为本譯丛总第1—5号。本輯編为总第6号，今后編号順序依此类推。現將已出版的和今年上半年度的出版計劃按譯丛的新体系列表于后：

附表：声学譯丛体系及出版情况

总 編 号	譯 丛 名 称 及 分 号	出 版 情 况
声学譯丛总第 1 号	超声物理(1) (原称：声学譯丛之一——超声物理)	已 出 版
声学譯丛总第 2 号	超声在工业上的应用(1) (原称：声学譯丛之二——超声检测)	已 出 版
声学譯丛总第 3 号	超声在工业上的应用(2) (原称：声学譯丛之三——超声加工及处理)	已 出 版
声学譯丛总第 4 号	建筑声学(1) (原称：声学譯丛之四——建筑声学)	已 出 版
声学譯丛总第 5 号	超声医学(1) (原称：声学譯丛之五——超声诊断，分五个分册出版)	陸續出版中
声学譯丛总第 6 号	超声物理(2)	即 本 輯
声学譯丛总第 7 号	超声物理(3) (换能器專輯)	将于1963年3月出版
声学譯丛总第 8 号	超声在工业上的应用(3) (超声检测專輯)	将于1963年4月出版
声学譯丛总第 9 号	超声在工业上的应用(4) (超声加工及处理專輯)	将于1963年4月出版
声学譯丛总第10号	建筑声学(2)	将于1963年5月出版

目 录

1. 声学在国民經济中的作用及其任务	1
2. 用脉冲干涉法測量超声波在液体中的速度	3
3. 固体和液体中超声波速度的測量方法	4
4. 脉冲迭加法測量固体超声波速度	6
5. 用超声波作波长的精密測定	11
6. 关于在密集气体中声速的温度关系	12
7. 液体及其饱和蒸汽中声速間的关系	14
8. 若干液体中超声波速和絕热压缩系数随温度变化的研究	16
9. 应用压电石英楔測量超声波在液体中的吸收	21
10. 有关干涉仪法測量超声吸收的說明	22
11. 圆柱形与矩形波导管中超声衰减理論	23
12. 各种駐波比的超声波的光学繞射現象	34
13. 用光学方法研究超声波波形	38
14. 超声脉冲的声压振幅和波形的光学測量	47
15. 气悬体中运输过程对衰减和頻散的效应	50
16. 关于在气溶胶声波凝聚現象中的湍流作用問題	54
17. 共振气柱中的周期性激波	55
18. 关于超声波通过两种固体介质分界面的波型轉換問題	65
19. 若干扭轉振动系統的理論研究	70
20. 振动分子能級激发的弛豫	74
21. 有限振幅超声波在液体中傳播的若干問題	77
22. 关于有限振幅超声波在液体中的傳播速度問題	93
23. 脉冲方法在測量液体中有限超声波之畸变中的应用	96
24. 各种因素对于用超声波 (336 千赫) 观察到的热效应量值的重要性	101
25. 超声空化 (評論)	105
26. 大超声强度时空化气泡的动态	116
27. 关于发现液体中空化現象的簡單方法	118
28. 超声发生器中空化强度的变化	120

1. 声学在国民经济中的作用及其任务

Аку. Ж., VIII, 1: 3~6 (1962) [俄文]

在社会主义经济体系的条件下,科学、技术的进步能促使一切天然资源和能量更有效地用于为人类造福;科学的运用成为社会劳动生产力蓬勃增长的决定性因素。

在社会主义社会中科学对技术和工艺给以如此大的影响,科学和技术的相互渗透是如此之深刻,以致使技术方法,特别是工艺方法的发展和古今科学部门的发展非常有机地结合起来。那些介于不同科学部门之间可以称为边缘科学的领域具有特别大的意义,因为就在这里经常可以发现一些新的事实,出现一些新的途径,产生一些新的利用科学方法来建立某些新的工艺过程的可能性。

除此之外,技术的巨大发展转而给予科学研究方法以非常强烈的影响。近代科学研究经常借助于一些非常复杂强大的技术和工艺装置来完成的,这种装置是如此的复杂和强大以致于使得在“纯科学”和“实用科学”意义之间的界限也消除了,有时这种界限也很难区分。而且,新的工业生产设备经常是经过周密思考的,理论上深思熟虑过的,并且全面进行过的大规模科学试验而完成的。

现在,我们来谈一下声学在苏联国民经济中的作用及其任务。

声学是一门综合性和多科性的科学技术学科,它和其他许多科学技术部门都有很紧密的联系。声学的多科性以及它的多类性是如此之大,以致有时会产生这样问题:声学到底是否存在?事实上那些特别专业化的、独立发展的声学,例如:物理声学、建筑声学、生理声学、生物声学、电声学以及其他等等是否是不存在呢?当然并不如此。除了本身的多类性外,声学同时又是一个把理论方法和实验方法统一起来的科学范畴,这些理论和实验方法是非常独特的,并且经常被用来充实其他许多科学技术部门。声学方法在目前不仅是建立各种技术设备的基础,而且还是认识自然的重要工具之一。声学的极端重要性和意义在于它的内部统一性以及实际运用的多类性。这也就确定了它对我们社会的重要性。

我们很难在一篇短短的文章中来详细地研究各种声学概貌,并分析其在创造共产主义物质技术基

础中的相对作用和重要意义。我们只能根据目前的科学技术情况来列举一些基本任务并拟定某些首要的措施。

首先我们来看一下声学工艺学概貌,以及那些能直接提高工业过程效率的声学方法。在这里,基本的任务是要深入而又全面地研究超声波和声波工艺方法以及相应的物理和物化现象。由这种研究能得到对下列方法,从生产率观点来看最适宜和最经济的规范,这些方法是:超声波烘干材料、超声波清洗零件、超声波切削、超声波及声波乳化、超声波及声波分解和离析材料以及其他等等。现在超声波切削的速度已接近于用其他较精确细致加工方法时所达到的速度了。超声波清洗零件也能在基本费用减少一半的情况下,使劳动生产率提高一倍;超声波干燥在一系列情况下使干燥过程能在常温下进行,并提高干燥的速度1~2倍。虽然超声波及声波方法现在已经广泛地应用到工业中去,但是对我们来说还只是个开端,而它的发展远景是很巨大的。

工业废料(气体和液体)的分离及消毒的声学方法同样是很有发展前途的,它们不仅原则上完全符合卫生要求,而且能回收目前生产过程中浪费的珍贵物质。这里基本的任务将是找出有利于大规模应用的经济方法。

工艺声学是如此的重要,除了在现有的科学研究机关、大学以及工业企业的实验室中组织个别问题的研究外,在最近时期内还必须组织一些指定为解决工艺声学中根本问题的科研机构。

我们应注意到,到现在为止声学方法能否用于农业工艺学中的研究工作还做得非常不够,这一个空白点必须填补。

声学方法对于工艺过程的检测和控制技术课题的解决也具有特别大的意义。声学检测方法的优点在于它的易于广泛运用、没有危险性、对所检测的产品不起破坏作用、连续性以及其他等等。在工艺过程的控制系统中声学方法的优点在于:它的灵活性和多样性、能在侵蚀介质中工作,易于建立待测量的远距传送机。声学控制方法也能用于传送带上,例如按噪声特征的挑选废品和联动机。所有这一切都

指出，把工业工艺中检测和控制用的声学系统和声学仪器作得更完美乃是头等重要任务之一。

声学检测方法在交通运输方面——铁路、水路、公路、航空等方面——也具有很重要的意义。应当广泛地采用轨道状态的连续性声学检测方法；而在装载大批货物及旅客的汽车运输和航空运输中用来检测器材状态的仪器，也要进一步改善并在实践中大量采用。

在通讯技术和工艺中，声学的意义也是众所周知的。如果不改进电话装置电声学元件的参数，那在最近十年内，就不可能解决关于提高城市和居民点大批电话设施的质量并减少其成本的问题。为了解决压缩长途电话线这一基本任务，需要在语言的分析 and 综合方面进行广泛的科学技术研究工作，需要找出从质量和经济观点来看都是有利的电码记号。这些问题都是与用语言信号系统来控制机械和器具的问题，并与生理声学和语言声学的问题紧密地交织在一起。声学科学和声学技术的这些方面应该得到迅速广泛的发展。

解决工业上、运输业上以及城市建设事业上的噪音，在目前已成为一个非常尖锐的问题了，在生产、运输以及日常生活中动力装备的不断增长，工艺过程的强化，速度的增加——所有这一切都会使噪音增大，达到扰乱或者甚至危险的程度。解决噪音问题必定会成为近二十年内苏联声学的基本任务之一。在机器制造业方面，基本任务之一就是要确保所制造的机械、机器、工艺过程以及运输装置的无噪音。事实上现在已产生了一门新的技术学科——机器制造声学。不久，声学实验室将成为每个大型机器制造企业中不可缺少的组成部分。在操作过程中还不能避免噪音的地方，研究声学的卫生措施、隔音以及研究从事有噪音生产的工作人员的防声和防振方法，都有特别重大的意义。现在已很清楚，噪音和振动是不合理结构机械的特征。有噪音和振动的机械不仅不卫生，而且不耐用，有时可能还不安全。

所有这一切都指出，克服噪音和振动的问题应该在最近二十年内得到有效的解决。这里就象在工艺声学情况下一样；除了在工业企业中广泛发展声学部门外，组织专门性的科学研究机关来研究机器制造声学、消除噪音和振动的方法以及其他等等看来是很必要的。

在城市建筑的工程实践中，声学的作用是非常大的。正确地来规划整个城市运输干道的合理定线、规划小区域、利用绿化地带把居住区和喧闹区分

隔开来——所有这一切都需要声学计算。在最近几年，声学家和城市建设家们，为了避免犯将来很难改正的错误，应该一起进行艰巨的研究工作。

我们再看看建筑事业中的一些声学问题。由于在住宅建筑和工业建筑中广泛地使用轻而便宜的建筑结构，不仅使目前房屋的相互隔音作用显著减小，也影响了住宅的舒适感和恶化了企业中的声学条件。因此，在最近几年内制订一些措施来保证使新型结构楼房中有较高的声学 and 振动学的水平，乃是建筑声学中最重要的任务。必须指出，在一系列情况下，必须采用吸音结构物和吸音材料才能减少房屋内的噪音。深入研究吸音材料和吸音物，大量生产它们并把它们广泛地采用到建筑实践中去，应该成为声学 and 建筑工业的主要任务之一。

在保障苏联人民文化需要方面，声学的作用也是相当大的。其基本任务在于电声学和建筑声学方面。要在那些大量的私用设备中如：在收音机、电视机中，和在留声机或磁带录音机的重放时，能获得高质量的音响，包括立体声效的音响在内——这都是电声学的任务，这方面必须迅速不断地发展。现在如果不利用复杂而又高度发展的立体声效的声重放以及声扩大，那就很难给剧院、音乐厅、会议厅、电影院以及电视电影院内的观众提供一种舒适的感觉条件。供广大居民用的公共设施，要求建造一些大型的或特大型的剧场和会议厅。设计这样一个礼堂乃是一项特殊性的建筑声学 and 电声学的问题。对这一切问题都需要进行经常性的研究工作和工程实践工作，并且要非常重视它们。各种电气音乐乐器的制作以及它们的大批生产，同样是一个非常专门和重要的问题。

声学在保障苏联人民的健康方面也应该起相当大的作用。大批生产高质的助听器是很重要的，然而，其它各种利用声学原则作根据的诊断和治疗方法也应当受到同样的重视。对它们应该进行广泛的研究并应用到医疗实践工作中去。

很显然，如果不广泛进行具有共同性的一些基础理论方面和试验方面的研究工作，就不可能使声学的实际运用能得到这样广泛和多方面的发展。因此，关于声在各种介质中的传播、声在传播时的非线性现象、声学流体力学和热声学现象、声和物质的相互作用、人的听觉和其它声学生物学和声学生态学方面的研究，以及其它等等都将起很大作用。所有这些研究都应该得到发展，指导着技术研究方向。最后，在其它知识部门，如声学地球物理学，声学海

洋学和其它等的声学方法的研究,也应该得到广泛的发展。

从以上所述来看已经很清楚地知道,苏联声学家应该进行大规模的工作,其中不仅包括研究和工程技术的工作,而且还包括一些组织和教育的工作。我们姑且不谈科学研究机关,只拿工业生产部门来说,就在最近几年内要求整批具有熟练技艺的声学专门人材。这就促使那些培养各种声学专门人材的高等、中等学校要大大地增加招生名额,促使增加出

版有关声学方面的教学、科学、技术以及通俗的参考书籍,增加声学专业杂志的数量、篇幅以及它们出版份数。为了吸收广大的科学技术界的人士参加这一项重要而又多方面的工作,可能就必須把在苏联国内组织声学协会这一问题提到日程上来。可以确信,苏联声学家将顺利地解决在他们面前的这些复杂、多样而又是非常有意义的任务,而且还将在苏联建设共产主义社会的事业中作出重大的贡献。

(奚声韵摘译 孙熙民审校)

2. 用脉冲干涉法测量超声波在液体中的速度

Г. Н. Феофанов

Труды семинара по физике и применению ультразвука, 173~176 (1958) [俄文]

在许多情况下,对超声波在液体中的传播进行研究时,必须同时测量超声波的吸收和速度。

通常是用脉冲法来进行这类测量的,即借助于测定超声脉冲在液体中的传播时间来测量声速。用这种方法测量速度的精确度是较低的。

在实验室中我们研究和试验了一种脉冲装置,它能以较高的精确度同时进行超声波吸收和速度的测量。在装置中,对超声吸收是用通常的脉冲法来测量的,而对声速则用其精确度不亚于一般的超声干涉仪的方法来测量。这种方法称为脉冲干涉法。

图1所示是装置方框图。在测量吸收时(关向位置2),这是通常的脉冲装置。其中1. 工作在自调制状态的主控振荡器,2. 放大级,4. 石英辐射器(同时可作接收器),5. 反射器,6. 接收器,7. 示波器,它用主控振荡器1的脉冲触发扫描。

测量速度时(关向位置1),主控振荡器1工作

在连续状态。它的振动输入到放大级2,这时放大级2起着“开关”电路的作用,它仅在从调制器3输入短促的控制脉冲时,方使主控振荡器的振动通过。石英辐射器4(接“开关”电路输出端)上产生了如图2所示的振动。

在脉冲“a”间有不大的剩余电压“b”,它是由“开关”电路不完全关闭所引起的。这个剩余电压的振幅是可以调节的。石英向被测液体辐射超声脉冲,经反射器5反射,回到此石英上,与剩余电压迭加。反射脉冲的振动相位决定于石英-反射器间的距离和液体中的波长。当平稳改变此距离时,由于干涉,在石英上(此时接收反射脉冲)将发生电压“c”的周期性脉动,显然,脉动的周期应与反射器位移 $\lambda/2$ 相对应,这里 λ 为被测液体中的超声波波长。

石英两端接到调谐于工作频率的接收器6。在接收器内,信号按中频放大、检波、再经视频放大器

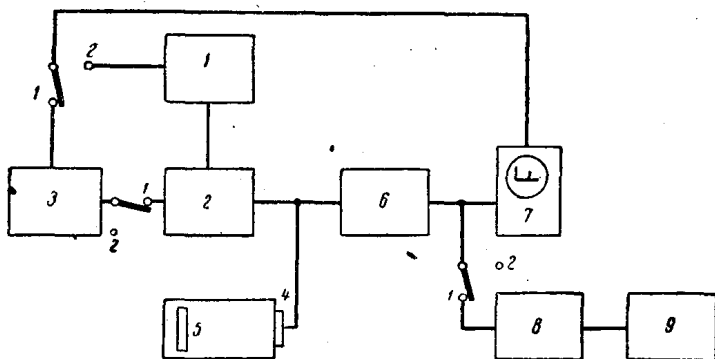


图1 测量超声波在液体中速度和吸收的脉冲装置方框图

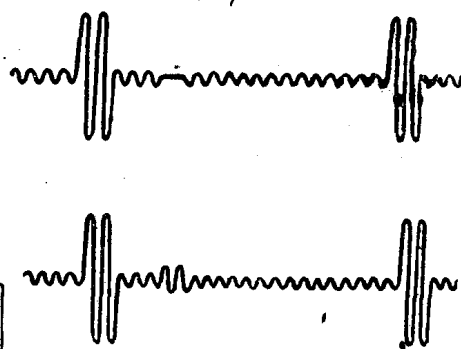


图2 在石英接收-辐射器上的振动时间图

放大。因为视频放大器截断了检波器负载上由剩余电压 «b» 产生的直流成份,所以当移动反射器时,视频放大器输出端的反射脉冲不仅有大小的变化,而且也有符号的变化。接收器输出端与示波器 7 的垂直偏向板连接;在测量速度时,示波器是由与«开关»电路开启同步的调制器 3 来触发扫描。测量速度的过程可以归结为在反射器移动距离 d 时,计算反射脉冲脉动数 n 的过程。此时速度的数值由下式确定:

$$a = \frac{2d}{n} f \quad (1)$$

其中 f 为超声振动频率。

在计算干涉极大值时,仅受到超声波在被测液体中吸收的大小的限制。当吸收小和频率高时,此数可达几千。为了使干涉极大值的计算简便起见,在线路中加进了电机计数器 9。时间选择器 8 是用来防止探测脉冲和由于反射器的多次反射所产生的脉冲加到计数器上。

上述装置除了能同时测量吸收和速度外,还具有比通常的驻波干涉仪优越之处,即它能以较高的精确度来测量在强吸收液体中的声速。这是由于驻波干涉仪的原理是基于在它表面形成波节和波腹时阻抗的变化。在强吸收液体中反射波振幅与辐射波振幅已不可比拟,而石英上阻抗的变化则小得无法测量。

在脉冲干涉仪中,由液体吸收所引起的反射脉

冲的减弱,可由接收器的放大来补偿。其次,因为剩余电压的振幅可在一定范围内调节,很容易使它与接收脉冲振幅相比拟。因此,即使当液体吸收很大时,调制深度亦足以可靠地计算脉动数。

从公式(1)知道,测量速度的精确度决定于测定量 f 、 n 和 d 的精确度。

为了提高主控振荡器的频率稳定度,采取了专门的措施(装置加热 40 分钟后,频率漂移不超过 10^{-5}),同时为了精确地测量频率,利用外差式波长计可使频率 f 精确到 10^{-5} 。

在线路中引用电机计数器可以消除测定 n 时的误差,同时也大大缩短了测量时间。

当消除了测定 n 时的误差和振荡器有很好的稳定度时,测量速度的精确度将仅仅决定于用来移动反射器的测微螺钉的质量。优良的测微螺钉测定距离 d 的精确度可达 0.001 毫米。当 d 为几个厘米时,测定 d 的误差为 $10^{-4} \sim 10^{-5}$ 。

因此,用脉冲干涉法测量超声波速度的精确度可达 0.01%。

在检验装置的过程中发现,为了实现这样的精确度,被测液体必须有很好的恒温调节(精确度不低于 0.05°C),同时所用的测微螺钉要用低温度系数的材料制成。

(沈保罗译 杜功焕审校)

3. 固体和液体中超声波速度的测量方法

И. И. Первушин, Л. П. Филиппов

Аку. Ж., VII, 3: 385~387 (1961) [俄文]

本文所提出的测量方法是变相的干涉法,但同时具有脉冲法的一般特点,可以利用它来测量吸收。

此法与 Феофанов^[1] 提出的脉冲干涉法很相似,它们间的区别跟固定距离的干涉仪与一般干涉仪的区别相同。

方法的实质归结如下。装置(图 1)的声学部份是压电石英 1,它是粘在被测固体材料 2 的侧面,或放在液体中平行于反射面,并与后者相隔一定距离。石英 1 激发出形如图 2 的高频调制电压。此时«背景»(фона)的振幅 e 和«脉冲» E 的大小约差二个数量级。为了形成这样的电压,把振荡器 3 产生的载频的正弦振动输入至调制器 5,在那里与脉冲发生

器 6 输入的 II 型脉冲调制。(«背景»在 II 形脉冲间隔中通过调制管,因为此时电子管不是完全关闭的。)

用波长计 4 来测量频率。压电板上的电压经放大器 7 放大,然后经检波器 8 在带有触发扫描的示波器 9 的屏上观察。在屏上获得的典型图象见图 3。第一个高峰相应于激励压电元件的脉冲,以下是声脉冲多次反射的结果。在示波器上观察到的它们的振幅,决定于由声脉冲转换的电讯号与输入到石英上之«背景»电压间的干涉(考虑到介质的吸收,转换时减弱了的脉冲振幅与«背景»振幅差不多,而«背景»反射的振幅由于同样原因已很小,可忽略)。当

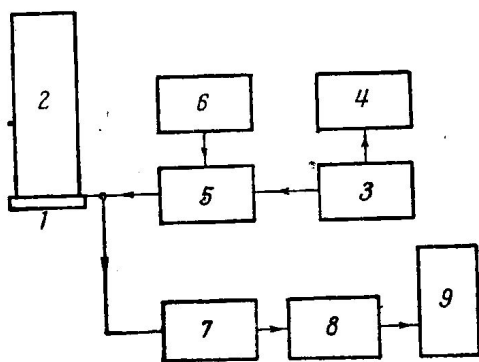


图 1

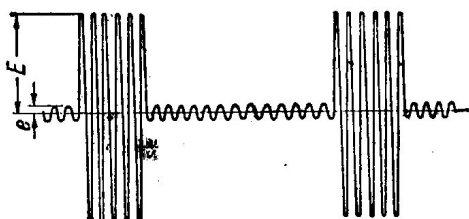


图 2

“背景”与脉冲的高频填充讯号位相相同时，相应的振幅相加，反位相时，相减。“背景”与脉冲填充讯号间的位相差由声脉冲在介质中通过的时间决定，因此等于

$$\Delta\varphi = \omega t_0 = \frac{2Kl\omega}{C} \quad (1)$$

其中 ω ——角频率， l ——样品长度（或至反射体的距离）， C ——超声波速度， K ——脉冲从界面上的反射次数。当 l 不变时，对一定的脉冲，其干涉的条件仅依赖于输入电压的频率 ω 。当频率改变时位相差 $\Delta\varphi$ 也将变化，变化的次数即为 2π 的倍数。我们在示波器上观察这些脉冲振幅时，其最大值和最小值也改变同样的次数。假设以频率为 ν_1 时产生的振幅最大值开始计数，而另一个是第 n 次——频率

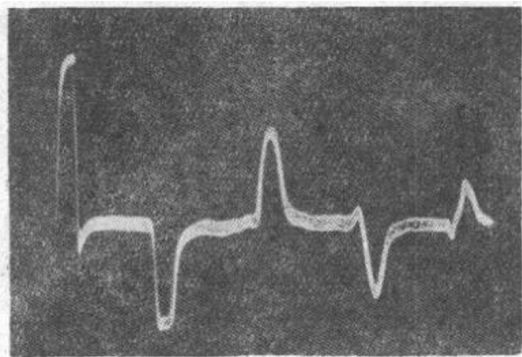


图 3

为 ν_2 时，于是由条件

$$\Delta\varphi_1 = 2\pi\nu_1 \frac{2Kl}{C} = 2\pi m$$

$$\text{和 } \Delta\varphi_2 = 2\pi\nu_2 \frac{2Kl}{C} = 2\pi(n+m)$$

我们得到确定超声波速度的公式

$$C = \frac{2Kl(\nu_1 - \nu_2)}{n} \quad (2)$$

因此，速度的测量归结为仅是测量频率差。在固体和液体介质中石英可以激发足够宽的频率范围，观察到的振动次数 n 可以达到很大（几十和几百）。频率 ν_1 和 ν_2 的差取得足够大，可相应地提高测量的精确度。例如在固体横振动实验中，频率为 3 兆周时 n 可近似等于 200，在相同条件下频率差值的最大误差为 0.03%。

本法的应用 Первущин^[2] 有过详细的研究。下面列出的是他们获得的一些结果。在表中列出了横波在石英板中传播速度的测量结果，它们是利用了第 1，第 2，第 3 和第 4 个反射脉冲 ($t = 20^\circ$)。

反 射 脉 冲 次 数	声 速 米/秒
1	3721
2	3717
3	3735
4	3724
平 均 值	3724

显然，各测量值是非常满意地相符合的。为了作比较，提出根据 Мэзон^[3] 的资料，横振动在石英板中的传播速度等于 3760 米/秒。在不同长度的样品中测量结果的误差，可用下面的数字来说明。8 厘米的钢块中得到的速度等于 3201 米/秒，钢块长为 14 厘米时——3201 米/秒。

20° 时获得的在甲苯中的声速为 1327 米/秒，它与表中数值 1328 米/秒符合得很好^[4]。关于本法实际使用和分析的详细内容见文献^[2]。这里应该指出，在获得上述数字的实验中是没有恒温装置的，利用恒温控制器后可以提高精确度。

当得出公式(2)时是假定速度 C 与频率无关，即没有频散。在频散质介中原则上可应用本法。此时，公式(2)应该适用于小的 $\nu_1 - \nu_2$ 差值（即小的 n ），在不同的平均值 $\bar{\nu} = \frac{\nu_1 + \nu_2}{2}$ 情况下，进行测量，其频带范围在压电元件的共振频率附近，根据所获得的关系 $c = c(\omega)$ 再修正公式(2)。

我們认为,本文介紹的方法簡單,获得的实验結果的精确度又高。本法的实际使用表明,可以把它应用于科学研究和实际工作中。

(沈保罗譯 杜功煥审校)

参考文献

[1] Г. Н. Феофанов. Труды семинара по физике и

применению ультразвука. посвященного памяти проф. М. Я. Соколова. Л. 1958, стр. 173.

[2] И. И. Первушин. Методика измерения скорости ультразвука (дипл. работа) М. Г. У 1959.

[3] У. Р. Мэзон. Пьезоэлектрические кристаллы и их применение в ультразвуке. М. ИЛ. 1952.

[4] Л. Бергман. Ультразвук и его применение в науке и технике. М. ИЛ. 1957.

4. 脉冲迭加法测量固体超声波速度

H. J. Mc Skimin

J. Acoust. Soc. Am., Vol. 33, No. 1, p. 12~16 (1961) [英文]

引言

用超声方法测量固体的弹性模量的技术目前已经非常成熟^[1~3]。通常主要是用高频脉冲技术来测量波速,因为测定了足够数目的波速,再加上密度,便可决定絕热模量^[4]。

其中的基本问题是,要在因衍射及与换能器耦合等而产生的一些效应存在时来求得平面波速度。倘使耦合效应没有减到最小,也未經适当估計,特别是在通常情況下,换能器样品之間粘合物的性质随压强或温度而有很大的变化时,則将造成显著誤差。这个问题已由某些人研究过^[5,6],但常常沒有引起应有的注意。这些論述还描写了考虑到耦合效应的相位比較技术^[7,8]。

本文目的在于叙述一个考虑到换能器耦合效应而相当簡單的方法。所用的具体装置是将一石英晶体粘至样品的一端,这可能是最常用的一种。此外,本文还描述了所用的仪器,并列出了有关熔凝硅石及鍺的有用数据。

方法

1. 迭加技术

考虑图1中换能器-样品的安装方式。倘开始有一短周期射頻脉冲(波列)进入样品,結果将产生一系列如 V_1, V_2, V_3 等所示的回波。

現在,假定每隔 T 秒产生一个相同的脉冲序列,而 T 近似地等于只在样品中来回一次的延迟時間的 (p) 倍。在 $p=2$ 时(图2),所有奇数次回波均以相同的時間間隔出現,而其包迹的展列将如图3所示。精确地調节 T , 使回波相加之幅值达到最大。到于这种“同相”情况, T 就是由 V_1 中的一个波峰对

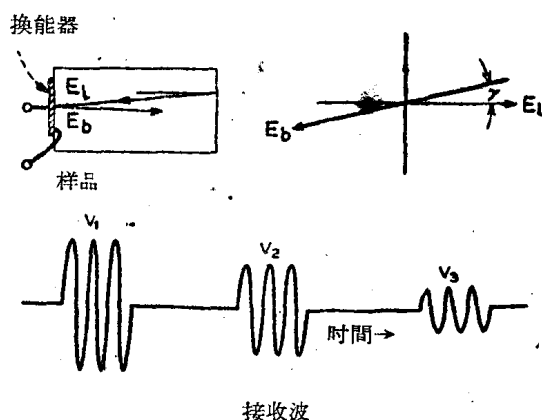


图1 有晶体换能器粘接于一端的样品

V_3 中对应的波峰的时间。由于分辨能力不够或者换能器内部反射而造成脉冲前緣畸变时,就不能确定在这一点涉及的是那一些峰。可是,在“同相”情况下,一般可将 T 用下列方程式表示

$$T = p\delta - (p\gamma/360f) + (n/f) \quad (2.1)$$

上式中, δ 是只在样品內往返一次的延迟時間, γ 是与波在换能器(包括粘合物)处的反射有关的相位角, f 为脉冲射頻頻率, p 为上文所定义的整数, n 可取为正整数或負整数。問題是要找出对应于 $n=0$ 时的 T 值,然后,知道了换能器处的反射相位角(即 γ 已知),就能决定延迟時間 δ 。

2. 位相角 γ 的理論分析

如果組成复合結構(样品,封接物,换能器)的各材料的机械性能为已知,就能計算反射相位角^[3,9],如图4所示。例如,图5表明由 X 切割石英换能器,硅油,熔凝硅石样品組合的結構的相位角 γ ,其封接物具有两种不同的厚度。它們的阻抗值如

$$z_3 = 13.14 \times 10^5 \text{ 力欧姆/厘米}^2 \text{ (熔凝硅石样品)}$$

$$z_1 = 1.37 \times 10^5 \text{ (封接物-DC703 硅油)}$$

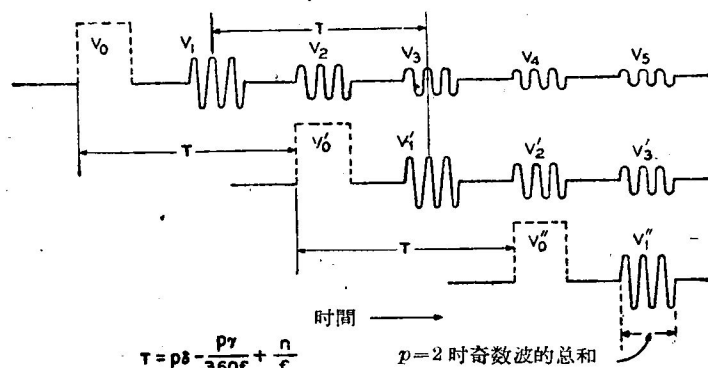


图2 样品內的波

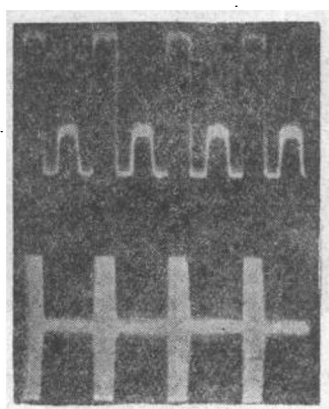
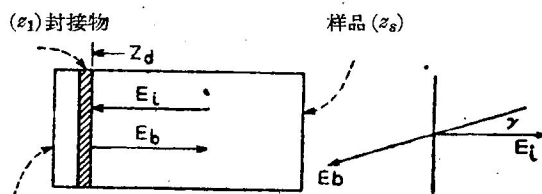


图3 $p=2$ 时的示波器图形

上——表明接收波的包迹 下——所加的射频脉冲
 $z_2 = 15.3 \times 10^5$ (X 切割石英换能器)



换能器 (z_2)

$$z_d = j\epsilon \left[\frac{(z_1/z_2) \tan B_1 l_1 + \tan B_2 l_2}{(z_1/z_2) - \tan B_2 l_2 \tan B_1 l_1} \right]$$

$$\frac{E_b}{E_i} = \frac{z_d - z_s}{z_d + z_s} \text{ (对压强而言).}$$

图4 计算 γ 的方法

3. 相应于 $n=0$ 的重复率频率的测定

从方程(2.1)可以看到, T 的测定值大致是 f 的函数,特别是对较大的 n 值。在下面的讨论中,利用这个事实,可以得到很多便利。

当频率变化时,例如从 f_H 到 f_L , 从方程(2.1)可知,为了保証回波正好以同相加所需的 T 的变化为:

$$\Delta T = \frac{1}{f_L} \left(n - \frac{p\gamma_L}{360} \right) - \frac{1}{f_H} \left(n - \frac{p\gamma_H}{360} \right) \quad (2.2)$$

假定 γ_H 是在石英晶体共振频率时求得的,而 γ_L 是在比它低 10% 的频率时求得的 (即 $f/f_\gamma = 0.9$), 可对不同厚度值 l_1 的封接物算出其相位角, 如表 1 所示。

表1 相位角 γ 的计算值 (表中 $B_1 = 2\pi f / \text{速度}$)

$B_1 l_1$ (度)	$f/f_\gamma = 0.9$	$f/f_\gamma = 1$	
	γ_s (度)	$B_1 l_1$ (度)	γ_H (度)
0	41.2	0	0
10	24.7	11.1	-2.33
20	18	22.2	-4.90
45	6.77	50.0	-14.17
60	3.10	66.7	-27.4
75	0	83.3	-83.3

现在可以对 $n=0$, 以及表 1 中的 γ_L 和 γ_H 值, 来估计 ΔT 。图 6 的曲线表明 $f_H = 20$ 兆赫; $f_L = 18$ 兆赫时, ΔT 与封接物厚度之函数关系, 其厚度以“度数”表示 (即 $B l$)。对于 $p=2$ 的情况, 可注意到 $B l$ 在 0 到的 70° 的范围内时, $-\Delta T$ 是在 0.013 和 0.006 毫秒之間。因此对于由实验测定的所有 T 值, 除了 ΔT 在此范围内的以外, 都可以不加考虑。

对于许多阻抗的组合系统, 仅能测量到一个 ΔT 值在此范围内, 可是当样品阻抗相当低时, 却有两个 ΔT 值可供选择。此时很容易取得 $p=3$ 时的数据, 而与 $p=2$ 时的数据作比较。把方程(2.1)重新写为 $\frac{T}{p}$ 的明显表达式, 则有

$$\frac{T}{p} = \delta + \left(\frac{1}{f} \right) \left[\left(\frac{n}{p} \right) - \left(\frac{\gamma}{360} \right) \right] \quad (2.3)$$

从上式可以看出, $\frac{T}{p}$ 是 $\frac{n}{p}$ 的函数, 所以, 只要 $p=2$

时 n 不为偶数, 在 $p=2$ 和 $p=3$ 的实验数据中就不会出现相同的 $\frac{T}{p}$ 值。因此 $\frac{T}{p}$ 的正确值就可选定 (相应于 $n=0$)。关于这一点, 将在下节阐明。应当注意, 将实验数据和图 6 应所示计算结果比较, 至少可得到封接物厚度的近似值。而知道了厚度, 就可计算等式 (2.3) 中的 γ 值。采用接近于换能器共振频率之波频率的优点, 可从图 5 的曲线看出。对于薄的封接物, γ 很小而可忽略。再者倘连续调节频率, 例如在

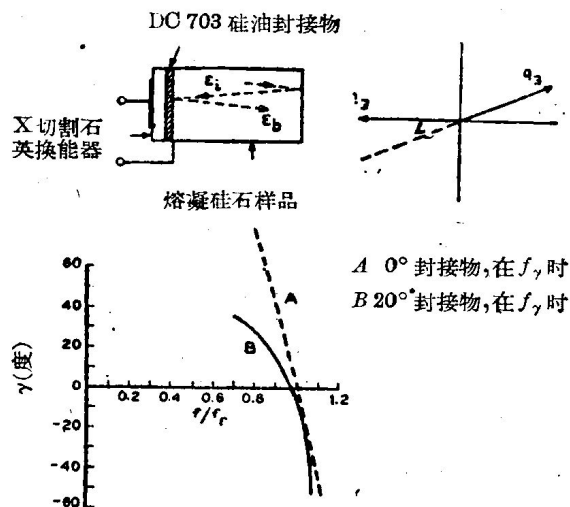
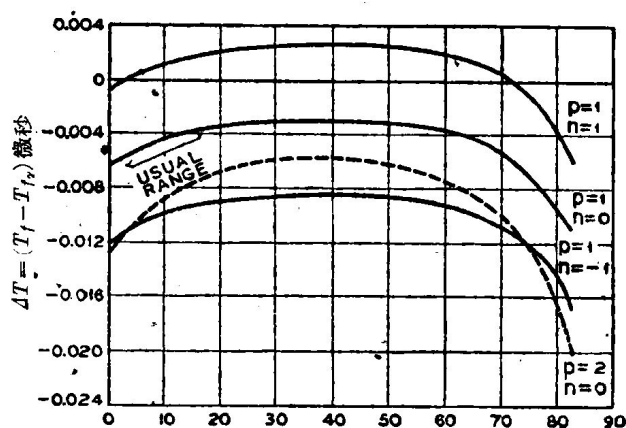


图 5 γ 对频率的曲线



在 f_γ 时, 封接物的 Bl (度)

图 6 ΔT 对封接物厚度的曲线

Usual Range = 通常的范围

温度变化时, 使它接近换能器的已知共振频率, γ 将基本上保持常数, 所以即使耦合物性质有较大变化, 也不至于影响比值 δ/δ_0 , 其中 δ_0 是以前在室温情况下测得的延迟时间。

现在讨论 $p=1$ 的情况。显然, 倘脉冲序列不中断, 则所加的脉冲将遮蔽所有回波。但是, 可以使波

列有足够长的持续时间来建立一个稳定波形, 然后中断一个或几个发射脉冲。在此中断期间, 所要求的、由以前所加的一切脉冲产生的回波就会出现, 而且能精确地以同相相加 (见图 7)。

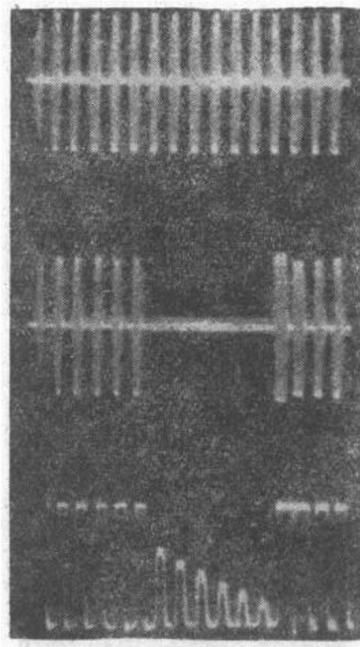


图 7 $p=1$ 时示波器图形

上——重复的射频脉冲, 中——所加射频脉冲, 下——显现接收波的包迹。

由图 6 可见, 相应于 $n=0$ 时的 ΔT 值是 $p=2$ 时的一半。因而避免了前面提到的不明确处。再者, 由于应用了全部回波 (而不是隔一个取一个), 因而能在衰减较大的物质中进行测量。由于这些优点, 使用这个方法, 即使要建立比较复杂的线路, 也还是有价值的。

所用的设备

1. 重复率振荡器

这是一种稳定的 L-C 振荡器 (General Radio 1330A 型), 频率范围为 15~400 千赫。短的时间偏移小于 $\frac{1}{100000}$ 。

2. 充气管脉冲发生器

用一个高真空电子管线路使上述振荡器输出变成方形来增加它的上升率。在正摆幅开启了 Chatham Electronics 1258 充气闸流管, 于是输出约 150 伏的负脉冲, 其重复率约为 400 千赫。

3. 振铃电路

充气管的输出脉冲激励图 8 所示的振铃电路,

以輸出與標準訊號發生器之等幅波產生差拍的方法來測量射頻脈沖之頻率，其精確度在 $1/1000$ 之內。

应用 Hewlett Packard 524B 型計数器来測定重复率振蕩器之頻率。

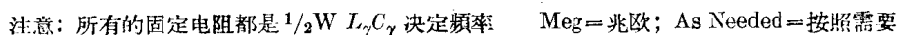
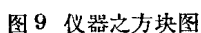


图 8 射频脉冲发生器

目前的討論中,利用了两个放大器,其增益约为 75 分貝,中心頻率分別为 10 和 20 兆赫,帶寬 5 兆赫。为了在視頻上观察脉冲图形,应用通常的二极管檢波器和限制器以及一个 Tektronix 535A 型示波器。

測試樣品的溫度用 Precision Scientific Company (精密科學公司) 出品的水循環器來控制, 可精確到 0.2 度。

图 9 表明所用设备之方块图



一共测试了四种样品,一种是锗,三种是熔凝硅石。根据测得的厚度计算了速度值。对于熔凝硅石

表 2 表明在鋳晶体中所获得的数据。20 兆赫的 X 切割石英换能器,是用极薄的一层粘性塑料液(其阻抗与硅油相同)来粘合的。用它在样品中产生一个纵波。得到的速度值很符合于所得的其他数据^[10]。

同时也测量了在精磨过的熔凝硅石块内传播的纵波速度。在 10 兆赫和 20 兆赫时得测了数据 (20 兆赫的数据见表 III)。因为力阻抗较低 (与锆相比), 故 $p=2$ 的数据使 $n=0$ 时有两个可供选择的延迟时间而不只是一个。其中一个 ($n=1$) 可用比较 $p=2$ 和 $p=3$ 的数据 (即 n 是奇数) 的方法来删去。因此仅保留一个可能值。对这个样品也测量了相速。这两个独立地获得的数值只相差 $\frac{1}{5000}$ 。

在应用图 9 的綫路时,曾省略了閘門和倒相器。

表2 在鋅內纵波延迟時間的測量^a

$p=2$			$p=3$		
n	$T/2$ (微秒)	ΔT (微秒)	n	$T/3$ (微秒)	ΔT (微秒)
-2	8.9458	-0.0163	-1	8.9789	-0.0131
-1	8.9706	-0.0103	0	8.9956	-0.0073
0	8.9956	-0.0048	+1	9.0122	-0.0022
+1	9.0206	+0.0003	+2	9.0290	-0.0029
+2	9.0455	+0.0056	+3	9.0454	+0.0088
+3	9.0706	+0.0109	+4	9.0621	+0.0141

^a (1) 站[100]傳播, $l=0.8701$ 吋 直徑 ≈ 0.75 吋。(2) $\Delta T = T_{18兆赫} - T_{20兆赫}$ 。(3) 溫度 $=250^{\circ}\text{C}$ 。(4) 速度 $=4.914 \times 10^5$ 厘米/秒

表3 在熔凝硅石塊中纵波延迟時間的測量值^a

$p=2$			$p=3$		
n	$T/2$ (微秒)	ΔT (微秒)	n	$T/3$ (微秒)	ΔT (微秒)
+3	7.0768	+0.0051	+4	7.0678	+0.0072
+2	7.0516	0	+3	7.0515	+0.0005
+1	7.0268	-0.0059	+2	7.0350	-0.0054
0	7.0013	-0.0105	+1	7.0186	-0.0119
-1	6.9761	-0.0151	0	7.0015	-0.0153

^a (1) 样品尺寸6吋 $\times 2\frac{5}{16}$ 吋 $\times 0.8198$ 吋。(2) $\Delta T = T_{18兆赫} - T_{20兆赫}$ 。(3) 溫度 $=25.0^{\circ}\text{C}$ 。(4) 速度 $=5.948 \times 10^5$ 厘米/秒。

应用图9所示的全部設備,也測得了一个熔凝硅石样品中的数据。Tektronix 535A 型示波器的“A”扫描发生器是用以在射頻脉冲重复率的一个分数时来关闭閘門的。

表4中列出了測得的数据。从图6($p=1$)可見

表4 在熔凝硅石样品中($p=1$)纵波延迟時間的測量值^a

n	T (毫秒)	ΔT (毫秒)
+2	6.4779	+0.0074
+1	6.4282	+0.0017
0	6.3783	-0.0042
-1	6.3284	-0.0102

^a (1) $\Delta T = T_{18兆赫} - T_{20兆赫}$ 。(2) 算得的 ΔT 的限制为 -0.003 到 -0.0064 微秒。(3) 样品尺寸: $0.7506'' \times 0.55''$ 直徑。(4) 溫度 $=27.4^{\circ}\text{C}$ 。(5) 速度 $+5.978 \times 10^5$ 厘米/秒。

仅有一个 ΔT 值落在适当範圍內。因此这些結果都是肯定的。將它們与在同样样品中应用相位比較技术測得的結果作比較,只相差 $\frac{1}{5000}$ 。

(华一滿譯 魏墨盒审校)

参考文献

- [1] W. P. Mason: Physical Acoustics and the Properties of Solids (D. Van Nostrand Company, Inc., New York, 1958).
- [2] H. B. Huntington: Solid State Physics 7, 213 (1958).
- [3] R. F. S. Hearmon: Phil. Mag. Supplement 5, 323 (1956).
- [4] W. G. Cady: "Piezoelectricity" (McGraw-Hill Book Company, Inc. New York, 1946), p. 104.
- [5] J. R. Neighbours, F. W. Bratten, and C. S. Smith: J. Appl. Phys. 23, 389 (1952).
- [6] S. Eros and J. R. Reitz: J. Appl. Phys. 29, 683 (1958).
- [7] H. J. Meskimen: IRE Trans. on Ultrasonic Eng. UES, 25 (1957).
- [8] J. Williams and J. Lanib: J. A. S. A 30, 308 (1958).
- [9] 見文献7的附录C.
- [10] H. J. Mc Skimin: J. Appl. Phys. 24, 988 (1954).

5. 用超声波作波长的精密测定

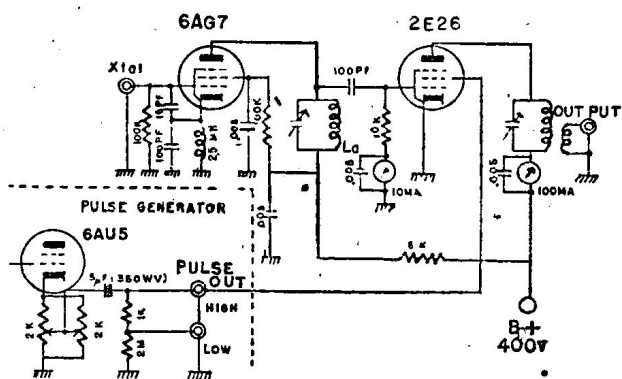
Ikuo Ikeda

J. Acoust. Soc. Am., Vol. 34, No. 3, p. 351~352 (1962) [英文]

在超声干涉仪中^[1-3], 反射板不同位置的讀数的精密度, 是由策动反射板的螺旋測微仪的精密度和周期曲线上极大值极小值各点(其位置取决于波长)的清晰程度来决定的。在这一方面, 为了保持精密度, 所能利用的频率通常仅限于几个兆周^[4]。目前, 最优良的螺旋測微仪的精密度可以达到0.5微米以内。但是, 上述极大值或极小值的較差的灵敏度远远超过了螺旋測微仪所引起的誤差。

作者所用的干涉仪,有两个同一型式的 X 切割石英晶体,分别作为发送器与接收器,同时,这两个晶体又同时兼作反射器。

現在介紹一種新方法，用它來測定接收聲壓最小的螺旋測微器位置，能得到最高的靈敏度。在這種方法里，如圖 1 所示，將脈沖信號加在簾柵極上以擴大連續波的振幅。脈沖波與駐波間的干涉現象出現於接收器晶體上，可以用同步示波器來觀察到。調節兩石英晶片間的聲程，能夠消去兩個波之間的周相差。這樣就可以得到如圖 2 所示的干涉圖樣。如這些圖形所示，當干涉在極小值附近時，能夠清楚地檢驗出 0.2 微米的聲程運動。



Output=輸出; Pulse Generator=脉冲发生器
Pulse Out=脉冲輸出; High=高; Low=低

图1 振荡器线路

采取这种方法,能用于干涉仪的频率的上限可以扩展到数十兆周,干涉仪的精密密度也令人满意,可以应用于微距测量仪器的校正。关于详细的应用情况,不久将在另文中陈述。

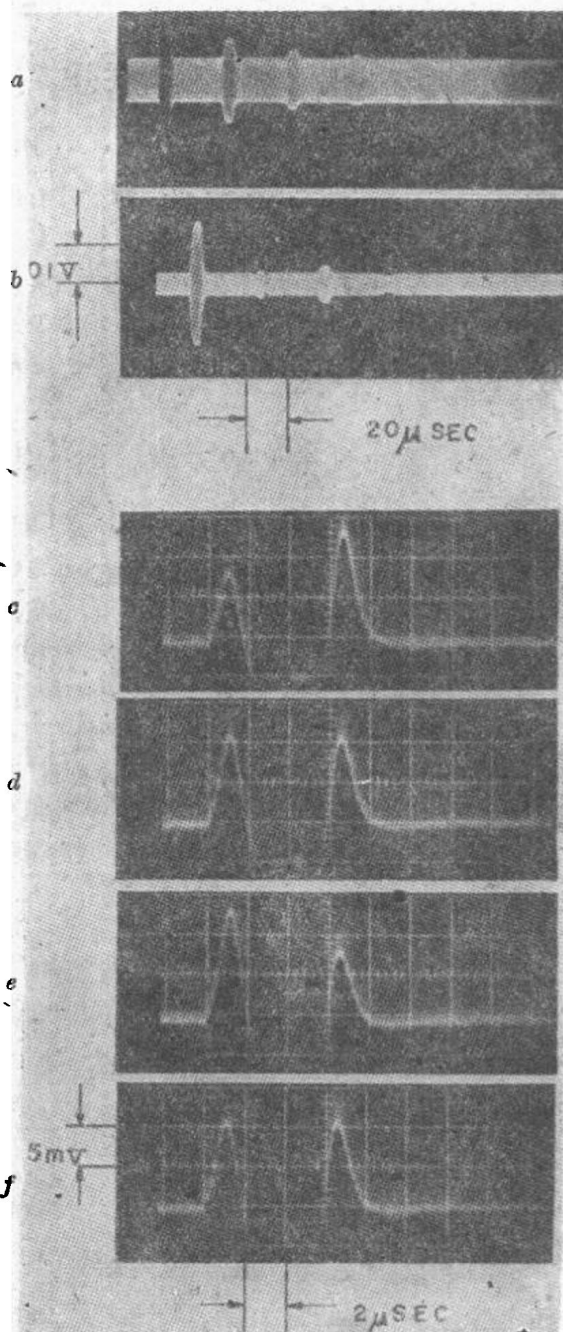


图2 同步示波器上的干涉图样示例。

a)最大干涉图片。(b)最小干涉图片。(c)在(b)中用箭头表示的图样的下部的放大图片。(d)调准的最小干涉图片,与(c)相比,声程减少了1微米。(e)声程比(d)减少了1微米。(f)声程比(e)增加1微米。两晶片间的距离与(d)的情况相同。

参考文献

- [1] G. W. Pierce: Am. Acad. 60, 171 (1925).
 [2] J. C. Hubbard and A. L. Loomis: Phil. Mag. 5, 1177 (1928).

- [3] D. R. McMillian: Jr., and R. T. Lagemann
 J. Acoust. Soc. Am. 19, 956 (1947).
 [4] D. Tabuchi: Men. Inst. Sci. Ind. Research,
 Osaka Univ. 11, 37 (1945).

(楊宗書譯 魏墨盒校)

6. 关于在密集气体中声速的温度关系

И. З. Фишер

Аку. Ж., V, 4:459~463 (1959) [俄文]

近年来曾发现,在高压气体中声速与温度关系的符号发生转换的有趣现象(见文献[1, 2]以及这些作者的其它文章)。如果声速为 c ,则在一定条件下,

$$\left(\frac{\partial c}{\partial T}\right)_p = 0 \quad (1)$$

而在沿着满足于(1)的曲线的二边,导数 $\left(\frac{\partial c}{\partial T}\right)_p$ 的符号是不同的。因此声速与温度的关系便发生逆转(инверсия)。在上面提及的文献[1, 2]中,曾根据气体状态的經驗方程对实验数据作了分析。这种新的现象无疑是有意义的,本文将从近代的液体与密集气体的统计理论出发,给予该问题更严格的理论分析。对于一维的液体或密集气体的模型,声速的温度关系的逆转现象已可从最简单的系统——无相互作用的刚性小球系统——的例子中导出。这种系统的精确的物态方程与能量方程为^[3]

$$p(l-a) = kT, \quad E = 1/2NkT \quad (2)$$

这里 p 为压力(一维的), l 为一个粒子所达到的平均长度(«体积»), a 为小球粒子的直径。由此得到以 $l-T$ 与 $p-T$ 为变量表示的声速

$$c = \sqrt{\frac{3kT}{m}} \cdot \frac{l}{l-a} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} \left(1 + \frac{ap}{kT}\right), \quad (3)$$

这里 m 为粒子质量。因此

$$\left(\frac{\partial c}{\partial T}\right)_p = \frac{1}{2T} \sqrt{\frac{3kT}{m}} \left(1 - \frac{ap}{kT}\right). \quad (4)$$

由此可见,当 p 值和 T 值满足下列关系

$$\left(\frac{ap}{kT}\right)_{\text{逆转}} = 1, \quad (5)$$

或者,按(2)式当

$$l_{\text{逆转}} = 2a \quad (6)$$

时,声速与温度的关系便将逆转。

在粒子相互作用的情形下问题的分析更繁瑣,

以 $p-T$ 或 $l-T$ 表示的逆轉綫的精细形状与分子間作用势的具体形式有关。为了了解粒子間引力对声速的温度关系的影响的一般特性,并为了简单起见,我们将限于研究深度为 ε 与宽度为 b ($\leq a$)的矩形势阱形式的引力势情形。此外,如果为了与实验条件对应^[1, 2],而限于高温情形,则按一般理论^[3, 4],将所有的热力学量按微量(ε/kT)展开成級数使得

$$c = \sqrt{\frac{3kT}{m}} (1 + \xi) \left[1 + \frac{\varepsilon}{6kT} \lambda \xi (4 + \lambda \xi) e^{-a\xi} + \dots \right], \quad (7)$$

在这里,为簡略起见,引入符号 $\sigma = (b/a) \leq 1$ 与 $\xi = (ap/kT)$ 。

对(7)取导数 $\left(\frac{\partial c}{\partial T}\right)_p$,就得逆轉发生的条件,即

$$\left(\frac{ap}{kT}\right)_{\text{逆转}} = 1 - \frac{2\varepsilon}{3kT} \lambda (8 - \lambda - \lambda^2) e^{-\lambda} + \dots \quad (8)$$

$$l_{\text{逆转}} = 2a + \frac{\varepsilon}{3kT} a \lambda (13 - 2\lambda - 2\lambda^2) e^{-\lambda} + \dots \quad (9)$$

将(8)~(9)与(5)~(6)比較,可見当温度一定时,分子的引力会引起逆轉时压力和密度的降低。

最后可以指出,只有导数 $(\partial c/\partial T)_p$ 可能有符号的转换。而从(3)清楚知道,导数 $(\partial c/\partial T)_l$ 常为正的。

在更实际的三维情况中,我們亦分二个阶段来研究,首先研究无相互作用的刚性小球系统的較簡單模型。在文献[5]中曾导出在刚性小球系统中声速的精确解,其形式为

$$c = \sqrt{\frac{5kT}{m}} f\left(\frac{v_0}{v}\right), \quad (10)$$

这里 v_0 为一个小球粒子的体积,而 $f(x)$ 为在文献[5]中所确定的函数(那里它用 $\varphi(x)$ 表示)。利用这种系统的物态方程^[5]

$$\frac{pv_0}{kT} = \frac{v_0}{v} + 4\left(\frac{v_0}{v}\right)^2 g(a), \quad (11)$$

这里 $g(a)$ 为系统粒子在等于粒子直径的距离上的径向分布函数, 在文献 [7] 中将它列成表, 我们将 (10) 重写为

$$c = \sqrt{\frac{5kT}{m}} \varphi\left(\frac{pv_0}{kT}\right) \quad (12)$$

这里 $\varphi(x)$ 为新的函数, 其变化规律示于图 1。值 $(pv_0/kT) = 3.40$ 相当于 $v = 2v_0$, 并与该系统稳定性的极限一致 [7, 8]。因此图 1 上的曲线不能延伸到较大的宗量值的一边。从 (12) 我们得

$$\left(\frac{\partial c}{\partial T}\right)_p = \frac{c}{T} \psi\left(\frac{kv_0}{kT}\right), \quad (13)$$

为简略起见, 这里

$$\psi(x) \equiv \frac{1}{2} - x \frac{\varphi'(x)}{\varphi(x)} \quad (14)$$

图 2 上的实线表示函数 $\psi(x)$ 的变化规律。如图所见, 仅当

$$\frac{pv_0}{kT} = 3.40, \quad (15)$$

按 (11), 这就相当于

$$v = 2v_0 \quad (16)$$

时, $(\partial c/\partial T)_p$ 才达到零值。

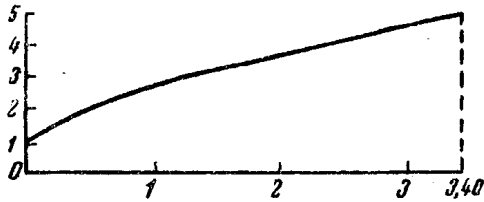


图 1

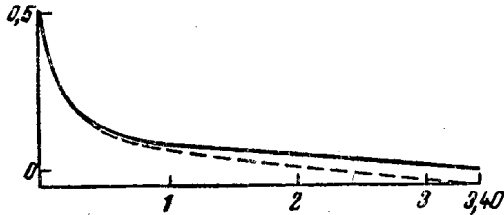


图 2

正如上面提到的, 这些数值与无相互作用的小球粒子系统的稳定性极限相对应。由此可见, 虽然导数 $(\partial c/\partial T)_p$ 达到零值, 但是因为沒有达到较大的密度值, 因此并不产生反轉现象。

应该注意到关系式 (16) 与 (6) 的类似性。然而在一維情形下 $l < 2a$ (自然, $l > a$) 是可能的, 因而逆轉现象能够产生。而在三維情形下不等式 $v < 2v_0$ 是不可能实现的。

现在我们来研究在三維情形下粒子引力对声速

的温度关系的影响。設已知分子間的作用势为如下形式

$$\Phi(r) = \begin{cases} +\infty, & \text{当 } r < a \text{ 时,} \\ \varepsilon \Phi_0\left(\frac{r}{a}\right), & \text{当 } r > a \text{ 时,} \end{cases} \quad (17)$$

在这里, ε 为对分子間相互作用的特性能量的估計, $\Phi_0(r/a)$ 为无量綱的粒子引力势。正如一維的情形一样, 我们将研究温度足够高的情形, 因此是 ε/kT 微量。这时将系统的粒子的径向分布函数 $g(r)$ 按 ε/kT 展成級数, 使得

$$g(r) = g_0(r) + \frac{\varepsilon}{kT} g_1(r) + \dots \quad (18)$$

其中 $g_0(r)$ 为无相互作用小球系统中的径向分布函数 [以前直接用 $g(r)$ 表示], $g_1(r)$ 为存在相互作用时对 $g_0(r)$ 的修正。

按一般理論 [6], 将內能与压力按 ε/kT 展成級数, 并考虑到 (17) 和 (18), 便有

$$E = \frac{3}{2} NkT \left\{ 1 + \frac{8\varepsilon}{kT} \left(\frac{v_0}{v} \right) \int_1^\infty \Phi_0(t) g_0(t) t^2 dt + \dots \right\} \quad (19)$$

$$\frac{pv_0}{kT} = \frac{v_0}{v} + 4 \left(\frac{v_0}{v} \right)^2 g_0(1) + \frac{4\varepsilon}{kT} \left(\frac{v_0}{v} \right)^2 \left[g_1(1) + g_0(1) \Phi_0(1) - \int_1^\infty \Phi'_0(t) g_0(t) t^3 dt \right] + \dots \quad (20)$$

这里我们将积分限及 $g_0(r)$, $g_1(r)$ 与 $\Phi_0(r)$ 中的宗量变换成无量綱的长度单位 $t = (r/a)$ 。由此可知, 在这种近似下, $c_v = (1/N) (2E/2T)_v$ 与 $(\partial p/\partial T)_v$ 不含有对粒子引力的修正項, 并与无相互作用的小球問題中的同样的量相一致。因此如果按 (20) 与 (11) 来表示

$$p = p_0 + \frac{2\varepsilon}{v_0} \chi \left(\frac{v_0}{v} \right), \quad (21)$$

这里 p_0 为粒子引力不存在时的压力, 而按 (11) 知

$$\chi \equiv 2 \left(\frac{v_0}{v} \right)^2 \left[g_1(1) + g_0(1) \Phi_0(1) - \int_1^\infty \Phi'_0(t) g_0(t) t^3 dt \right], \quad (22)$$

那末由于

$$c^2 = \frac{v^2}{m} \left[-\frac{T}{c_v} \left(\frac{\partial \eta}{\partial T} \right)_v - \left(\frac{\partial p}{\partial v} \right)_T \right], \quad (23)$$

我們可得

$$c^2 = c_0^2 + \frac{2\varepsilon}{m} \chi' \left(\frac{pv_0}{kT} \right) \quad (24)$$

这里 c_0 为无相互作用小球系统中的声速, χ (在末求导数时) 为以 pv/kT 来表示的函数。显然, 在所考虑的精确度內, 可以利用 (11) 将函数 χ (22) 中的宗量