

# 加工齿形工件的齿条刀和滚刀

〔苏〕 С. И. 拉什涅夫 著

陈 先 译

机械工业出版社

本书阐述了用齿条刀和滚刀加工齿形工件有关问题的普遍解法，同时还以具体实例介绍了该法在加工各种形状和用途的直齿、螺旋齿齿形工件时的应用。

本书可供机械制造业中从事刀具设计、制造的广大工程技术人员以及有关大专院校师生参考。

## ФОРМООБРАЗОВАНИЕ ЗУБЧАТЫХ ДЕТАЛЕЙ РЕЕЧНЫМИ И ЧЕРВЯЧНЫМИ ИНСТРУМЕНТАМИ

С. И. Лашнев

МОСКВА. «МАШИНОСТРОЕНИЕ» 1971

### 加工齿形工件的齿条刀和滚刀

〔苏〕 С. И. 拉什涅夫 著

陈 先 译

机械工业出版社出版（北京阜成门外百万庄南街一号）

（北京市书刊出版业营业登记证出字第117号）

机械工业出版社印刷厂印刷

新华书店在北京发行所发行。新华书店经售

开本 787×1092 1/32·印张 7 1/4·字数 155 千字

1980年8月北京第一版·1980年8月北京第一次印刷

印数 00,001—11,000·定价 0.76 元

统一书号：15033·4749

# 目 录

出版者的话

原序

## 第一部分 加工齿形工件的理论问题

<b>一、齿形工件和刀具发生面的参数</b>	<b>1</b>
(一)齿形工件的参数	1
(二)工具齿条的参数	6
(三)基本蜗杆的参数	7
<b>二、用齿条刀加工齿形工件</b>	<b>10</b>
(一)工具齿条的齿廓	10
(二)确定用齿条刀加工的齿形工件的节圆柱半径	20
(三)已知工具齿条齿廓确定齿形工件的齿廓	26
(四)用齿条刀加工的齿形工件齿廓的过渡曲线与根切	35
(五)用齿条刀加工渐开线齿轮的特点	38
<b>三、用滚刀加工齿形工件</b>	<b>42</b>
(一)基本蜗杆的齿廓	42
(二)根据给定的基本蜗杆齿廓确定齿形工件的齿廓	47
(三)确定基本蜗杆的节圆柱半径	48
(四)确定用滚刀加工齿形工件的节圆柱半径	49
<b>四、齿条刀和滚刀的前刀面和后刀面的形状</b>	<b>51</b>
(一)齿条刀前刀面与后刀面的形状	52
(二)滚刀前刀面与切削刃的形状	55
(三)滚刀后刀面的形状	60
(四)渐开线齿轮滚刀后刀面的几何特性	71

五、滚刀的铲削与磨削工具造形.....	77
(一)确定铲削滚刀的铲背车刀轮廓.....	77
(二)确定铲磨与刃磨滚刀的砂轮轮廓.....	83
(三)成形齿廓滚刀的造形.....	90
(四)装有可调梳形刀片镶齿滚刀的计算特点.....	97

## 第二部分 加工齿形工件的齿条刀和滚刀计算实例

一、计算用齿条刀加工齿形工件的节圆柱半径 .....	102
二、螺杆刨刀的轮廓计算 .....	116
三、螺纹搓板的齿廓计算 .....	121
四、花键齿条刀的齿廓计算 .....	125
五、计算花键齿条刀突角的几何参数 .....	134
六、确定节线在工具齿条齿廓上的位置 .....	139
七、计算齿轮剃前齿条刀突角的几何参数 .....	142
八、计算齿轮剃前插齿刀突角的几何参数 .....	151
九、花键滚刀的造形 .....	161
十、加工刀具刀齿的滚刀计算 .....	170
十一、计算滚刀的铲背车刀轮廓 .....	189
十二、圆弧齿轮滚刀的造形特点 .....	197
十三、渐开线齿轮滚刀的造形 .....	200
十四、渐开线齿轮插齿刀的造形 .....	207
参考文献 .....	221

# 第一部分 加工齿形工件的理论问题

## 一、齿形工件和刀具发生面的参数

为了解决用齿条刀和滚刀加工齿形工件的所有问题，本章将确定齿形工件和刀具发生面的一些必要而充分的参数。在这里，我们所要研究的上述参数，均属加工圆柱齿形工件的最普遍情况。

在加工工件齿形的过程中，刀具上与工件齿部名义表面共轭的表面，称为刀具发生面。齿条形工具<sup>⊖</sup>（滚压齿形工件的搓板、齿条刀、某些形式的磨料工具等）的发生面，可视作广义柱面，通常称之为工具齿条。蜗杆形工具<sup>⊖</sup>（滚刀、磨料蜗杆、齿轮螺旋滚压轮等）的发生面为螺旋面，通常称为基本蜗杆。

### （一）齿形工件的参数

圆柱齿形工件，可以做成圆周齿距是等分的或不等分的、直齿或螺旋齿的形式。通常在推导计算公式时，均将齿形工件看作螺旋齿。而对于直齿工件，仅需在计算公式中取螺旋参数为无穷大即可。在这种情况下，上述计算公式，经适当变换，就被简化成相应形式。

因此，一般情况下，我们常将圆柱齿形工件的被加工表面，看作由某一曲线作螺旋运动而形成的螺旋面。我们称此

<sup>⊖</sup> 以下我们视具体情况译作齿条刀和滚刀——译者。

曲线为齿廓。齿廓的螺旋运动，通常可以用轴向齿距  $H$ ，也可以用螺旋参数  $p$ ，或用半径为  $r$  的圆柱面上的螺旋角  $\beta$  表示（图 1）。这些参数之间存在着如下关系：

$$\left. \begin{array}{l} p = \frac{H}{2\pi} \\ p = \frac{r}{\operatorname{tg} \beta} \end{array} \right\} \quad (1)$$

在以后推导所有计算公式时，我们约定，齿廓的螺旋运动由螺旋参数  $p$  给定。对于右螺旋面，参数  $p$  取正号；左螺旋面取负号。

在生产实践中，随着齿形工件的设计、制造和使用条件的不同，螺旋面齿廓按其自身形状和原始位置，可用各种线性参数、角度参数和其他参数给定。但是，为了使所有齿形工件的加工问题具有统一的解决方法，不管每种工件的参数是如何规定的，我们必须用同样的参数，表示各种齿形工件的齿廓。

在与齿形工件相连的右手座标系  $xyz$  内，我们取  $z$  轴与被加工螺旋面的轴线相重合，令齿形工件齿廓  $BC$  的原始位置处于端面  $xOy$  内（见图 1）。为了解决加工齿形工件的有关问题，必须已知其齿廓  $BC$  上每一计算点的下列参数：极座标  $r$  和  $\delta$ ；齿廓切线与向径  $OA$  的夹角  $\xi$ ；齿廓曲率半径  $\rho$ 。

极角  $\delta$ 、角度  $\xi$  及曲率半径  $\rho$  的符号作如下规定：若向径  $OA$  相对  $x$  轴顺时针旋转，则  $\delta$  取正号；若切线相对向径  $OA$  顺时针旋转，则  $\xi$  角取正号（即一阶导数  $\frac{d\theta}{dr}$ <sup>Θ</sup> 的符号）；若连心线  $OO_1$  相对向径  $OA$  顺时针旋转，则曲率半径  $\rho$  取正号。

在座标系  $xyz$  内，设齿形工件的螺旋面由下列方程给定：

---

Θ 原书为  $\frac{d\delta}{dr}$  ——译者。

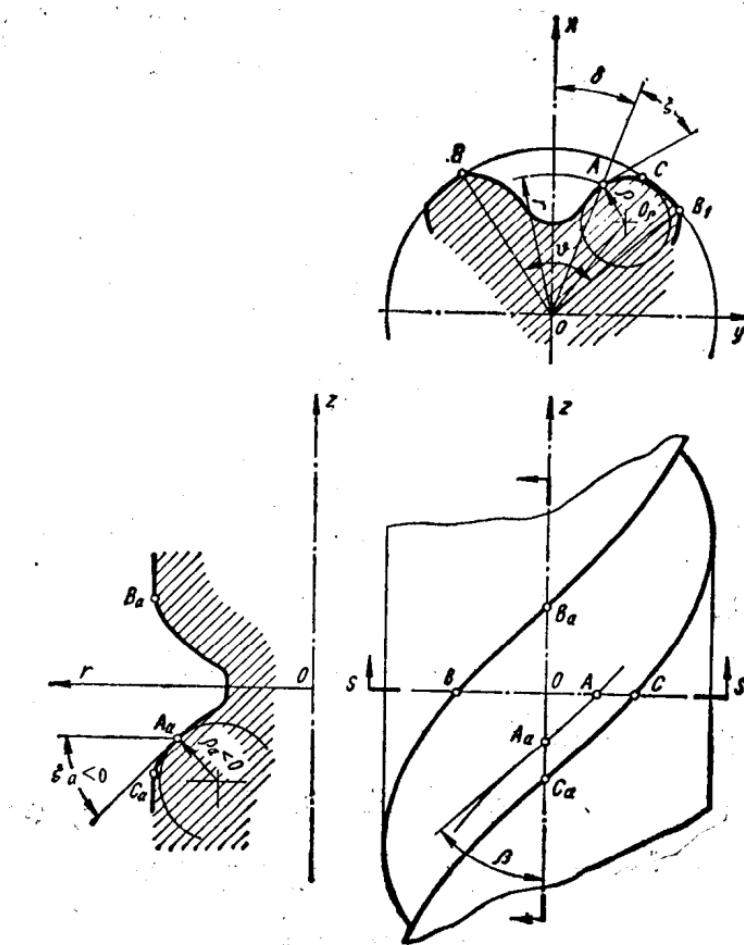


图1 圆柱齿形工件的参数

$$\left. \begin{array}{l} x = r \cos(\delta + \varphi) \\ y = r \sin(\delta + \varphi) \\ z = p\varphi \end{array} \right\} \quad (2)$$

式中  $\varphi$ ——螺旋面齿廓相对原始位置的转角。若形成螺旋面时齿廓顺时针旋转，则  $\varphi$  角取正号。

若螺旋面齿廓由轴向平面 ( $y=0$ ) 的参数  $r$ 、 $z$ 、 $\xi_a$ 、 $\rho_a$  (见图 1) 给出, 则端面参数  $\delta$ 、 $\xi$  和  $\rho$  按下述方法确定。

用  $y=0$  代入方程(2), 得:

$$\left. \begin{array}{l} x = r \\ \delta = -\frac{z}{p} \end{array} \right\} \quad (3)$$

端面齿廓计算点的切线倾角  $\xi$  由公式<sup>[1]</sup>

$$\operatorname{tg} \xi = \frac{r}{\frac{dr}{d\delta}} \quad (4)$$

确定。而轴向齿廓计算点的切线倾角  $\xi_a$  为:

$$\operatorname{tg} \xi_a = \frac{dz}{dr} \quad (5)$$

将方程(3)微分, 得:

$$\frac{d\delta}{dz} = -\frac{1}{p} \quad (6)$$

由方程(4)、(5)、(6)解得:

$$\operatorname{tg} \xi = -\frac{r}{p} \operatorname{tg} \xi_a \quad (7)$$

螺旋面端面齿廓计算点的曲率半径由公式<sup>[1]</sup>⊕

$$\rho = \frac{\left[ r^2 + \left( \frac{dr}{d\delta} \right)^2 \right]^{\frac{3}{2}}}{r^2 + 2\left( \frac{dr}{d\delta} \right)^2 - r \frac{d^2 r}{d\delta^2}} \quad (8)$$

确定。而螺旋面轴向齿廓计算点的曲率半径  $\rho_a$ , 决定于公式<sup>[1]</sup>:

⊕ 曲率半径的极坐标表达式——译者。

$$\rho_a = \frac{\left[1 + \left(\frac{dz}{dr}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}}{\frac{d^2z}{dr^2}} \quad (9)$$

这些公式中的一阶导数  $\frac{dr}{d\delta}$  和  $\frac{dz}{dr}$ , 分别由方程(4)和(5)确定。而二阶导数  $\frac{d^2r}{d\delta^2}$  和  $\frac{d^2z}{dr^2}$  通过将方程(4)和(5)微分即得:

$$\frac{d^2r}{d\delta^2} = \frac{r\left(1 - \frac{1}{\cos^2\xi} \frac{d\xi}{d\delta}\right)}{\operatorname{tg}^2\xi}, \quad \frac{d^2z}{dr^2} = \frac{1}{\cos^2\xi_a} \frac{d\xi_a}{dr}$$

若将方程(7)对参数  $\delta$  微分, 则可建立导数  $\frac{d\xi}{d\delta}$  和  $\frac{d\xi_a}{d\delta}$  之间的关系为:

$$\frac{d\xi_a}{d\delta} = -\frac{p}{r} \frac{\cos^2\xi_a}{\cos^2\xi} \frac{d\xi}{d\delta}$$

将上述三式算得的  $\frac{d^2r}{d\delta^2}$ 、 $\frac{d^2z}{dr^2}$ 、 $\frac{d\xi_a}{d\delta}$  及由方程(4)、(5)、(6)算得的  $\frac{dr}{d\delta}$ 、 $\frac{dz}{dr}$ 、 $\frac{d\delta}{dz}$  代入公式(8)和(9), 消去  $d\xi$ , 经变换后, 即得下式:

$$\rho = \frac{r^2}{r \sin \xi (2 - \sin^2 \xi) - \frac{p^2 \sin^3 \xi}{\rho_a \sin^3 \xi_a}} \quad (10)$$

因此, 若螺旋面齿廓由轴向平面内的参数  $r$ 、 $z$ 、 $\xi_a$ 、 $\rho_a$  (见图1) 给定, 则端面内的参数  $\delta$ 、 $\xi$  和  $\rho$  可按公式(3)、(7)和(10)求得。

角  $\xi_a$  的符号与一阶导数  $\frac{dz}{dr}$  相同。也就是说, 当向径  $r$  增加时, 座标  $z$  的正值亦随之增大, 则角  $\xi_a$  取正号。轴向曲

率半径  $\rho_\alpha$  与二阶导数  $\frac{d^2z}{dr^2}$  同号。即当向径  $r$  增加时, 角  $\xi$  的正值亦随之增大, 则  $\rho_\alpha$  为正号。

若工作图上齿形工件的齿廓不是用参数  $r$ 、 $\delta$ 、 $\xi$  和  $\rho$  表示, 则在这种情况下, 我们在齿廓上必须选一系列计算点  $A$ 、 $B$ ……, 并对其中每一点, 计算参数  $r$ 、 $\delta$ 、 $\xi$ 、 $\rho$  的大小。对于各种具体情况, 均应根据工作图上用来表示齿形工件齿廓的参数, 导出参数  $r$ 、 $\delta$ 、 $\xi$  和  $\rho$  的计算公式。本书第二部分所列举的一些实例, 阐述了解决这类问题的技巧。

齿形工件端面齿廓的角齿距  $\theta$ , 可用相邻两齿廓上对应

点的夹角表示(见图 1)。当角齿距为常数时, 若工件的齿数为  $z$ , 则  $\theta = \frac{2\pi}{z}$ 。

齿形工件的最后一个参数为节圆柱半径  $r_n$ 。大家知道, 在工件与工具齿条啮合过程中, 齿形工件的节圆柱 1 沿齿条的节平面 2 作无滑动的滚动(图 2)。当设计加工给定齿廓的齿形工件的刀具时, 节圆柱半径  $r_n$  应预先选好。其选择范围将在以后阐述。

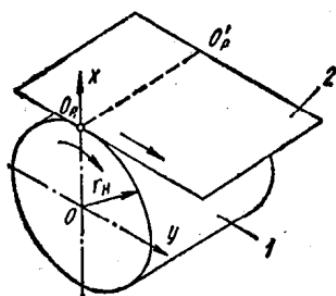


图 2 工件节圆柱和节平面  
条的节平面 2 作无滑动的滚动(图 2)。当设计加工给定齿廓的齿形工件的刀具时, 节圆柱半径  $r_n$  应预先选好。其选择范围将在以后阐述。

## (二) 工具齿条的参数

工具齿条的表面, 由其齿廓  $B_pO_p$  作直线运动而形成(图 3)。我们这样来选取与齿条表面相连的右手直角座标系  $x_p y_p z_p$ : 座标系原点置于节平面上的  $O_p$  点, 该点也就是节平面与节圆柱的切线  $O_pO'_p$  与工件相连的座标系  $xyz$  的  $x$  轴的交点(见图 2);  $x_p$  轴由工件轴线指向节平面, 且与其垂直;  $z_p$

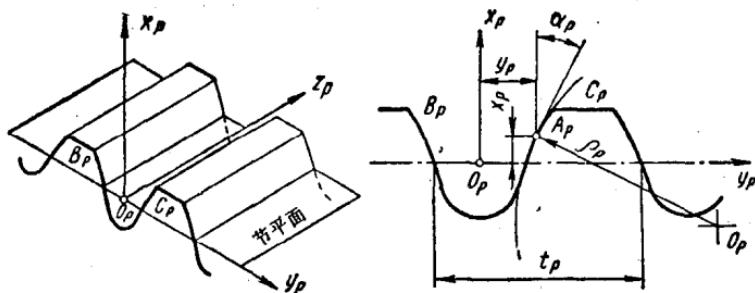


图3 工具齿条齿廓的参数

轴平行于齿条齿面。设齿条齿廓的原始位置位于齿条端面  $x_pO_py_p$  内。该平面垂直于齿条齿向，故也可称为法向平面。而位于其上的齿廓  $B_pC_p$ ，就是齿条的法向齿廓。

为了解决加工齿形工件的有关问题，对齿条齿廓  $B_pC_p$  上的每一计算点，应给出下列一些参数：座标  $x_p$  和  $y_p$ ;  $x_p$  轴与齿廓切线的夹角  $\alpha_p$ ; 齿廓曲率半径  $\rho_p$ 。因  $\operatorname{tg} \alpha_p = \frac{dy_p}{dx_p}$ ，故角  $\alpha_p$  的符号与一阶导数  $\frac{dy_p}{dx_p}$  相同。而曲率半径  $\rho_p$ （如下面将会看到）与二阶导数  $\frac{d^2y_p}{dx_p^2}$  同号。在我们所选座标系内，若齿条齿廓给定点  $A_p$  的切线相对  $x_p$  轴绕顺时针旋转，则该点的角  $\alpha_p$  为正号；而曲率中心  $O_p$  若位于  $A_p$  点的右侧，则曲率半径  $\rho_p$  取正号。

在工具齿条法向平面  $x_pO_py_p$  内的齿距  $t_p$ ，通常称为法向齿距，可用相邻齿廓对应点的距离表示。

### (三) 基本蜗杆的参数

大家知道，在一般情况下，任何蜗杆均可看作齿数等于蜗杆头数的螺旋齿工件。所以，我们可用与确定被加工螺旋齿

工件参数相类似的方法, 来确定基本蜗杆的螺旋面。

我们这样选取与基本蜗杆相连的右手座标系  $x_0y_0z_0$ , 使  $z_0$  轴与蜗杆轴线相重合(图 4), 并让基本蜗杆齿廓  $B_uC_u$  的原始位置位于端面  $x_0O_0y_0$  内。齿廓  $B_uC_u$  在任一计算点  $A_u$  可用下列参数表示: 极座标  $r_u$  和  $\delta_u$ ; 齿廓切线与向径夹角  $\xi_u$ ; 曲率半径  $\rho_u$ 。

和被加工齿形工件一样, 上述参数的符号作如下规定: 若向径  $O_0A_u$  相对  $x_0$  轴顺时针旋转, 则  $\delta_u$  角为正; 若切线相对向径  $O_0A_u$  顺时针旋转, 则  $\xi_u$  角(即一阶导数  $\frac{dr_u}{d\delta_u}$ )为正; 若连

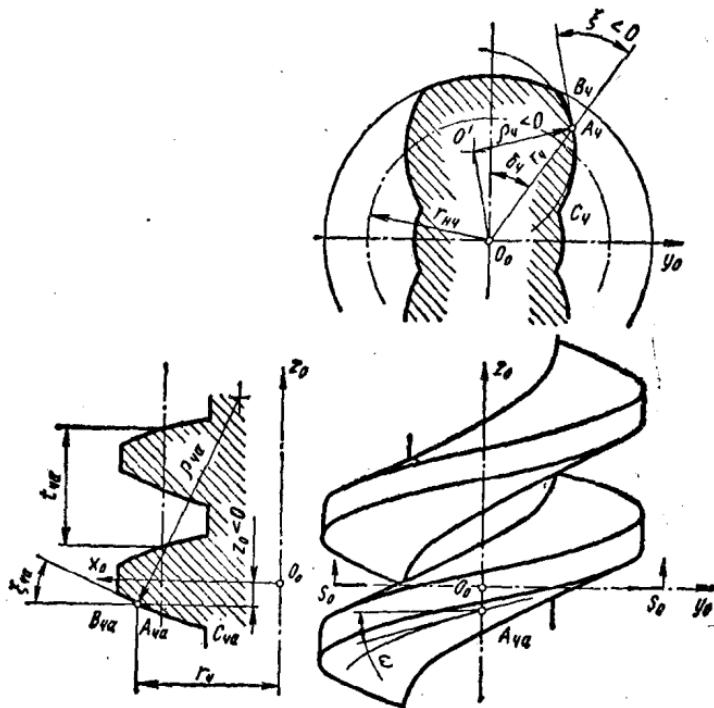


图 4 基本蜗杆的参数

心线  $O_oO'$  相对向径  $O_oA_u$  顺时针旋转，则曲率半径  $\rho_u$  为正。

基本蜗杆齿廓的螺旋运动，通常或用轴向齿距  $t_{ua}$ ，或用螺旋参数  $p_u$ ，或用某一半径为  $r_u$  的圆柱上的螺旋升角  $\omega$ （图 4）表示。这些参数之间存在着如下关系：

$$\left. \begin{aligned} p_u &= \frac{t_{ua}}{2\pi} \\ p_u &= r_u \operatorname{tg} \omega \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

在以后推导所有计算公式时，我们让齿廓的螺旋运动由螺旋参数  $p_u$  给定。对于右旋螺杆， $p_u$  取正号。

基本蜗杆端面齿廓的角齿距  $\theta_u$ ，可用相邻齿廓对应点的夹角表示。当角齿距为常数时，若蜗杆头数为  $z_u$ ，则：

$$\theta_u = \frac{2\pi}{z_u}$$

在设计滚刀时，往往需要确定基本蜗杆轴向齿廓  $B_{ua}C_{ua}$  的参数，即座标  $r_u$  和  $z_u$ 、齿形角  $\xi_{ua}$  和曲率半径  $\rho_{ua}$ 。它们与蜗杆端面齿廓参数  $\delta_u$ 、 $\xi_u$  和  $p_u$  之间，存在着类似于公式(3)、(7)和(10)的关系：

$$\left. \begin{aligned} \delta_u &= -\frac{z_u}{p_u} \\ \operatorname{tg} \xi_u &= -\frac{r_u}{p_u} \operatorname{tg} \xi_{ua} \\ p_u &= \frac{r_u^2}{r_u \sin \xi_u (2 - \sin^2 \xi_u) - \frac{p_u^2 \sin^3 \xi_u}{\rho_{ua} \sin^3 \xi_{ua}}} \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

在基本蜗杆 3 与齿形工件 1 喷合过程中，工件和蜗杆节圆柱沿工具齿条的节平面 2 作纯滚动（图 5）。设计滚刀时，基本蜗杆的节圆柱半径  $r_{uu}$  和工件的节圆柱半径  $r_u$  一样，应预先选定。 $r_{uu}$  的选用范围将在以后讨论。

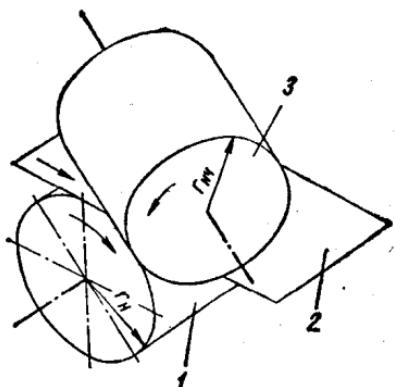


图 5 基本蜗杆节圆柱与工件节圆柱的相互位置

## 二、用齿条刀加工齿形工件

现有文献<sup>[16,19,21 等]</sup>，均将确定齿形工件与工具齿条表面的共轭规律当作齿轮副平面啮合的运动问题来处理。这时，齿形工件的回转运动，被转变为齿条的往复运动（或作相反的转变）。

本书却将上述问题当作是齿形工件的螺旋面与工具齿条表面<sup>⊖</sup>空间共轭的几何问题。这种确定工件与齿条共轭规律的观点，可使用齿条刀加工齿形工件的许多问题的解决得以大大简化。

### （一）工具齿条的齿廓

齿形工件的螺旋面如图 6 所示。用半径为  $r_n$  的节圆柱截工件的螺旋面，所得截线为节圆柱上的螺旋线。我们把在一个齿距  $H$  长度上的螺旋线（如  $MM'$ ）展开在节平面上，得

<sup>⊖</sup> 即工具齿条发生面或齿面——译者。

直线  $MM''$ , 其与工件端面  $xOy$  成角  $\varepsilon_p$ 。由三角形  $MM''N$  得:

$$\frac{2\pi r_n}{H} = \operatorname{ctg} \varepsilon_p$$

考虑方程(1), 即得:

$$r_n = p \operatorname{ctg} \varepsilon_p \quad (13)$$

我们这样来配置工具齿条坐标系  $x_p y_p z_p$  (见图 6 $\ominus$ ), 使  $z_p$

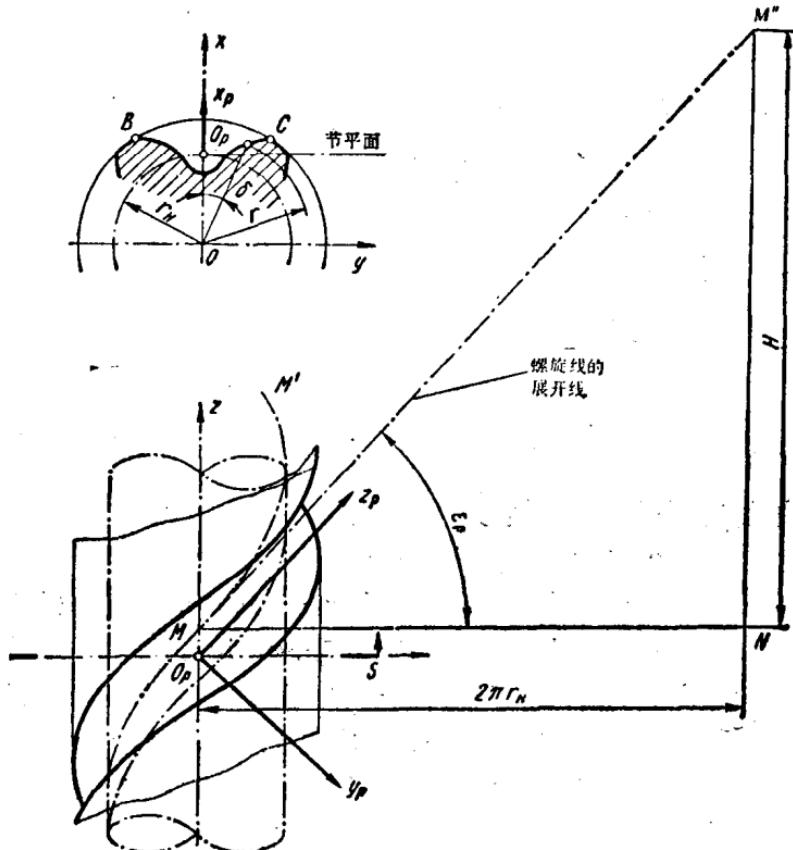


图 6 工具齿条坐标系  $x_p y_p z_p$  与齿形工件坐标系  $x y z$  的相对位置

$\ominus$  原文误为图 3——译者。

轴与工件端面成角  $\varepsilon_p$ 。如前所述，该座标系的原点位于节平面上，而  $x_p$  轴由工件轴线指向节平面，且与其垂直。在这些条件下，齿条表面与螺旋线  $MM'$  相切于  $xOz$  平面上的  $M$  点。

由座标系  $xyz$  向座标系  $x_p y_p z_p$  的变换公式如下：

$$x_p = x - r_n$$

$$y_p = y \sin \varepsilon_p - z \cos \varepsilon_p$$

$$z_p = y \cos \varepsilon_p + z \sin \varepsilon_p$$

将方程(2)的座标  $x$ 、 $y$  和  $z$  之值代入上述公式，我们得到在座标系  $x_p y_p z_p$  内的工件轮齿螺旋面方程：

$$\left. \begin{array}{l} x_p = r \cos \mu - r_n \\ y_p = r \sin \mu \sin \varepsilon_p - p\varphi \cos \varepsilon_p \\ z_p = r \sin \mu \cos \varepsilon_p + p\varphi \sin \varepsilon_p \end{array} \right\} \quad (14)$$

式中  $\mu = \delta + \varphi$ 。

引用符号：

$$\left. \begin{array}{l} \tau = \mu + \xi \\ u = r \cos \xi \\ v = r \sin \xi \end{array} \right\} \quad (15)$$

由此，方程(14)可变为：

$$\left. \begin{array}{l} x_p = u \cos \tau + v \sin \tau - r_n \\ y_p = (u \sin \tau - v \cos \tau) \sin \varepsilon_p - p\varphi \cos \varepsilon_p \\ z_p = (u \sin \tau - v \cos \tau) \cos \varepsilon_p + p\varphi \sin \varepsilon_p \end{array} \right\} \quad (16)$$

为了用齿条刀加工工件螺旋面，工件螺旋面与齿条齿面应沿曲线  $B_o O_p C_o$  相接触(图 7)。在展成过程中，当工件节圆柱沿齿条节平面作无滑动的滚动时，接触线的形状始终保持不变，它将沿齿条齿面移动，同时还沿工件螺旋面移动而使其获得所要求的齿廓。这种工件螺旋面的加工条件，是采用下述几何原理来作为解决与确定工具齿条齿廓有关问题的基础

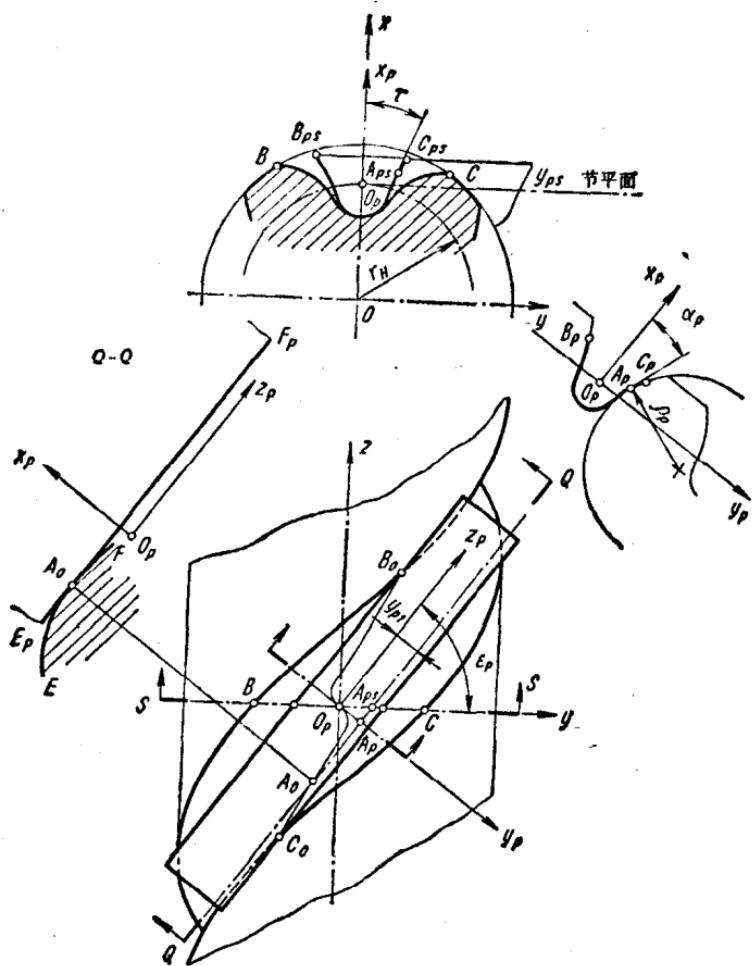


图 7 工件螺旋面与工具齿条发生面的共轭简图

的。这个原理是：用通过工件螺旋面与工具齿条齿面接触线的平面，截工件螺旋面与工具齿条齿面，所得截线应有公切线，但齿条的截线应位于工件螺旋面的体外。

设工件螺旋面与齿条齿面沿曲线  $B_o O_p C_o$  相共轭(图 7)。我们用一垂直于座标轴  $y_p$  而与  $O_p$  点的距离为  $y_p = y_{p1}$  的平