

萬有文庫

第一集一千種

王雲五主編

簡便算法

徐玉相編

商務印書館發行

1.6

簡 便 算 法

徐玉相編

百 科 小 叢 書

萬有文庫

第一集一千種

總編纂者

王雲五

商務印書館發行

王雲五主編
萬有文庫
第一集一千種

簡便算法

徐玉相編

上海河南路
發行人 王雲五
上海河南路
印刷所 商務印書館
上海及各埠
發行所 商務印書館

中華民國二十二年十二月初版

此書有著作權翻印必究

The Complete Library
Edited by
Y. W. WONG

SOME ABBREVIATED METHODS OF
ARITHMETIC CALCULATION

BY SU YU SIANG
PUBLISHED BY Y. W. WONG
THE COMMERCIAL PRESS, LTD.
Shanghai, China
1933

All Rights Reserved

序 言

同一算題，因算法之不同，有繁有簡，有迂有便，法之繁迂者，費時耗力，遲鈍易誤，而吾人生活於此繁雜之世界中，於實際之計算上，常有不得不求省時間省心力以敏捷計算者，是故利用簡便算法一道，有講究之必要也。

普通加減乘除之計算，無論何人，殆為日常所必需，然一般算術書中所述諸法則，不過為各種之基礎的普遍的解法，其實就問題之特性上考之，則可得簡便法者至多，我國出版界中，關於此種專書，竟未一見，竊甚惑之。爰抽餘暇，參考東西籍多種，再加以己見，草成此稿，內容取加減乘除最重要之簡便算法，分條說明其法則，加以例解之外，尤注重於原理之說明，所以冀初學者易於融會貫通而記憶也。

本書所論，皆係根據定理公式而運化，使計算變為簡便，而結果毫無誤差，若計算減簡，而結果得近似值者，普通稱為省略算或近似算，關於此種算法，容有暇時，亦當再輯一書。

本書以程度而言，則略知代數者，不難將全書澈底了解；但以內容而言，則在今日之狀態，雖大學生亦未必知

601/10

之。其實此種簡便算法，不僅切於實用，且可練習智巧以供娛玩，深望學者注意及之。

民國十五年八月

海寧徐玉相識

簡便算法

目 錄

第一章 豫 備

1. 補數與過數
2. 能以3,4,5,6,8,9,11諸數整除與否的視察法
3. 宜熟記之數

第二章 加法之便法

4. 由完成數之加法
5. 多個相近之數之加法
6. 等差級數之和
7. 等比級數之和
8. 求多個相近之數之平均值

第三章 減法之便法

9. 由完成數之減法
10. 被減數與999, 9999, ……等之差為簡單之數時之減法

11. 補數加法
12. 由一數減諸數或同時再加諸數之便法
13. 前節之別法
14. 求二個自乘數之差之便法
15. 求二個立方數之差之便法

第四章 乘法之便法

16. 個位數字爲5之數求其自乘數之便法
17. 與10之冪或10之冪之倍數相近之數之自乘便法
18. 一般數之自乘便法
19. 二因數之個位數字皆爲5時求其積之便法
20. 乘數近於10之冪或10之冪之倍數時之便法
21. 乘數及被乘數近於同一之10之冪或10之冪之倍數時之便法
22. 乘數之因數連乘法
23. 乘數中之一部分爲他數字之倍數時之便法
24. 因數變形之乘法
25. 乘數爲25,125,625,3125時之便法
26. 乘數爲75,175,275,375,875,1875,4375,5625時之便法
27. 乘數對於1000,10000,⋯等之補數爲25,125,625,3125時之便法

28. 乘數與 25, 125, 625, 3125 之差爲 1 或 10 或 10 之冪時之便法
29. 二因數可視作 $(A-B)$ 與 $(A+B)$ 且 A^2 與 B^2 易於求得時之乘法
30. 二個二桁之數其十位數字之和等於 10 而個位數字相同時求其積之便法
31. 二個二桁之數其十位數字之和等於 8 而個位數字相同時求其積之便法
32. 二個二桁之數一數之十位與個位相同他數之十位與個位之和等於 10 時求其積之便法
33. 二個二桁之數一數爲 $(k10-k)$ 他數爲 $(a10-b)$ 而 $a+b=10$ 時求其積之便法
34. 應用公式 $(a+b)(a+c)=a(a+b+c)+bc$
35. 應用公式 $ab=a'b'+(a-a')(b-a')$
 $=a'b'+(a-b')(b-b')$
36. 乘數以某單位數加之而乘數中之數字變爲惟有 a 及 1 與 0 時之便法
37. 數多簡便結合之乘法
38. 連乘之便法

第五章 除法之便法

39. 補數除法

40. 除數對於10之冪或10之冪之倍數之過數爲簡單數時之除法
41. 除數之因數連除法
42. 除數與被除數變形之除法
43. 除數爲25,125,625,3125時之便法
44. 除數爲75,175,275,375,875,1875,4375,5625時之便法
45. 除數對於10之冪之補數爲單位數時之又一便法
46. 除數對於10之冪之過數爲單位數時之又一便法
47. 除數爲99,999,……等且較被除數(整數)爲大時之商
48. 除數爲99,999,……等之因數或倍數時之除法
49. 除數爲101,1001,……等且較被除數(整數)爲大時之商
50. 除數爲101,1001,……等之因數或倍數時之除法
51. 除數(整數)爲較10之冪之倍數小1且較被除數(整數)爲大時之商
52. 除數爲較10之冪之倍數小1之數之因數或倍數時之除法
53. 除數(整數)爲較10之冪之倍數大1且較被除數(整數)爲大時之商

-
54. 除數爲較10之羣之倍數大1之數之因數或倍數時之除法
55. 已知被除數能以除數除盡且除數之末位爲1, 3, 7, 9時之便法
56. 連除之便法

簡便算法

第一章

豫備

§1. 補數與過數 以下本書中,時有用及所謂“補數”與“過數”者,茲先將此二名詞之意義說明之。

(1) 補數.

凡 A 對於 B 所不足之數,稱爲 A 對於 B 之補數.

例如 6 對於 9 不足 3,

故 3 爲 6 對於 9 之補數.

反之, 3 對於 9 不足 6,

故 6 爲 3 對於 9 之補數.

又如 8 對於 10 不足 2, 而 2 對於 10 不足 8,

故 2 爲 8 對於 10 之補數,

8 爲 2 對於 10 之補數.

單位數對於 9 及 10 之補數如下表,須熟習之,使一見本數,即可讀出其補數,乃可應用於簡便速算.

	對於9之補數									對於10之補數								
本數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
補數	8	7	6	5	4	3	2	1	0	9	8	7	6	5	4	3	2	1

(2) 過數

凡 A 對於 B 所超過之數，稱為 A 對於 B 之過數

例如 102 對於 100 超過 2，

故 2 為 102 對於 100 之過數。

又如 5008 對於 5000 超過 8，

故 8 為 5008 對於 5000 之過數。

§2. 能以 3, 4, 5, 6, 8, 9, 11 諸數整除與否的視察法

〔定理 1〕 凡某整數之各位數字之和，能以 3 整除者，則某數必能以 3 整除。

〔例〕 283527 之各位數字相加，則得

$$2+8+3+5+2+7=27.$$

而 27 能以 3 整除，因之知 283527 亦必能以 3 整除。

〔理由〕 $283527 = 200000 + 80000 + 3000 + 500 + 20 + 7$

$$\text{而} \left\{ \begin{array}{l} 200000 = 2 \times 100000 = 2 \times 99999 + 2 \\ 80000 = 8 \times 10000 = 8 \times 9999 + 8 \\ 3000 = 3 \times 1000 = 3 \times 999 + 3 \\ 500 = 5 \times 100 = 5 \times 99 + 5 \\ 20 = 2 \times 10 = 2 \times 9 + 2 \\ 7 = 7 \end{array} \right.$$

$$\begin{aligned}\text{故 } 283527 &= (2 \times 99999) + (8 \times 9999) + (3 \times 999) \\ &\quad + (5 \times 99) + (2 \times 9) \\ &\quad + 2 + 8 + 3 + 5 + 2 + 7 \\ &= 3\text{ 之倍數} + 2 + 8 + 3 + 5 + 2 + 7\end{aligned}$$

此 $2+8+3+5+2+7$ 之和,若能以 3 整除時,則 283527 亦必能以 3 整除。

而 $2+8+3+5+2+7$ 乃為 283527 各位數字之和,本此關係,故得上之定理

〔定理 2〕 某整數之末二位,若能以 4 整除,或末二位皆為 0 時,則其數必能以 4 整除。

〔理由〕 若末二位皆為 0,則該數為 100 之倍數;然 100 能以 4 整除,故該數亦能以 4 整除。

若末二位不皆為 0,而此二位能以 4 整除時,
則 $\text{該數} = 100\text{ 之倍數} + 4\text{ 之倍數}$
 $= 4\text{ 之倍數} + 4\text{ 之倍數}$
 $= 4\text{ 之倍數}.$

〔定理 3〕 某整數之個位數字為 5 或為 0 時,則必能以 5 整除。

〔理由〕 若末位為 0,則該數為 10 之倍數;但 10 為 5 之倍數,故該數亦為 5 之倍數。

又末位為 5 時,
則 $\text{該數} = 5\text{ 之倍數} + 5 = 5\text{ 之倍數}.$

〔定理4〕 某整數爲偶數，且各位數字之和能以3整除時，則某數必能以6整除。

〔理由〕 某數既能以3整除，且爲偶數，則某數必爲3之偶數倍，故能以6整除。

〔定理5〕 某整數之末三位能以8整除，或皆爲0時，則某數必能以8整除。

〔理由〕 若末三位皆爲0，則該數爲1000之倍數；但1000能以8整除，故該數亦能以8整除。

若末三位不皆爲0而此三位能以8整除時，
則
$$\begin{aligned} \text{該數} &= 1000\text{之倍數} + 8\text{之倍數} \\ &= 8\text{之倍數。} \end{aligned}$$

〔定理6〕 某整數之各位數字之和，能以9整除時，則某數亦必能以9整除。

〔理由〕 說明法與上3之倍數同。

〔定理7〕 將某整數之個位百位等奇位數字相加，又以十位千位等偶位數字相加；若兩和之差，爲0或爲11之倍數時，則某數必能以11整除。

〔例〕 視察3572129係11之倍數與否？

由右始，諸奇位數字之和爲

$$9+1+7+3=20,$$

諸偶位數字之和爲

$$2+2+5=9;$$

兩和之差爲11,因之知3572129能以11整除.

$$\begin{aligned} \text{〔理由〕 } 3572129 &= 9 + 20 + 100 + 2000 + 70000 \\ &\quad + 500000 + 3000000 \end{aligned}$$

$$\text{而} \left\{ \begin{array}{l} 10 = 11 \text{ 之倍數} - 1 \\ 100 = 11 \text{ 之倍數} + 1 \\ 1000 = 11 \text{ 之倍數} - 1 \\ 10000 = 11 \text{ 之倍數} + 1 \\ 100000 = 11 \text{ 之倍數} - 1 \\ 1000000 = 11 \text{ 之倍數} + 1 \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} 20 = 11 \text{ 之倍數} - 2 \\ 100 = 11 \text{ 之倍數} + 1 \\ 2000 = 11 \text{ 之倍數} - 2 \\ 70000 = 11 \text{ 之倍數} + 7 \\ 500000 = 11 \text{ 之倍數} - 5 \\ 3000000 = 11 \text{ 之倍數} + 3 \end{array} \right.$$

$$\begin{aligned} \text{故 } 3572129 &= 11 \text{ 之倍數} \\ &\quad + 9 - 2 + 1 - 2 + 7 - 5 + 3 \\ &= 11 \text{ 之倍數} \\ &\quad + (9 + 1 + 7 + 3) - (2 + 2 + 5) \end{aligned}$$

故此兩和之差爲11之倍數或爲0時,則3572129爲11之倍數.

§3. 宜熟記之數 如下列諸數,因常須應用,故欲講簡便速算時,最好能熟記之.

$11^2=121$			
$12^2=144$	$2^3=8$	$2 \times 2=24$	$16 \times 2=32$
$13^2=169$	$3^3=27$	$12 \times 3=36$	$16 \times 3=48$
$14^2=196$	$4^3=64$	$12 \times 4=48$	$16 \times 4=64$

$15^2=225$	$5^2=125$	$12 \times 5=60$	$16 \times 5=80$
$16^2=256$	$6^2=216$	$12 \times 6=72$	$16 \times 6=96$
$17^2=289$	$7^2=343$	$12 \times 7=84$	$16 \times 7=112$
$18^2=324$	$8^2=512$	$12 \times 8=96$	$16 \times 8=128$
$19^2=361$	$9^2=729$	$12 \times 9=108$	$16 \times 9=144$
$25^2=625$			

$25 \times 4=100$	$75 \times 4=300$
$125 \times 8=1000$	$175 \times 4=700$
$625 \times 16=10000$	$275 \times 4=1100$
$3125 \times 32=100000$	$375 \times 8=3000$
	$875 \times 8=7000$

又 $\frac{1}{7}, \frac{2}{7}, \frac{3}{7}, \frac{4}{7}, \frac{5}{7}, \frac{6}{7}$ 之六數,各爲六位之純循環小數,其間關係,特具趣味,且易於記憶,學者可乘便記憶之。

$$\frac{1}{7}=0.\dot{1}4285\dot{7}$$

此記憶法,可如下:

$$\begin{array}{rcl} 7 \times 2 & = & 14 \\ 14 \times 2 & = & 28 \\ 28 \times 2 + 1 & = & \underline{57} \\ & & 142857 \end{array}$$

最初二位,爲7之2倍,即14,其次之二位,則又爲14之2倍,即28,再其次之二位,則又爲28之2倍而加1,即57。