



GONGQIAO LIANGONG JISUAN

拱桥连拱计算

(第二版)

王国鼎 著

人民交通出版社

Gongqiao Liangong Jisuan

拱桥连拱计算

(第二版)

王国鼎 著

人民交通出版社

内 容 提 要

本书是研究与设计连拱的一本专著,它集中反映了连拱的最新研究成果与现代设计水平。主要内容有:连拱计算方法评介、拱与墩的弹性常数计算方法、两榀连拱的计算、壳板连拱的计算、桁架拱桥与腹孔连拱的计算等等。对各种连拱均有详细的计算示例。书后附计算连拱及固定拱用的等代荷载及相应影响线面积表,可以简化连拱及固定拱的内力计算过程。

本书可供公路、铁路、水利方面从事桥梁设计的技术人员和有关大专院校师生使用,亦可作为桥梁专业研究生的教材及相关专业的选修课教材。

图书在版编目(CIP)数据

拱桥连拱计算/王国鼎著.-2 版.-北京:人民交通出版社,1998.5

ISBN 7-114-02932-2

I. 拱… II. 王… III. 拱桥-计算 IV. U448.222

中国版本图书馆 CIP 数据核字(98)第 04451 号

拱桥连拱计算

(第二版)

王国鼎 著

责任印制:张 凯 版式设计:崔凤莲 责任校对:杨 杰

人民交通出版社出版发行

(100013 北京和平里东街10号)

各地新华书店经销

北京京东印刷厂印刷

开本:787×1092 1/16 印张:21 印数:544千

1983年11月 第1版

1998年8月 第2版

1998年8月 第2版 第1次印刷

印数:6301—9800册 定价:35.00元

ISBN 7-114-02932-2

U · 02096

《拱桥连拱计算》第二版序

拱桥是我国最常用的一种桥梁型式。特别是山区公路桥梁,由于地质和地形条件比较适合,拱桥一般是优先考虑的既美观又经济的桥型。据统计,在改革开放以前,我国有百分之七十的公路桥梁为拱桥,其中也包括许多多孔连续拱桥。

王国鼎教授在一九八三年出版的《拱桥连拱计算》一书以作者提出的“换算刚度法”为核心,总结了自七十年代初以来国内发表的许多研究成果,为连拱设计提供了一种简便的方法和计算图表,对这种桥梁的推广作出了贡献。本书问世后受到了广大桥梁科技工作者和大专院校师生的欢迎。

近年来,随着我国经济水平的提高,在一些平原地区,施工更为便捷的预应力混凝土梁式桥逐渐替代了拱桥,但在山区,拱桥仍由于造价上的优势而保留了重要的地位。这也是本书继续受到欢迎,人民交通出版社决定予以再版以飨读者的原因。

王国鼎教授趁本书再版之际,考虑到近十多年来连拱理论和实践的发展,对原书作了修改和增补以反映他研究连拱的新成果。如第六章中以无铰连拱的精确解代替过去的近似解;增加了第七章:桁架拱桥的连拱计算;第八章:连拱设计中的几个问题,着重讨论了拱上建筑腹孔连拱的计算方法等。附录中还增加了一些为方便设计的计算用表。

王国鼎教授是我的老朋友,他也是国内最早对连拱计算进行研究的学者,而且不断探索新的问题,发展新的理论和方法。他的孜孜不倦的精神和精益求精的态度是令人钦佩的。我相信,本书第二版的问世一定会在我国二十一世纪更大规模的公路桥梁建设中继续发挥重要的作用。

同济大学

项海帆

一九九八年二月

(项海帆同志为中国工程院院士,同济大学教授)

PREFACE TO THE SECONED EDITION OF "CALCULATION OF ARCADE IN ARCH BRIDGE"

Arch bridge is one kind of bridges most in use in China. Especially for highway bridges in mountain area, arch bridge, because of its comparatively better adaptation for the area's geographical and topographical conditions, is commonly given priority for its artistry and economy. According to statistics, before the Reformation and Openness, seventy percent of all highway bridges in our country are arch bridges, which include many multi-arch bridges.

In "Calculation of Arcade in Arch Bridge" published in 1983, Prof. Wang GuoDing used "Harnes Conversion Mode", which was advanced by the author, as the kernel, and summarized achievements in research published domestically since early 1970's, And provides a convenient method and calculating charts for arcade design, and contributes for the popularization of this kind of bridge. After it coming out, the book has been welcome among the broad masses of bridge science workers as well as teachers and students in colleges and universities.

In recent years, along with the rise of economic level in our country, pretressed concrete beam bridge, which is easier for construction, has gradually replaced arch bridge in plain area; but in mountain area, arch bridge remains an important status because of its dominant position in cost. This is also the reason why this book continues to be well received, and why the People's Communications Publishing House decides to republish it to satisfy readers.

Taking the advance of its second edition, Prof. Wang GuoDing, considering the development of arcade theory and practice in late ten years, amends and supplements the original version to reflect his new achievements in researching arcade, such as in Chapter VI, precise solution for hingeless arcade substitutes for previous approximate solution; in Chapter VIII, A Few Questions in Arcade Design, stresses on discussion about the calculating method of spandrel arcade in architecture on arch. Some calculating charts for user's convenience are also added in the appendix.

prof. Wang GuoDing is my old friend, and he is also the earliest native scholar researching in arcade calculation, keeping on exploring new problems and developing new theory and methods. His assiduousness and perfectibility is esteemed. I believe that the coming out of the second edition will certainly continue giving full play to its important function in highway bridge construction in broader scale in 21st century in our country.

Xiang HaiFan
Tongji University
February, 1998

(Mr. Xiang HaiFan is an academician in Chinese Academy of Engineering, and a professor in Tongji University)

INTRODUCTION

Arch bridge is one kind of the bridges most in use in mainland China. Heavy-duty piers were used in early arch bridges , which, on matter single-arch or multi-arch, were calculated as fixed arch bridges , i. e. single-arch bridges. Because multi-arch bridge when calculated as arcade bridge is more reasonable in theory than as single-arch bridge , and not only the design quality of bridges can be improved , but the cost of them decreased. Hence multi-arch bridge should be calculated as arcade bridge. In particular , in modern bridges , piers are usually very tenuous , so it is quite necessary that multi-arch bridge is calculated as arcade bridge.

To satisfy needs for production and to improve bridge quality , scholars in our country have done a lot of research work in arcade calculating theory and practice , and have advanced a great deal of simplified arcade calculating methods , the achievement of which has reached international advanced level.

I forwarded "Hardness Conversion Mode" in 1980 , which uses arbitrary multi-arch arcades as the objects of study , had the "Calculation of Arcade in Arch Bridge" published in 1983 , which , because of its wide application range and comparatively high calculation precision , has increased arcade calculation method to a new level. After its publication , it has been welcome among the broad masses of science workers as well as teachers and students in colleges and universities.

The second edition of "Calculation of Arcade in Arch Bridge" , besides that it inherits the advantages of the first editon , makes a progress , too. It further perfects arcade calculating theory , whereas calculating work is comparatively simple , and can better solve problems faced in production.

In this book , Chapter I is Generalization , which mainly introduces arcade function's fundamental conceptions , prescribed symbols , the major characteristics of node position variation's line of influence , as well as the evaluation of a few kinds of arcade calculationg methods.

Chapter II is the Calculation of Elasticity Constants. It introduces the calculating methods for the elasticity constants in catenary arch , circular arch and parabolic arch.

Chapter III is the Calculation of Elasticity Constants in Piers. It introduces the calculation methods for the elasticity constants in common gravity piers and pile piers common in use.

Chapter IV introduces the fundamental conception of " Hardness Conversion Mode" and the calculation method of hardness conversion , which provide a theoretical foundation for calcu-

lating every kind of double hinged arcade and hingeless arcade, which have different spans of arch, different kinds of pier and arbitrary number of archs.

Chapter V and Chapter IV are the Calculation of Double Hinged Arcade and Hingeless Arcade. They mainly introduce the characteristics of internal force's line of influence in arcade as well as the line of influence's calculating method, and the calculating method of internal force when arcade is acted on by facets, such as dead load, live load, variations in temperature, concrete contraction and change on abutment position, etc. Besides, it is also introduced that how to calculate one-way push-force pier under dead load as well as that how to reasonably determine the number of archs in arcade calculation according to different hardness rates between archs and piers. Detailed calculation examples are appended.

Chapter VII is the Arcade Calculation in Trussed Arch Bridge. It mainly introduces the calculation of push-resistance hardness in trussed arch bridge, the arcade calculation in trussed arch bridge being acted on by live load, calculation examples appended.

Chapter VIII is A Few Questions in Arcade Design. It mainly introduces a few ones, which need to be solved or in which there are divergence of views, in design.

The appendix is the Calculation Charts for Uniform Cross-section, Catenary Hingeless Arch, including arcade and fixed arch. These charts used, arcade calculating work can be extremely simplified.

Wang GuoDing
Wuhan Urban Construction Institute
March, 1998 in Wuhan

前言(译)

拱桥是我国最常用的一种桥梁。早期的拱桥，采用重型的桥墩，不论是单孔还是多孔拱桥，均按固定拱(即单孔拱)计算。多孔拱桥按连拱(即多孔拱)计算比按固定拱计算理论上合理，不仅可以提高桥梁的设计质量，还可降低桥梁的造价。因而多孔拱桥应按连拱计算。特别是现代拱桥，桥墩一般都很纤细，多孔拱桥按连拱计算尤为必要。

为了满足生产的需要、提高桥梁的质量，我国学者在连拱计算理论和实践方面做了大量的研究工作，提出了许多的连拱简化计算方法，其研究成果，达到国防先进水平。

1980年，笔者提出了“换算刚度法”^[10]，以任意多孔连拱为研究对象，并于1983年出版了《拱桥连拱计算》，因其适用范围广、计算精度较高，将连拱计算方法提高到了一个新的水平。该书出版后，受到广大桥梁工作者和大专院校师生的欢迎。

《拱桥连拱计算》(第二版)，除继承了第一版的优点外，又有所前进。它使连拱计算理论进一步完善，而计算工作又比较简单，能较好地解决生产中所遇到的问题。

本书第一章为总论。主要介绍连拱作用的基本概念、符号规定、结点变位影响线的主要特点以及几种连拱计算方法的评介。

第二章为拱的弹性常数计算。介绍常用的悬链线拱、圆弧线拱、抛物线拱弹性常数的计算方法。

第三章为墩的弹性常数计算。介绍一般重力式墩和常用桩墩弹性常数的计算方法。

第四章介绍“换算刚度法”的基本概念和换算刚度的计算方法。为计算各种(跨径不等、桥墩不同、孔数不限)两铰及无铰连拱打下理论基础。

第五、六章为两铰及无铰连拱的计算。主要介绍连拱内力影响线的特点及其计算方法，连拱在恒载、活载、温度变化、混凝土收缩及桥台变位等因素作用下的内力计算方法。此外，还介绍了恒载单向推力墩的计算方法，以及根据不同的拱、墩刚度比，合理确定连拱计算孔数的方法。每项内容均附有详细的计算示例。

第七章为桁架拱桥的连拱计算。主要介绍桁架拱桥抗推刚度的计算、活载作用下桁架拱桥的连拱计算，附有计算示例。

第八章为连拱设计中的几个问题。主要介绍设计中需要解决或者有分歧意见的几个问题。

附录为等截面悬链线无铰拱(含连拱及固定拱)计算用表，运用这些数表，可以大大简化连拱的计算工作。

王国鼎

武汉城市建设学院

一九九八年三月于武汉

前　　言

对连拱计算问题，国内外研究颇多。特别是 70 年代前后，研究连拱计算方法的文献如雨后春笋，推动了连拱计算理论在生产实践中的应用。

1980 年，笔者提出了“换算刚度法”^[10]，并运用这一方法，编写了《拱桥连拱计算》^[1]（简称第一版），将连拱计算方法，又向前进了一步。第一版的主要优点是：

1. 以跨径不等，桥墩不同的任意多孔连拱为研究对象，扩大了连拱的计算范围；
2. 提高了拱、墩内力的计算精度，基本上克服了当时连拱简化计算方法中内力计算精度不够的问题。

《拱桥连拱计算》出版后，随着“换算刚度法”的发展，连拱计算方法日渐完善。在连拱研究方面，又出现了不少新的研究成果，而为了反映近十余年来新的研究成果^①，继续完善连拱计算方法，进一步扩大连拱计算范围，成为修订第一版的初衷。

《拱桥连拱计算》（第二版）除了继承第一版的优点之外，还有较大的突破，主要表现在：

1. 简化了连拱的计算过程。运用连拱等代荷载计算拱、墩最大活载内力，极大地简化了连拱计算工作，便于在生产中应用。
2. 以换算刚度的精确解代替近似解，可以得到连拱的精确解。用于简化计算方法，亦可进一步提高内力计算精度，其结果与精确解相当接近。
3. 探讨了一些新的问题。桁架拱桥的连拱计算，是生产中早就提出的问题。本书第七章系统地介绍了桁架拱桥的连拱计算方法，并给出了详细的计算示例。

拱上腹孔的计算，是设计者一直回避的问题。若按固定拱计算，则算得的腹拱墩过分保守，不能在生产中应用；按连拱计算，又无现成的计算方法，设计者只好根据经验确定尺寸。为了探讨这个问题的合理解决，本书第八章提出了腹孔连拱的计算方法，并给出了详细的算例。

本书初稿完成后，作为 95 级研究生教材使用了一遍。通过教学实践，对提高本书的质量有所帮助。书中的各种计算示例，主要由桥梁教研室的教师和 95 级的桥梁研究生协助完成，他们是：马光瑞（第五章，6 孔两铰连拱的计算示例）；陈志军[例 6-2，4 孔无铰连拱（单排桩基）活载内力计算示例]；高荣雄（例 6-3，5 孔等截面悬链线无铰连拱计算示例）；王昌武、翟世海、纪南昌（第七章，桁架拱桥连拱计算示例）；王昌武（第八章，腹孔连拱计算示例）。这些同志工作认真负责，精益求精，为本书的出版作出了贡献。

由于作者水平所限，书中还会有不少的缺点错误，恳请同行们多多批评指正。

王国鼎

一九九七年八月于武昌

^① 杨炳成教授在文献[23]中，已将“换算刚度法”计算无铰连拱编成了电算程序，很有实用价值。因杨教授已有专著，本书未反映这部分研究成果。

目 录

第一章 总论	1
第一节 连拱作用的基本概念.....	1
第二节 结点变位与拱墩内力的符号规定.....	3
一、内力符号	3
二、变位符号	3
第三节 结点变位影响线.....	3
第四节 几种连拱计算方法评介.....	5
一、第一种连拱简化计算法	5
二、第二种连拱简化计算法—— Σ 法	5
三、第三种连拱简化计算法——换算刚度法	6
第二章 拱的弹性常数	8
第一节 无铰拱各弹性常数的意义.....	8
一、拱的抗推刚度 K 和相干系数 T	8
二、拱的抗弯刚度 S 和传递抗弯刚度 CS	8
第二节 无铰拱弹性常数的计算.....	9
一、无铰拱弹性常数的一般计算公式	9
二、悬链线无铰拱弹性常数的计算.....	10
三、等截面圆弧拱弹性常数的计算.....	13
第三节 两铰拱抗推刚度的计算	14
一、两铰拱抗推刚度的一般计算公式	14
二、等截面悬链线两铰拱.....	14
三、等截面抛物线两铰拱.....	15
四、等截面圆弧线两铰拱.....	15
第三章 墩的弹性常数	16
第一节 桥墩弹性常数及一般计算公式	16
一、墩的抗推刚度 \bar{K} 和相干系数 \bar{T}	16
二、墩的抗弯刚度 \bar{S}	17
第二节 重力式墩弹性常数的计算	17
一、等截面墩及分段等截面墩.....	17
二、变截面墩.....	18
第三节 桩墩弹性常数的计算	23
一、单桩弹性常数的计算.....	23
二、桩墩弹性常数的计算.....	28
第四章 换算刚度法的基本概念及换算刚度的计算	35
第一节 换算刚度法的基本概念	35
第二节 结点变位与结点力的关系	36

一、两铰拱结点位移时的结点力	36
二、无铰拱结点变位时的结点力	36
第三节 换算刚度的计算	37
一、两铰连拱换算抗推刚度计算	37
二、无铰连拱换算刚度计算	39
第五章 两铰连拱的计算	43
第一节 荷载内力计算	43
一、内力计算基本公式	43
二、荷载作用在边孔时的内力计算	45
三、非荷载孔的内力计算	47
四、内力影响线与拱、墩最大活载内力计算	48
第二节 恒载、温度变化和混凝土收缩的内力计算	55
一、位移方程式的建立	56
二、结点位移计算	56
三、拱、墩内力计算	57
四、恒载单向推力墩的恒载内力计算	58
第三节 桥台位移的内力计算	61
一、左台位移	61
二、右台位移	62
第四节 多孔连拱计算孔数的确定	63
一、连拱按固定拱计算的条件	63
二、连拱计算孔数的确定	64
三、计算示例	66
第五节 6孔两铰连拱的计算	66
一、设计资料	67
二、拱圈抗推刚度计算	67
三、桥墩抗推刚度计算	67
四、拱、墩内力计算	70
五、恒载单向推力墩计算	73
第六章 无铰连拱的计算	75
第一节 无铰连拱的精确解	75
一、基本转角位移方程式	75
二、结点变位与拱墩内力的基本计算公式	76
三、荷载作用在边孔时的内力计算	78
四、非荷载孔的内力计算	79
第二节 连拱内力影响线及最大活载内力的计算	81
一、拱中内力影响线及其最不利布载情况	82
二、墩顶内力影响线及其最不利布载情况	85
三、连拱最大活载内力的计算	87
第三节 恒载、温度变化和混凝土收缩的内力计算	96

一、基本转角位移方程式	96
二、各种情况的结点变位计算公式	97
三、拱墩内力计算公式	98
四、恒载单向推力墩的内力计算	98
第四节 桥台变位的内力计算	102
一、桥台产生水平位移和转角的内力计算	102
二、桥台竖向位移引起的内力计算	105
第五节 计算示例	107
例 6-1 4 孔等跨无铰连拱(重力式墩)内力计算	107
例 6-2 4 孔无铰连拱(单排桩基)活载内力计算	113
例 6-3 5 孔等截面悬链线无铰连拱计算示例	121
例 6-4 无等代荷载时的连拱计算	146
第七章 桁架拱桥的连拱计算	158
第一节 桁架拱的抗推刚度	158
第二节 活载作用下桁架拱桥的连拱计算	158
一、按固定拱计算的水平力影响线	159
二、按连拱计算的水平力影响线	160
三、按连拱计算的内力影响线	160
四、连拱最大活载内力的计算	161
第三节 桁架拱桥连拱计算示例	161
一、设计资料	161
二、截面几何特性的计算	162
三、水平力影响线	164
四、连拱内力影响线	170
五、连拱最大活载内力计算	171
第八章 连拱设计中的几个问题	174
一、无铰连拱计算截面的合理选定	174
二、连拱最大活载内力的计算	174
三、腹孔的连拱计算问题	174
四、有柔性高墩时的连拱设计	176
五、腹孔连拱计算示例	176
附录 等截面悬链线无铰拱(含连拱及固定拱)计算用表	184
I. 公路桥涵标准车辆等代荷载表	184
一、 $M_{\max}(M_{\min})$ 及相应的 H, V 等代荷载表(表 I-1)	184
二、 H_{\max} 及相应的 M_i^F, V 等代荷载表(表 I-2)	185
三、 V_{\max} 及相应的 H 等代荷载表(表 I-3)	186
II. 连拱及固定拱内力影响线面积表	187
一、 $M_{\max}(M_{\min})$ 及相应的 H, V 影响线面积表(表 II-1)	187
二、 H_{\max} 及相应的 M_i^F 影响线面积表(表 II-2)	187
参考文献	322

第一章 总 论

第一节 连拱作用的基本概念

在荷载作用下的多孔拱桥，桥墩和拱跨结构的结合点（常称拱墩结点）会产生弹性变形（图 1-1a），各拱墩结点会产生水平位移($\Delta_1, \Delta_2, \dots$)和转角($\theta_1, \theta_2, \dots$)。考虑各孔拱跨结构与桥墩一起的共同作用，称为“连拱作用”；考虑拱墩结点变位的计算，称为“连拱计算”。

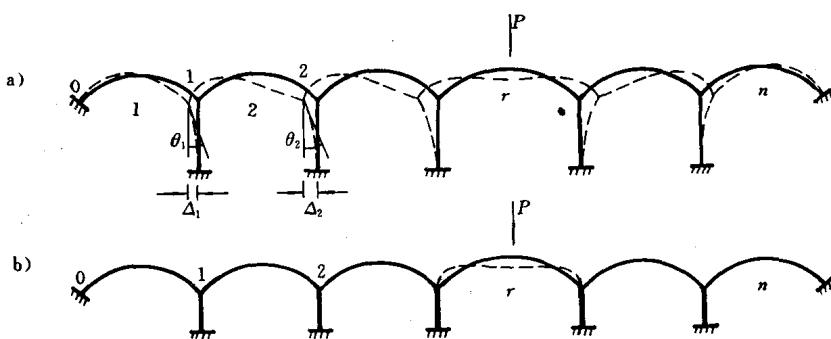


图 1-1 连拱与固定拱的变形状态

一般说来，桥墩愈纤细，各拱墩结点的变位（含水平位移和转角）就愈大；反之，桥墩的高度愈小、截面刚度愈大，各拱墩结点的变位就愈小。只有当桥墩的刚度（相对于拱跨结构的刚度）为无限大时，在荷载作用下，各拱墩结点才不会产生变位（图 1-1b），此时，多孔拱桥的拱跨结构才与单孔拱桥（拱脚无变位）的受力相同。从理论上讲，只有当桥墩的刚度为无限大时，多孔拱桥才能按单孔拱桥计算。按单孔拱桥计算的方法，常称按固定拱计算的方法。据此算出的内力，称为固定拱内力。

在实际拱桥中，桥墩的刚度不可能为无限大，即使采用刚度较大的重力式墩，桥墩的抗推刚度一般不会超过拱圈抗推刚度的 40 倍。在实际的多孔拱桥中，不论桥墩型式如何，一般应按连拱计算。特别是采用柱墩时，桥墩的刚度较小，按连拱计算尤为必要。计算证明，如要求活载内力的计算误差不超过 5%，则仅当桥墩的抗推刚度是拱圈抗推刚度的 38 倍以上时^①，多孔拱桥才可以不计连拱作用的影响，近似地按固定拱计算。在实际拱桥中，拱与墩的刚度比如此之小的情况是极少的。

在各种荷载作用下，连拱作用影响最大的是荷载孔。离荷载孔愈远，拱墩结点的变位愈小，因而，连拱作用的影响也愈小，远到一定程度时，连拱的影响可以略去不计。当连拱孔数很多时，可以利用连拱作用的这一特性，根据实际拱、墩刚度比及具体的精度要求，合理确定连拱的计算孔数^②，没有必要按全桥实际孔数计算。

① 参阅本书表 5-7。

② 连拱计算孔数的确定见表 5-8。

多孔拱桥按固定拱计算时,拱、墩内力的大小与拱、墩的刚度(即弹性常数)之比无关,这是不符合实际情况的。而按连拱计算时,拱、墩内力的大小与其刚度比有直接关系。因而上、下部结构弹性常数(刚度)的计算精度,直接影响到拱、墩内力的计算精度。假使桥墩弹性常数的计算值偏大,据此算得的桥墩内力则偏大(大于桥墩实际承担的内力),而拱圈的内力则随之偏小(小于拱圈实际承担的内力)。其结果是桥墩的设计偏于保守,而拱圈的设计却偏于不安全。反之亦然。因此,在计算连拱上、下部结构的弹性常数时,应力求符合实际情况。以往,多孔拱桥曾按固定拱计算,这实质上是将桥墩的弹性常数视为无限大。这种计算方法,在许多情况下,不必要地增大了桥墩尺寸,同时又降低了上部结构的安全储备,会导致主拱圈产生裂缝。在已建成的多孔拱桥中,上部构造开裂的情况不少,有的甚至夸张为“十拱九裂”,而桥墩的墩身由于强度不足导致开裂的情况,却十分罕见。尽管引起上部构造开裂的原因比较复杂,但与过去长期采用按固定拱的办法来计算连拱,不能说毫无关系。

按连拱计算时,拱、墩内力是按实际的刚度比分配的,因而桥墩内力比按固定拱计算的小,而拱中内力则比按固定拱计算的大,故按连拱计算时,“对下部构造有利(可显著节省桥墩的造价)而对上部构造不利(需要适当加强拱圈)”。上、下部构造一起考虑时,总造价还是节省的。故按连拱计算,不仅理论上比较合理,除过强、补不足,提高桥梁的设计质量,同时,尚可获得一定的经济效益。

按连拱计算时,拱桥可以分为两大类:一类是简单体系拱桥,拱圈是主要承重结构,在计算简图中,以裸拱代替拱跨结构,不考虑拱上建筑的影响;另一类是其他类型拱桥(包括桁架拱、刚架拱和组合拱桥等等),在计算简图中,要考虑拱上建筑的影响。计算拱跨结构的弹性常数时,当按拱跨结构的计算简图确定之。

在简单体系拱桥中,拱上建筑的影响实际上是存在的。采用梁板式拱上建筑时,由于拱上建筑的联合作用很小,按裸拱计算的弹性常数与实际情况比较接近;而采用拱式拱上建筑特别是采用实腹式拱上建筑时,由于拱上建筑的联合作用较大,计算弹性常数时不考虑联合作用会导致一定的误差。由于拱上建筑的影响相当复杂,拱上结构的计算简图尚未妥善解决,要求准确计算拱跨结构的弹性常数是很困难的。鉴于自重较大的拱式拱上建筑的应用逐渐减少,拱上建筑在不断轻型化,简单体系拱桥中采用梁板式拱上建筑是不可避免的发展趋势。因而,在简单体系拱桥中,一律以裸拱的弹性常数代替拱跨结构的弹性常数,不考虑拱上建筑联合作用的影响。对其他类型拱桥,拱跨结构的弹性常数均按其计算简图来确定,即计入拱上结构对弹性常数的影响。

在简单体系拱桥中,采用悬链线拱、等截面圆弧线和抛物线拱时,拱圈弹性常数可以很方便地用查表法(见第二章)计算。其它类型拱桥常为高次超静定结构,手算比较复杂,宜用计算机求解。

下部结构的弹性常数,可按表 3-4、3-5 所列公式计算,有条件时,亦可用微机求解。

计算上、下部结构的弹性常数时,牵涉到建桥材料弹性模量的取值问题。在以往的计算中,有采用混凝土受压弹性模量 E_b ,也有采用 $E_b/1.5$ 或 $0.67E_b$ 的。虽然上下部构造的弹性模量采用 E_b 时,其拱、墩弹性常数是后者的 1.5 倍,但按连拱计算的拱墩内力是完全一致的。在现行规范^[26]中,圬工材料只有受压弹性模量 E ,故在各种情况下,其弹性模量均采用 E 值。对于钢筋混凝土结构,上部构造是以受压为主,故采用受压弹性模量 E_b ,仅在计算桩(柱)或桥墩时,采用 $0.67E_b$ 。

如前所述,在计算拱、墩弹性常数时,由于各种因素的影响,求得的弹性常数带有一定的近

似性,必然影响到拱墩内力的计算精度。在这种情况下,对连拱的计算精度就不可能提出过高的要求。在一般情况下,拱、墩内力的计算误差不得超过±5%;当恒载无连拱作用时,拱、墩活载内力的最大误差亦不得超过10%^①。

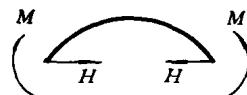
以图1-1a)为基本结构的无铰连拱中,每个拱墩结点有3个变位未知数——竖向位移、水平位移和转角。因为桥墩的竖向弹性变形很小,一般可不考虑竖向位移(若桥墩基础有沉陷时,则按拱脚产生竖向位移的情况计算)。于是,每个拱墩结点就简化为仅有水平位移和转角两个变位未知数。本书的计算公式,都是据此诱导出来的。

第二节 结点变位与拱墩内力的符号规定

一、内力符号

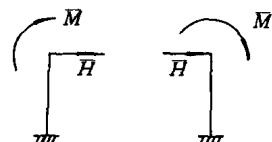
1. 各孔拱中水平力(以 $H_1, H_2, \dots, H_r, \dots$ 表示)以使该孔拱圈产生压力为正;各孔拱中弯矩(以 $M_1, M_2, \dots, M_r, \dots$ 表示)以使该孔拱圈内缘受拉为正(图1-2a))。

a)



2. 各墩顶水平力(以 $\bar{H}_1, \bar{H}_2, \dots, \bar{H}_r, \dots$ 表示)以向右为正;各墩顶弯矩(以 $\bar{M}_1, \bar{M}_2, \dots, \bar{M}_r, \dots$ 表示)以顺时针转为正(图1-2b))。

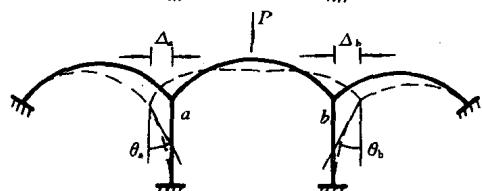
b)



二、变位符号

1. 各拱墩结点的水平位移(以 $\Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_r, \dots$ 表示),在荷载孔 r 以左时向左为正;在荷载孔 r 以右时向右为正(图1-2c))。

c)



2. 各拱墩结点的转角(以 $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_r, \dots$ 表示),在荷载孔 r 以左时逆时针为正;在荷载孔 r 以右时顺时针为正(图1-2c))。

根据上述符号规定,图1-2中所示的内力和变位均为正。

图1-2 连拱的符号规定

第三节 结点变位影响线

如前所述,连拱与固定拱的本质区别仅在于:前者考虑了拱墩结点的变位,而后者则没有考虑。在各种连拱简化计算方法中,其精度的高低主要取决于计算结点变位的计算公式是否符合实际。因而,研究连拱的结点变位影响线不仅可以了解连拱的某些重要规律,还有利于判断连拱简化计算方法的合理性。现以具有代表性的无铰连拱为例,来探讨连拱变位影响线的有关特性。

图1-3a)为4孔30m等跨等墩无铰连拱,拱的抗推刚度为 $K = 35\ 090 \text{ kN/m}$ 、墩的抗推刚

^① 本书所说的计算精度,都是针对图1-1a)所示基本结构而言的。

度为 $\bar{K}=25040 \text{kN/m}$, $\frac{\bar{K}}{K}=0.71$ 为柔性墩。由电子计算机求得,结点 1、2 的水平位移和转角影响线示于图 1-3b)、c)。分析比较这些影响线,可以看出如下规律性:

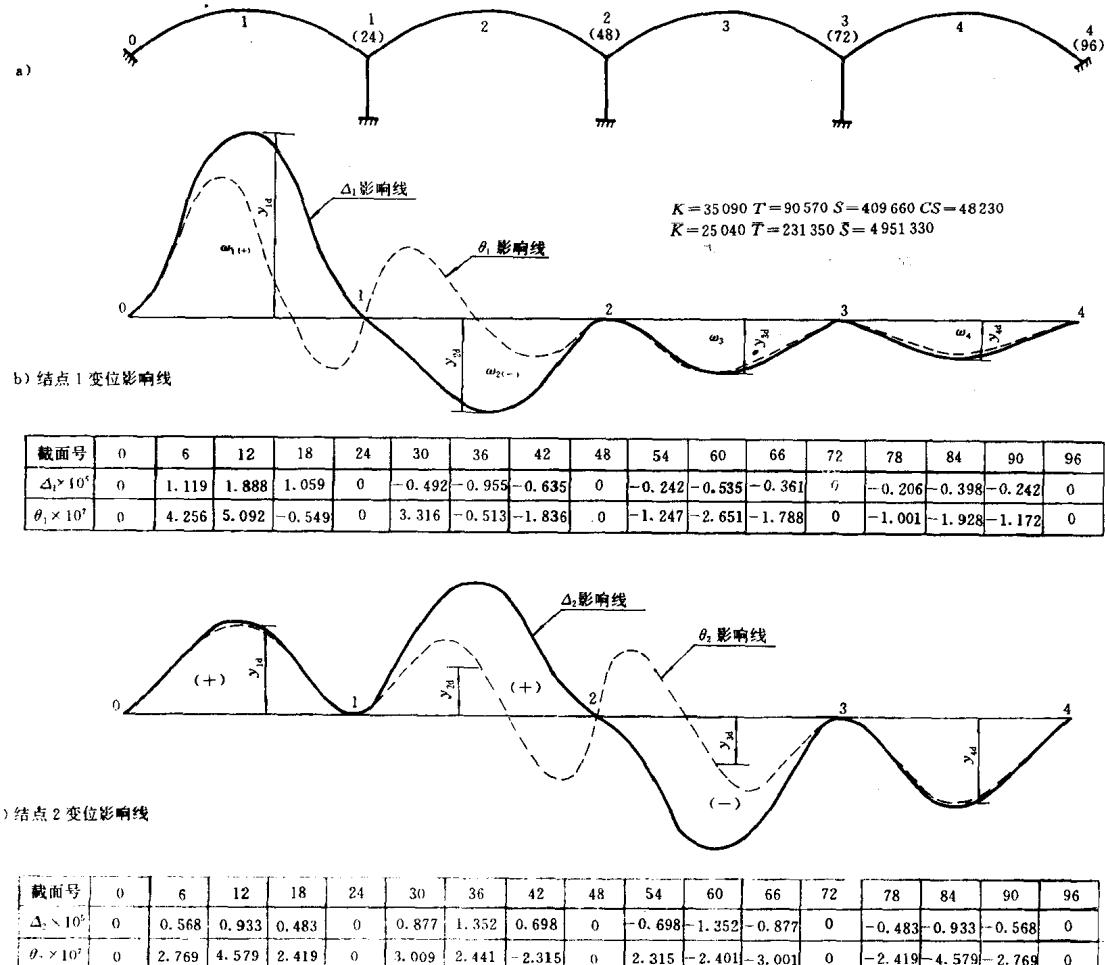


图 1-3 4 孔连拱的结点变位影响线

1. 所有变位影响线其正负面积相等、影响线面积的代数和为零。例如,在图 1-3b)中, Δ_1 的影响线面积有如下关系:

$$\omega_1 + \omega_2 + \omega_3 + \omega_4 = 0 \quad (1-1)$$

要证明上式成立,只需在图 1-3a)的 4 孔等跨连拱中,同时加上均布荷载 q ,由于在这种特定荷载作用下,拱桥的受力为固定拱,各拱墩结点不会产生变位,由 $\Delta_1 = q(\omega_1 + \omega_2 + \omega_3 + \omega_4) = 0$ 知: $\omega_1 + \omega_2 + \omega_3 + \omega_4 = 0$ 。

同理,以任何对称荷载加在各孔的变位影响线上,则各点影响线竖标之和为零。例如,4 孔拱桥的拱顶 4 个影响线竖标之和为零^①,即在图 1-3b)、c)中有:

$$y_{1d} + y_{2d} + y_{3d} + y_{4d} = 0 \quad (1-2)$$

要证明上式成立,只需在 4 个拱顶同时布置单位集中荷载,因在这种对称荷载作用下,各结点都不产生变位,由 $\Delta_1(\Delta_2, \theta_1, \theta_2) = 1 \times (y_{1d} + y_{2d} + y_{3d} + y_{4d}) = 0$ 知,式(1-2)得证。

① 对于 $\Delta_2, \theta_1, \theta_2$ 影响线,式(1-1)同样成立。

② 同样,4 孔拱桥的左、右 $L/4$ (或 $L/8, 3L/8, \dots$)影响线的 8 个竖标之和亦为零。