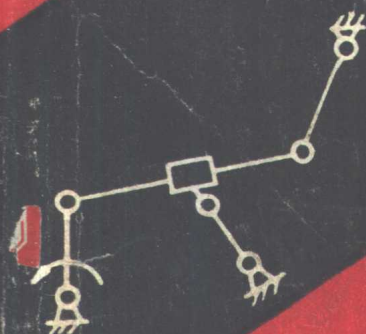


机械原理

解题技巧与CAD程序设计

(试题选解200例)



冯 润 泽 编著

陕西科学技术出版社

机械原理解题技巧与CAD程序设计

(试题选解 200 例)

(I)

冯润泽 编著

陕西科学技术出版社

内 容 概 要

本书较系统地介绍了机械原理中各种解题方法,其中有解疑难题的新方法。如求自由度的拆副法;解轮系传动比的三角结构图法以及复数向量法等,本书还收集了1980年以来全国60多所高等院校研究生入学试题及历届中央电视大学机械原理试题,经精心筛选约300余题,择其典型性的题目给出了多种解法,并对解题中常见错误进行了分析。而每一章之后都附有大量的试题供读者参考或练习。书中还列有解题用的电算流程图及BASIC语言通用程序20个以供读者上机算题用。

本书可供高等院校机械类专业及有关电大、职大、函大作教学参考书。对报考有关专业的研究生及高等院校机械类专业的师生和从事机械设计的科技人员也可参考。

机械原理解题技巧与CAD程序设计

(试题选解200例)

冯润泽 编著

陕西科学技术出版社出版

(西安北大街131号)

陕西省新华书店经销 西安小寨印刷厂印刷

787×1092 16开本 印张 17 插页 1 字数420千字

1987年1月第1版 1987年1月第1次印刷

印数: 1—4000

统一书号: 15202·156 定价: 3.86元

前 言

本书是一本介绍《机械原理》解题方法、技巧与电算程序设计为主一本教学参考书。全书共六章。它是在系统地总结了机械原理传统解题方法的基础上，编写而成。除此之外，还详尽地介绍了求解疑难题的新方法：如求自由度的拆副法，解轮系传动比的三角结构图法以及复数向量法等。

在说明使用各种方法解题时，特收集了1980年至1986年全国60多所高等院校研究生入学试题及历届中央电视大学机械原理试题200多份，经过分类筛选约300余题，择其典型的、有代表性的题目给出了多种解法，并对解题中常见的错误进行了分析，使读者从中得到启发，达到举一反三的目的。

书中还列有解题用的电算流程图及BASIC语言程序约20个，以供读者上机算题。而每一章之后都附有大量的试题供读者练习。为了使读者解题后有所验证，对于部分试题给出了答案；而对于难度较大的试题一般都给出了提示或指出解题步骤。

本书由西北工业大学付则绍同志等审阅，并得到有关院校的热情帮助和支持，在此一并表示感谢。

由于水平所限和编写时间的仓促，遗漏之处必不会少，恳切希望广大读者批评指正。

编 者

1986年4月

目 录

第一章 机构的自由度

§ 1—1 机构自由度的计算方法	(1)
§ 1—2 计算机构的自由度时应注意的事项	(7)
§ 1—3 试题解例和常见错误分析	(10)
§ 1—4 试题及部分解答	(20)

第二章 平面机构的运动分析

§ 2—1 研究平面机构运动所采用的方法	(25)
§ 2—2 平面机构运动分析方法的比较	(58)
§ 2—3 试题解例和常见错误分析	(58)
§ 2—4 试题及部分答案	(86)

第三章 平面连杆机构设计

§ 3—1 用图解法设计连杆机构	(92)
§ 3—2 用解析法设计连杆机构	(105)
§ 3—3 试题解例	(117)
§ 3—4 试题及部分答案	(134)

第四章 凸轮机构及其设计

§ 4—1 凸轮机构的分类和从动件的运动规律	(141)
§ 4—2 按照给定的从动件运动规律进行凸轮工作廓线设计	(144)
§ 4—3 凸轮机构的压力角和基本尺寸的选择	(161)
§ 4—4 试题解例及常见错误分析	(168)
§ 4—5 试题与部分答案	(182)

第五章 齿轮机构及其设计

§ 5—1 渐开线直齿圆柱齿轮的几何尺寸及质量指标	(187)
§ 5—2 变位系数的选择	(197)
§ 5—3 鉴别齿轮类型的算法	(206)
§ 5—4 试题解例	(207)
§ 5—5 试题与部分答案	(224)

第六章 轮系

§ 6—1 周转轮系传动比的计算	(229)
§ 6—2 行星齿轮传动的分析与综合	(231)
§ 6—3 试题解例及常见错误分析	(240)
§ 6—4 试题与部分答案	(256)

第一章 机构的自由度

§ 1-1 机构自由度的计算方法

机构自由度的计算,无论在机械原理课中,还是在作实际机器的设计或分析时,都是一个重要的问题,也是一个较棘手的问题。近几十年来,中外学者建立了数十种确定机构自由度的方法。方法有繁有简、有利有弊。这里,仅介绍几种简便而大家较熟悉的方法。

一、计算机构自由度的基本公式

众所周知,一个孤立的构件有6个自由度。若一机构有 n 个活动构件,则总共有 $6n$ 个自由度。但这些构件在组成机构时,需要通过一系列运动副的联接,这些运动副就带来了一系列的约束,限制构件之间的某些相对运动。设该机构中共有Ⅰ级副 p_1 个,Ⅱ级副 p_2 个,Ⅲ级副 p_3 个,Ⅳ级副 p_4 个,Ⅴ级副 p_5 个,所提供的约束总数为 $5p_5 + 4p_4 + 3p_3 + 2p_2 + p_1$,故机构的自由度为

$$W = 6n - (5p_5 + 4p_4 + 3p_3 + 2p_2 + p_1) \quad (1-1)$$

这就是大家所熟悉的一般空间机构自由度计算公式。

这里顺便指出计算结果:

- 1) 如果 $W = 0$, 或 $W < 0$, 则机构不能运动。
- 2) 当 $W > 0$, 但主动件与 W 不等时, 则机构不能得到预期的确定运动。
- 3) 当 $W > 0$, 且主动件等于 W 数时, 在机构中构件尺寸与运动副配置合适时, 便可实现预期的确定运动。

但是, 这里应当指出的是利用公式(1-1)计算某些机构的自由度时, 所得结果与机构实际情况不符。如图1-1所示的四杆机构, 其活动构件数 $n = 3$, Ⅴ级副数 $p_5 = 4$ 。按公式(1-1)计算其自由度为

$$\begin{aligned} W &= 6n - 5p_5 \\ &= 6 \times 3 - 5 \times 4 = -2 \end{aligned}$$

由上面计算表明, 机构不能运动, 而实际上该机构是自由度为1的平面四杆机构。

为什么会出现这种矛盾现象呢? 原因在于机构中由于其各运动副的特殊配置, 使该机构所有构件都失去了某些运动的可能性, 或者说, 对该机构所有构件的运动加上了若干个公共约束, 因而在计算这些机构的

自由度时, 需将公式(1-1)加以修正。如图1-1所示的四杆机构, 所有的构件只能在 xy 平面内运动, 这就使此四杆机构中所有活动构件的运动受到相同的公共约束, 即均不能沿 z 轴移动和 x 及 y 轴转动。也就是说, 该机构的所有构件共受到三个公共约束。若设机构所受的公共约束数用 m 表示时, 对于由转动副或转动副与移动副以及平面高副所组成的机构, 因 $m = 3$, 其自由度计算公式

$$\begin{aligned} W &= (6-3)n - (5-3)p_5 - (4-3)p_4 \\ &= 3n - 2p_5 - p_4 \end{aligned} \quad (1-2)$$

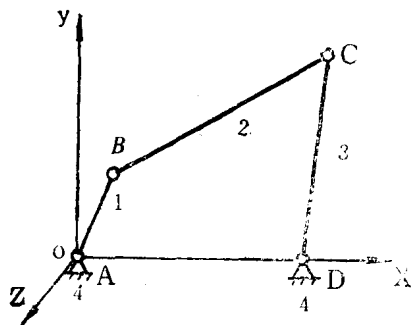


图1-1

现重算图 (1—1) 平面四杆机构的自由度

$$W = 3n - 2p_5 - p_4 = 3 \times 3 - 2 \times 4 - 0 = 1$$

所以, 机构所受的公共约束数 m 对于计算机构自由度 W 有着直接关系。当已知机构所受的公共约束数为 m 时, 其机构的自由度为

$$W = (6 - m) n - \sum_{k=m+1}^{k=5} (k - m) p_k \quad (1-3)$$

这就是大家共知的B·B·陀勃罗伏耳斯基公式。式中 k 为机构中运动副的级数, 而 p_k 为 k 级运动副的个数。

1975年美国学者F·富雷汀斯廷根据机构各构件引入运动副后所产生的相对独立运动关系, 提出了一个毫无例外情况的计算各种机构的自由度的公式

$$W = \sum_{k=1}^{k=5} W_k \cdot p_k - \sum_{i=1}^{i=L} \lambda_i \quad (1-4)$$

式中 $W_k = 6 - k$ 为第 k 级运动副所允许产生的独立相对运动数, L 为机构中的独立闭环数, $\lambda_i = 6 - m_i$ 为第 i 个闭环的自由度, 而 m_i 为第 i 个闭环所受的公共约束。

对于单闭环机构, 即 $L = 1$ 。其自由度为

$$W = p_5 + 2p_4 + 3p_3 + 4p_2 + 5p_1 - (6 - m) \quad (1-4, a)$$

对于多闭环机构, 其自由度为

$$W = p_5 + 2p_4 + 3p_3 + 4p_2 + 5p_1 - [(6 - m_1) + (6 - m_2) + \cdots (6 - m_L)] \quad (1-4, b)$$

二、基本公式的特点

上面仅列出了四种基本公式。就这些公式使用起来仍有较简较繁、严谨不严谨的问题。对于一般空间机构, 当机构的公共约束数 $m = 0$ 时, 便可以使用公式 (1—1) 计算自由度, 此公式具有简单、直观的优点。但对于在机械中广泛使用公共约束数 $m = 3$ 的平面机构和球面机构不能使用, 必须使用公式 (1—2) 来算自由度。对于全部由移动副 (或含有螺旋副) 所组成的平面机构, 应使用公式 (1—3)。此公式也适用于计算单闭环空间机构或由 L 个相同的单闭环组成的多闭环空间机构。对于由 L 个不同单闭环机构组成的多闭环空间机构, 使用此公式并不可靠。在此情况下应该使用公式 (1—4) 或者公式 (1—4, b)。这里应当特别指出的是: 使用公式 (1—4) 或 (1—4, b) 能准确的计算所有机构的自由度, 对于那些公共约束数 $m \neq 0$ 的机构, 首先必须确定公共约束数 m 的数值后, 方可计算自由度。

三、机构公共约束数的确定

关于机构公共约束数的确定, 目前多采用拆断机架法, 现介绍如下:

这个方法的原理是设想把机构的机架拆断, 然后形成一个以被拆断机架一部分为末杆的开式运动链, 如图1—2所示。显然, 对于开式运动链, 其各构件的运动自由度完全取决于各运动副所提供的约束。而且各构件的运动也将累积地反映到末杆上, 即末杆集中反映各构件的运动。这样, 各构件所不能产生的转动和移动, 末杆也就不能产生。如果设末杆的自由度以 λ 表示, 则 $(6 - \lambda)$ 就是末杆所受的约束数。显然, 它应该等于机构的公共约束数, 即

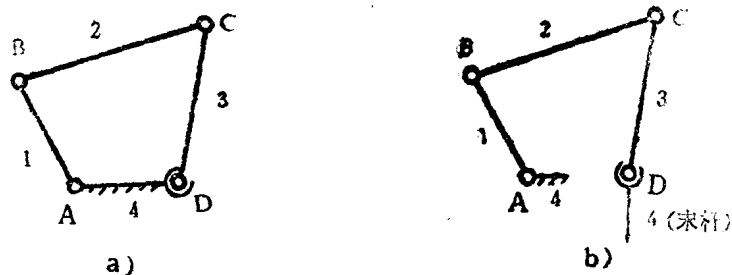


图1-2

$m = 6 - \lambda$ 。这样以来,确定机构公共约束数 m 的问题变成了确定开链末杆自由度 λ 的问题。这就是以拆断机架法来确定机构公共约束的原理。至于末杆自由度 λ 的求法,现有列表分析法、刚体运动分析法、直观分析法和矩阵求秩法等。前三种方法都是在拆断机架后,分析开链中各运动副的配置情况,然后定出末杆的自由度 λ 。如图1-2, b)所示,杆4、杆1、杆2及杆3,分别在A、B、C点组成同一平面内的V级转动副。因此,D点只能作二度移动。末杆4'与杆3在D点组成Ⅲ级球面副,因此末杆4'对杆3又能作三度(x 轴、 y 轴、 z 轴)转动。这样,末杆的自由度 $\lambda = 2 + 3 = 5$,该机构的公共约束数 $m = 6 - \lambda = 1$,由公式(1-3)求得机构的自由度为

$$W = (6 - m)n - \sum_{k=m+1}^{k=5} (k - m)p_k = (6 - 1) \times 3 - [(3 - 1) \times 1 + (5 - 1) \times 3] = 1$$

同样,当代入公式(1-4, a)后得,

$$W = p_5 + 2p_4 + 3p_3 + 4p_2 + 5p_1 - (6 - m) \\ = 3 + 3 \times 1 - (6 - 1) = 1$$

通过以上分析,可以看出拆断机架后定出末杆的自由度 λ ,进一步确定出机构的公共约束 m 的过程并不复杂。在工程中为了工作之便,常给出一些机构的公共约束 m 值,读者若有兴趣可看有关资料。下面着重介绍采用矩阵求秩法求解末杆自由度 λ 的原理:

现以图1-3所示的单万向联轴节来加以说明:此种联轴节是球面四杆机构中的一种。在图1-3, a)中,构件4—1—2—3—4构成单闭环,拆断机架4后,如图1-3, b)所示。

在研究末杆4'的运动时,采用如下方法:

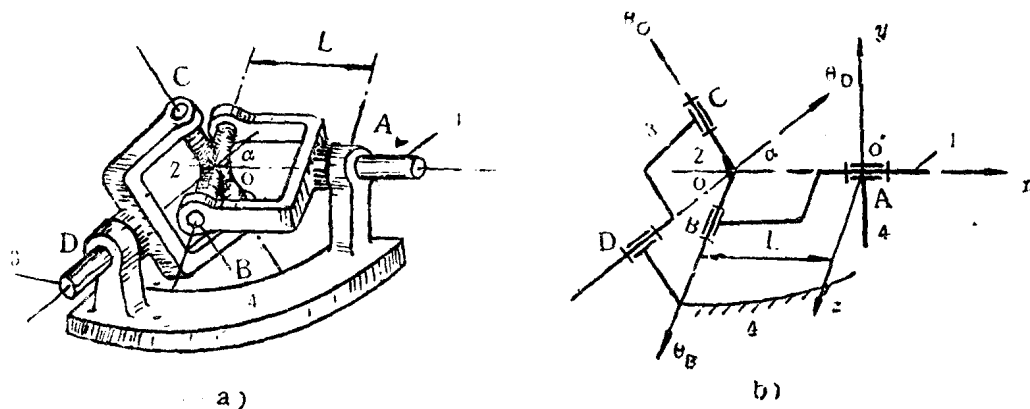


图1-3

- 1) 在叉轴1上A点建立一动坐标系 $o'xyz$;
- 2) 在研究某运动副对末杆运动影响时, 假定将其余各运动副暂时刚结;
- 3) 设末杆4' 在动坐标系中绕 x 、 y 、 z 轴转动和移动分别用 θ_x 、 θ_y 、 θ_z 、 S_x 、 S_y 、 S_z 表示。

在诸运动副的影响下末杆4' 所能产生的独立运动为:

$$\theta_x = \theta_D \cos \alpha - \theta_C \sin \alpha + \theta_A$$

$$\theta_y = \theta_D \sin \alpha + \theta_C \cos \alpha$$

$$\theta_z = \theta_B$$

$$S_x = 0$$

$$S_y = L \theta_B$$

$$S_z = -L \theta_D \sin \alpha - L \theta_C \cos \alpha$$

现再设想将末杆4' 与机架4合拢, 上述表达式左端应为零。通过补项后, 得

$$\left. \begin{aligned} \theta_A + 0 - \theta_C \sin \alpha + \theta_D \cos \alpha &= 0 \\ 0 + 0 + \theta_C \cos \alpha + \theta_D \sin \alpha &= 0 \\ 0 + \theta_B + 0 + 0 &= 0 \\ 0 + L \theta_B + 0 + 0 &= 0 \\ 0 + 0 + L \cos \alpha \theta_C + \theta_D L \sin \alpha &= 0 \end{aligned} \right\} \quad \text{--- (A)}$$

为了确定末杆可能产生的独立运动数目, 可以在线性方程组 (A) 中, 设法确定有几个是独立的 (即线性无关的)。为此, 可先列出此方程组的系数矩阵, 并分析该系数矩阵的秩。由矩阵的知识可知, 该系数矩阵的秩就是方程组 (A) 中独立方程的数目。

方程组 (A) 的系数矩阵为

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -\sin \alpha & \cos \alpha \\ 0 & 0 & \cos \alpha & \sin \alpha \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & L & 0 & 0 \\ 0 & 0 & L \cos \alpha & L \sin \alpha \end{pmatrix}$$

对上述矩阵作初等变换后得

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

从变换后的系数矩阵中可以看出秩为3。即线性方程组 (A) 中只有三个方程式是独立的, 这说明末杆4' 只有三个独立运动, 即末杆4' 的自由度 $\lambda = 3$ 。因此, 机构的公共约束数 $m = 6 - \lambda = 3$ 。这里顺便指出的是: 在某些情况下不必求系数矩阵的秩, 例如在线性方程组 (A) 中, 第5个方程与第2个方程线性相关; 第3个方程与第4个方程线性相关。所以, 在方程组 (A) 中, 只有三个独立的方程, 所以末杆的自由度 $\lambda = 3$ 。

通过以上分析, 我们可以把矩阵求秩法求解末杆自由度 λ 的过程归纳如下:

- 1) 划分单闭环个数;

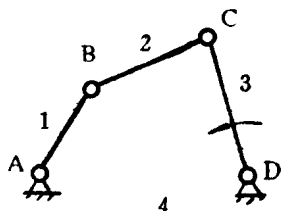
- 2) 在连架杆上建立动坐标系, 写出末杆运动的表达式;
- 3) 将表达式化为方程组;
- 4) 写出方程组的系数矩阵;
- 5) 对系数矩阵作初等变换, 得出矩阵的秩。

又因系数矩阵的秩等于末杆的自由度 λ , 因此, 便可求出机构的公共约束数 m , 然后代入公式(1—4, b)即可求出机构的自由度 W 。

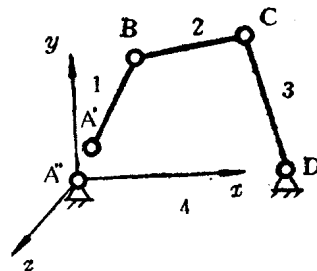
从上述过程可以看出, 利用矩阵求秩求解开链末杆自由度是比较繁的, 运算中容易发生错误, 其优点是此方法严谨可靠。

四、用拆副法计算机构的自由度

用拆副法确定机构自由度的原理比较简单。如图1—4, a)所示为一铰链四杆机构, 运动副A是一个V级回转副, 它提供了5个约束。即不允许组成运动副的两个运动副元素(图1—4, b)中



a)



b)

A', A'')沿 x, y, z 三个方向发生相对移动, 和绕 x 轴及 y 轴发生相对转动。同时, 由几何条件知, 两运动副元素在组成运动副时, 其中心坐标必须重合, 而轴线必须平行。当把运动副A拆开, 参看图1—4, b), 由于构件1、2、3组成开式链, B、C、D处的回转副的轴线均平行于 z 轴, 因此, A' 也只能在 oxy 平面内运动, 而两运动副元素 A' 和 A'' 的轴线始终处于平行状态。若把运动副元素 A' 和 A'' 组成运动副后, 运动副A所提供的限制两运动副元素 A' 和 A'' 的轴线不能绕 x 轴与 y 轴的相对转动, 和沿 z 轴的相对移动的约束 θ_x, θ_y, S_z 是不需要的, 是重复的, 故称它为重复约束。设机构所具有的重复约束数为 S , 在计算机构的自由度时, 显然应该从机构的总约束数中减去重复约束数, 故机构的自由度应为

$$W = 6n - (5p_5 + 4p_4 + 3p_3 + 2p_2 + p_1 - S) \quad (1-5)$$

公式(1—5)便是计算机构自由度的普遍公式。利用这个公式来计算机构的自由度能否得到正确的结果, 关键在于机构重复约束数 S 的确定。为了较快地确定出机构的重复约束数, 一般可按下面步骤进行:

1) 选择要拆开的运动副。一般讲选择任何运动副拆开来研究均可, 但为了确定 S 的过程简化, 应选择提供约束数最少的运动副作拆副对象。然后观察它的约束数和约束性质, 看它限制两个运动副元素沿哪些方向的相对移动和相对转动。

2) 把选定的运动副拆开, 根据整个机构运动副的配置情况, 观察两运动副元素是否有沿被限制的方向发生相对移动或转动的可能性。若沿某些方向没有发生相对移动或相对转动的可能性, 则这些方向的约束就是重复约束; 若沿某些方向有发生相对移动或转动的可能性, 所拆运动副在这方面的约束为有效约束。

3) 在研究被拆开运动副的两运动副元素是否有沿某些方向发生相对运动的可能时, 仅就该运动副所提供约束方向进行研究, 其余方向可以不管, 这样可使问题大为简化。下面将举例说明之:

(1) 如图1—5 所示为一缝纫机的脚踏板四杆机构, 试确定重复约束数 S 并计算此机构的自由度。经分析, $n=3, p_5=3, p_3=1$ 。为了确定此机构的重复约束数 S , 把球面副 B 拆开较简便, 因球面副有三个约束, 不允许两运动副元素沿 x, y, z 三个方向发生相对移动, 即提供的约束为 S_x, S_y, S_z 。由于机构各运动副的配置特点, 把球面副 B 拆开后, 两运动副元素显然没有沿 Z 方向发生相对移动的可能, 故球面副沿该方向的约束 S_z 是重复约束, 其余二个约束是有效约束, 故 $S=1$ 。所以此机构的自由度为

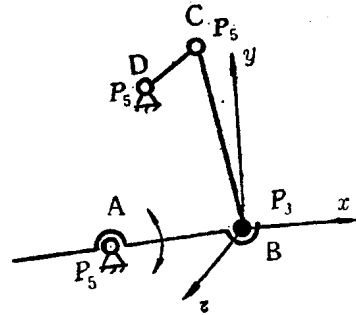


图1—5

$$W = 6n - 5p_5 - 3p_3 + S$$

$$= 6 \times 3 - 5 \times 3 - 3 \times 1 + 1 = 1$$

(2) 如图1—6所示为一拖拉机外轮调整 (空间五杆) 机构, 试确定重复约束数 S 并计算此机构的自由度。经分析, $n=4, p_5=5$, 为了确定机构重复约束数 S , 把回转副 A 拆开, 回转

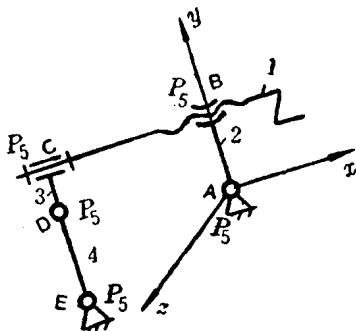


图1—6

副 A 被拆前限制它的两个运动副元素沿 x, y, z 三个方向的相对移动, 和绕 y 轴与 z 轴的相对转动, 即提供的约束为 S_x, S_y, S_z, θ_y 和 θ_z 。而拆开后的两运动副元素也没有绕 y 轴 z 轴转动的可能。同时, 由于运动副的配置特点, 当运动副 A 的两个元素的轴线取得一致时, 其中心的 z 坐标自然一致。所以说 $S=2$, 机构的自由度为

$$W = 6n - 5p_5 + S = 6 \times 4 - 5 \times 5 + 2 = 1$$

公式 (1—5) 同样适用于多闭环机构, 不过要注意地是公式中的 S 是指整个机构的重复约束数, 即 $S = S_1 + S_2 + \dots + S_L$ (1—6)

在 (1—6) 式中, $S_1, S_2, \dots, S_L$ 分别代表各单闭环的重复约束数。

下面举例来说明多闭环机构自由度的计算方法:

(3) 如图1—7, a) 所示为一振动筛机构, 试确定该机构的重复约束数 S , 并计算此机构的自由度。通过分析, 该机构中安装了滚子 G , 但滚子 G 并不影响其他构件的运动, 所以将它与构件2放在一起考虑。 $n=4$, 运动副数 $j=6$, 设 L 为独立闭环数时, $L = j - n = 6 - 4 = 2$ 。即此机构闭环数为2, 见图1—7, a) 所示。

闭环 I 为 5—1—2—3—5, 从动件2与凸轮1在B点组成曲面副 (II 级副), 见图1—7, b)。

现以运动副 B 作为要拆的运动副, 拆开前它提供了二个约束, 即 θ_y, S_y 。当把运动副 B 拆开后分析, 从动件2上的运动副元素 B'' 可以沿 y 方向移动 (即 S_y), 参看图1—7, c)。但运动副 C, D 均为绕 z 轴转动的V级副, 这种运动副配置使得从动件2上运动副元素 B'' 具有不能绕 x 轴转动的特性。同样, 凸轮1上的运动副元素 B' 因受V级副 A 的影响, 也不能绕 x 轴

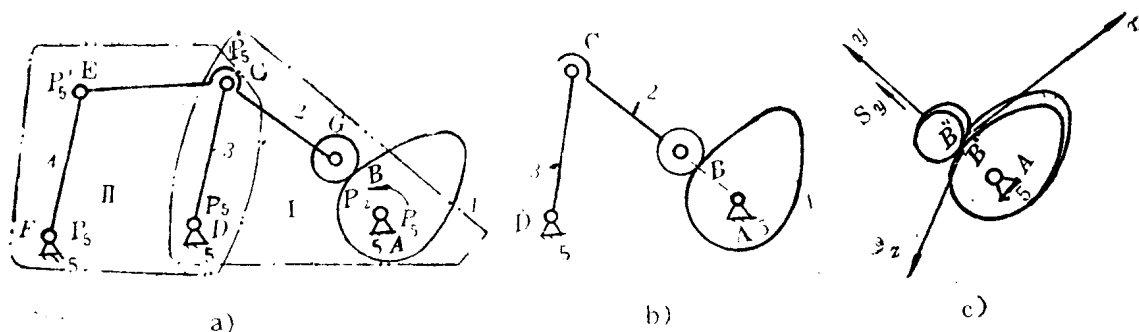


图1—7

转动。因此，运动副B处限制沿 y 方向移动 S_y ，为有效约束，而 θ_z 为重复约束，即 $S_1 = 1$ 。

闭环Ⅱ为 $5-3-2-4-5$ ，是一铰链四杆机构。前已分析过 $S_{II} = 3$ ，故 $S = S_I + S_{II} = 1 + 3 = 4$ 。此机构的自由度为

$$\begin{aligned} W &= 6n - 5p_5 - 2p_2 + S \\ &= 6 \times 4 - 5 \times 5 - 2 \times 1 + 4 \\ &= 1 \end{aligned}$$

总之，利用公式(1—5)时，不论是计算空间机构的自由度，还是计算平面机构的自由度，不管是单闭环机构或是多闭环机构，都能适用。其关键在于确定机构的重复约束数。而重复约束要靠拆副后去分析要拆运动副的全部约束中，看哪几个是有效的约束，哪几个是重复约束，从而定出重复约束数 S 。

拆副法与上述方法相比，其主要的优点是：它比矩阵求秩法确定机构公共约束过程要简单，因此，用此法求机构自由度时，建议最好使机构无虚约束情况下计算尤为方便。

§ 1—2 计算机构的自由度时应注意的事项

一、正确判断复合铰链处的运动副个数

两个以上的构件同时在一处以回转副相联接，便构成复合铰链。如图1—8，a)所示的差动轮系，中心轮1、3与系杆5在A处组成复合铰链。1、3和5各组成一个回转副，如图1—8，b)所示。

在图1—9，a)所示直线机构中，B、C、D、E和F处都是三个构件组成的复合铰链。如B处构件2、6和1构成两个回转副，见图c)所示。若有 m 个构件组成的复合铰链其回转副应为 $m-1$ 个，所以只有准确的弄清机构中运动副的个数，代入有关公式才能得到正确的结果。

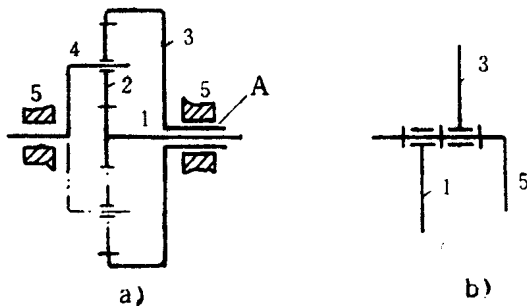


图1—8

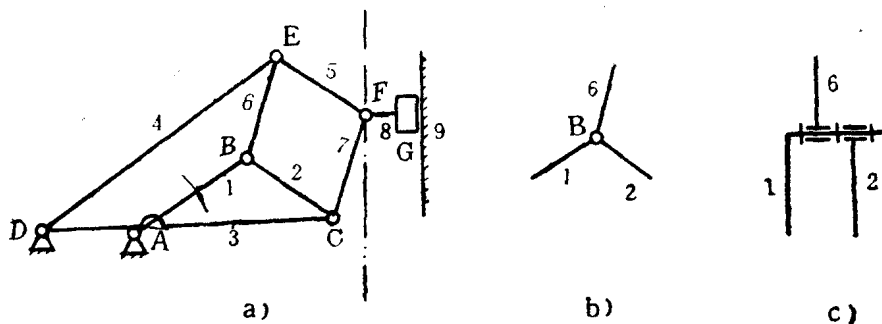


图1-9

二、去除机构中局部自由度

在机构中为了改变某些构件的工作情况，增多了不影响机构整体运动特性的自由度，即局部自由度，在计算前必须除去。

图1-10，a) 所示为一排气机构，构件1、4构成滑动摩擦副，见图1-10，b) 所示，当在两构件间加一滚子5时，改变了构件1、4间摩擦状态，但对整个机构运动特性毫无影响。因此，在计算自由度前将滚子5和运动副G一块减去，应按图1-10，b) 所示的形式去考虑。又如图1-11，a) 所示的筛料机机构中，滚子8绕自身轴线G转动，它不影响直动从动件7的运动特性，故为局部自由度。计算活动构件时应按图1-11，b) 所示情况考虑。

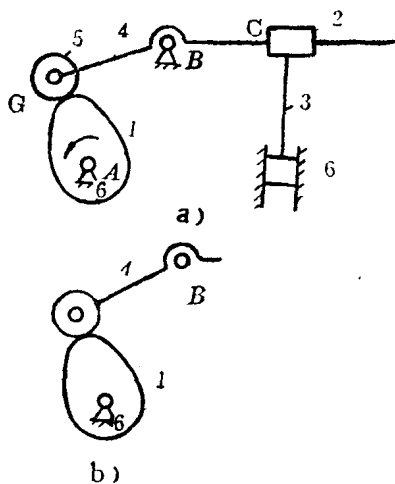


图1-10

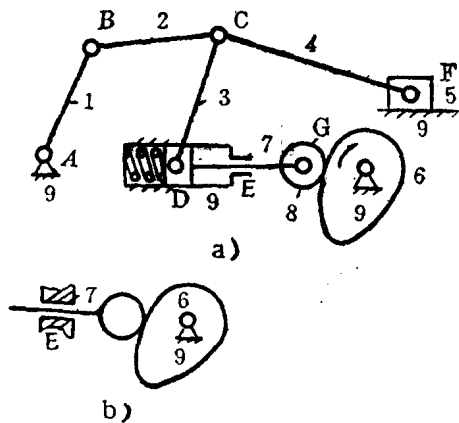


图1-11

图1-12所示为一飞机起落架收放空间四杆机构，在连杆2的两端同时具有两个球面副。当驱动滑块1时，连杆2不仅作空间运动，还能绕自身轴线回转，这种回转也称作局部自由度。在计算空间机构自由度时应从计算结果中减去局部度数，才为该机构的实际自由度。

三、去除引入虚约束的构件和运动副

在设计机构时，为了改善某些构件的刚度和受力情况等，在原机构中加入了一些构件，因而引入一些运动副。这些运动副所加的约束中，有些约束对构件运动不起约束作用。故

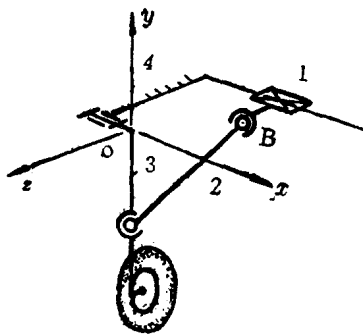


图1—12

这类约束称为虚约束。但是，应当特别指出的是：这里所讲的虚约束和上节讲的重复约束是性质不同的两个概念。

例如在图1—13, a) 所示的平行四边形机构中，连杆2作平移运动，其上E点的轨迹是以某点F为圆心，以 $FE (= AB)$ 为半径的圆上。为了加强构件2的刚度或者使原机构能顺利的通过死点，在EF处加入构件5如图1—13, b) 所示，而且满足 $EF \perp AB$ 。引入的运动副E对连杆2上的E点运动不起约束作用，其轨迹仍然是以F点为圆心，以EF为半径的圆。但是，加入了构件5及运动副E、F后，却引入了一个不应该有的约束。显然，在计算机构自由度时，应去除引入虚约束的构件及运动副。遇到图1—13, b) 所示机构时应按图1—13, a) 所示的情况计算。

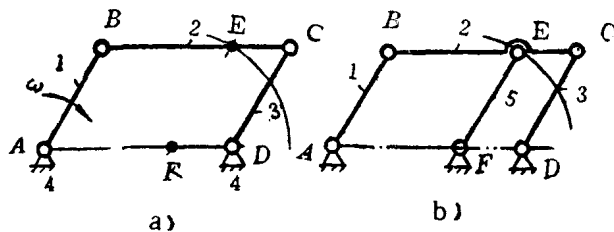


图1—13

图1—14, a) 所示的平行机构，由于有虚约束应按1—14, b) 所示的机构计算。

$$BC = EF = AD \quad AB = CD \quad AF = DE$$

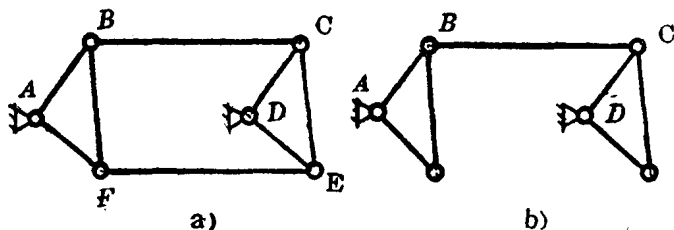


图1—14

图1—15, a) 所示的椭圆规机构，由于E(或C)点虚约束应按图1—15, b) 所示的机构计算。

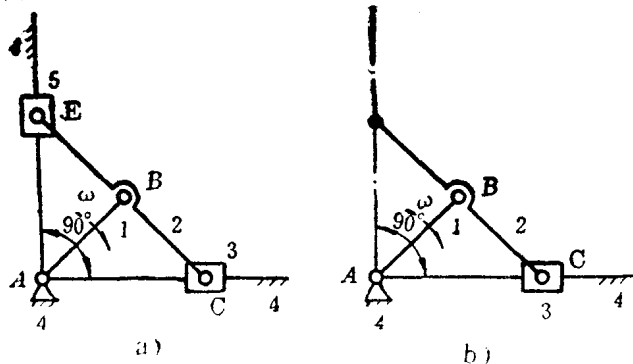


图1—15

总之，机构中虚约束常发生在下述情况：

- 1) 轨迹重合，例如图1—13，b) 及图1—15，a) 所示；
- 2) 两构件同时在几处接触而构成几个移动副，且各移动副的导路互相平行（如图1—11，a) 构件7与9在D、E两处构成的滑动副）；或者两构件同时在几处配合而构成几个回转副，而且各回转副的轴线互相重合；
- 3) 在机构的运动过程中，如果两构件上两点间的距离始终保持不变，那么如将此两点以构件相联接（如图1—14，a) 所示的EF），则由此而引入的约束也是虚约束。

综合上述，计算机构自由度前必须弄清两个问题：其一是机构是平面机构还是空间机构（当然，平面机构可以套用空间机构公式去算）。若为空间机构，是单闭环机构还是多闭环机构，各闭环的公共约束数是多少，这样就不会用错公式。其二，必须弄清机构中的复合铰链，局部自由度和虚约束。

§ 1—3 试题解例和常见错误分析

一、试题解例

1—1 求图1—16，a) 所示机构的自由度，并在图中标明构件号，说明运动副的数目及其所在位置，并分析机构为几级机构。（清华大学，1985年）

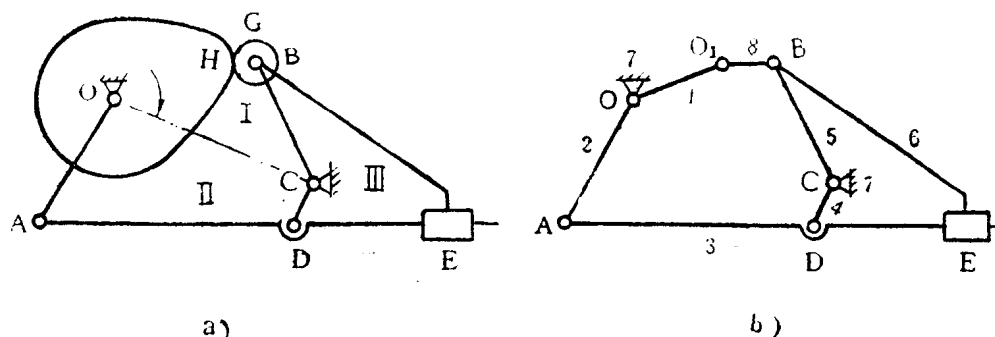


图1—16

计算机构自由度（参看图1—16，a)）

解法（一）：此机构为一平面机构。用公式（1—2）可得

$$W = 3n - 2p_5 - p_4 = 3 \times 6 - 2 \times 8 - 1 = 1$$

解法（二）：用公式（1—4）计算时，首先将铰销B处所装的滚子G与构件CB一起考虑。此机构的闭环数为 $L = j - n = 9 - 6 = 3$ 。由前分析可知各闭环的公共约束 $m_I = m_{II} = m_{III} = 3$ 。用公式（1—4，b）计算时可得

$$W = p_5 + 2p_4 + 3p_3 + 4p_2 + p_1 - [(6 - m_I) + (6 - m_{II}) + (6 - m_{III})] \\ = 8 + 2 \times 1 - [(6 - 3) + (6 - 3) + (6 - 3)] = 1$$

解法（三）：用拆副法计算时，可参看图1—7振动筛机构的分析过程。由此知单闭环I的重复约束数 $S_I = 1$ ，其余两闭环的重复约束数 $S_{II} = S_{III} = 3$ 。由公式（1—5）可得

$$W = 6n - 5p_5 - 2p_2 + S_I + S_{II} + S_{III} = 6 \times 6 - 5 \times 8 - 2 \times 1 + 1 + 3 + 3 = 1$$

解法（四）：用高副低代参看图1—16，b) 所示。其自由度为

$$W = 3 \times 7 - 2 \times 10 = 1$$

在图1—16, b) 中, 杆2、3、4、6为Ⅲ级组, 杆5、8为Ⅱ级组, 杆1为原动件。

在图1—16, a) 中, O、A、D、B处组成转动副, 其中O、C处构成两个转动副, 共7个。在E处组成移动副, 在H处组成高副。

1—2 确定图1—17, a) 所示机构的级别, 说明理由。(浙江大学, 1985年)

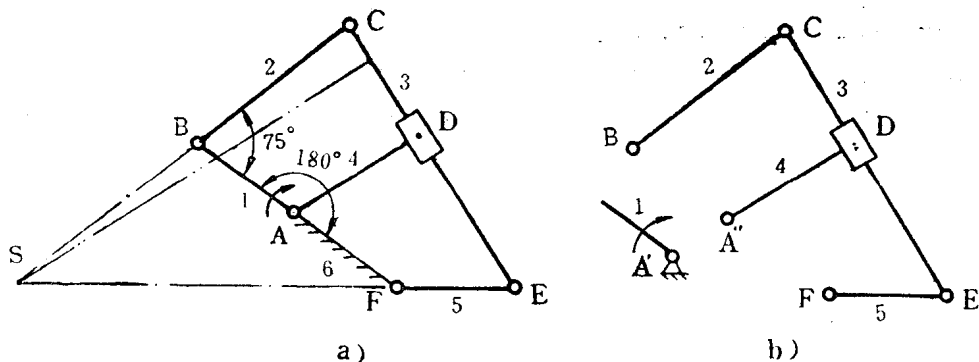


图1-17

解：图1—17, a) 所示为Ⅲ级组六杆机构。根据机构的组成原理，将原件1从机构中拆开后，其余部分为一四杆六副组，此组的自由度为 $W = 3 \times 4 - 2 \times 6 = 0$ ，该组不能再拆分，而且构件3是一个包含三个低副的构件，参看图1—17, b)。因此，图示机构为一Ⅲ级机组机构。

1-3 试计算图1-18所示机构的自由度。(东北工学院, 1985年)

解：此齿轮连杆为一平面机构。用公式（1—2）可得

$$W = 3n - 2p_5 - p_4 = 3 \times 5 - 2 \times 6 - 2 = 1$$

本题共有四种解法，每种解法的计算过程可参照上题去做。

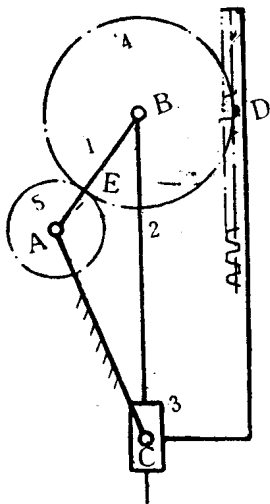


图1-18

求机构自由度

1—4 在图1—19所示的运动链中, 标上圆弧箭头的构件为原动件。已知: $l_{AB} = l_{CD}$, $l_{AF} = l_{DE}$, $l_{BC} = l_{AD} = l_{FE}$ 。试求出该运动链的自由度数, 并说明运动链是不是机构。(北京工业学院, 1985年)

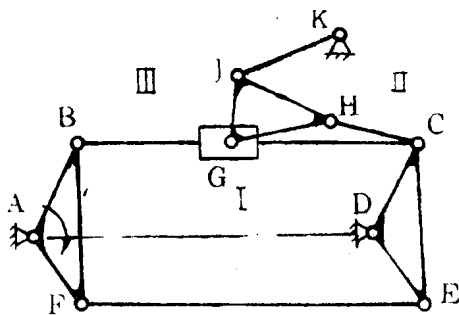


图1-19

解法（一）：此机构为一平面机构，由前面的分析知（见图1—14）设置EF杆带来虚约束，计算自由度时应去掉。用公式（1—2）可得

$$W = 3n - 2p_5 = 3 \times 7 - 2 \times 10 = 1$$

解法 (二) : 用公式 (1—4) 计算时, 首先确定机构的闭环数 $L = j - n = 10 - 7 = 3$ 。由于此机构全部由低副组成, 所以各闭环的公共约束 $m_I = m_{II} = m_{III} = 3$ 。由公式 (1—4) 得

$$W = p_5 - [(6 - m_I) + (6 - m_{II}) + (6 - m_{III})] = 10 - [3 + 3 + 3] = 1$$

解法 (三) : 用拆副法计算时, 首先要确定每个闭环的重复约束数。通过拆副原理不难看出每个闭环重复约束数均为3。由公式 (1—5) 可得

$$W = 6n - 5p_5 + S_I + S_{II} + S_{III} = 6 \times 7 - 5 \times 10 + 3 + 3 + 3 = 1$$

由于原动件的个数与自由度相等, 所以该运动链是机构。

1—5 在图1—20所示机构中, 1、2为一对标准齿轮传动, 试求机构的自由度 $W = ?$
(清华大学, 1984年)

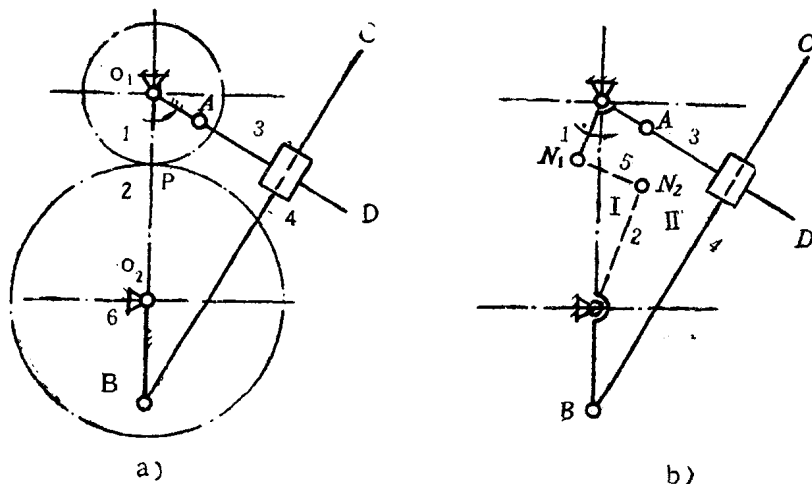


图1—20

解法 (一) : 此齿轮连杆为一平面机构。用公式 (1—2) 可得

$$W = 3n - 2p_5 - p_4 = 3 \times 4 - 2 \times 5 - 1 = 1$$

解法 (二) : 用公式 (1—4) 计算时, 参看图1—20, b) 所示。单闭环 I 的公共约束 $m_I = 3$ (高副低代后为四杆机构)。单闭环 II 的公共约束 $m_{II} = 3$ 。用公式 (1—4, b) 计算时可得

$$\begin{aligned} W &= p_5 + 2p_4 + 3p_3 + 2p_2 + p_1 - [(6 - m_I) + (6 - m_{II})] \\ &= 5 + 2 \times 1 - [(6 - 3) + (6 - 3)] \\ &= 1 \end{aligned}$$

解法 (三) : 用拆副法计算时, 请参看图1—20, a) 。图中单闭环 I (6—1—2—6) 里有齿轮1、2在P点构成曲面副, 因此单闭环 I 的重复约束数 $S_I = 1$ 。单闭环 II (6—1—3—4—2—6) 的重复约束数 $S_{II} = 3$ 。由公式 (1—5) 可得

$$W = 6n - 5p_5 - 2p_2 + S_I + S_{II} = 6 \times 4 - 5 \times 5 - 2 \times 1 + 3 + 1 = 1$$

解法 (四) : 用高副低代法计算从略。

1—6 计算图1—21所示机构的自由度。(西安交通大学, 1984年)

解: 此机构中摆杆2与滚子5在G处构成局部自由度, 在计算机构自由度之前应去除。因