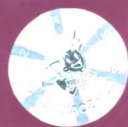


2002年
全国3+X高考



根据新教材、新大纲、新说明编写

全国著名重点中学 高考模拟试卷精选

数 学

高考命题研究组 主编



机械工业出版社
China Machine Press

天骄之路中学系列

全国著名重点中学 高考模拟试卷精选

数 学

高考命题研究组 主编



机械工业出版社

本丛书系全国著名重点中学高考模拟试卷中富有代表性和实战性的试题精选,分语文、数学、英语、物理、化学、历史、政治、地理、生物、文科综合、理科综合、文理综合共12分册,其中英语配听力磁带一盒。它严格按照新教材及国家教育部考试中心颁布的各科《考试说明》编写,不脱离新教材,又高于新教材,并融合了2002年高考即将实行的新题型、新内容,其内容新颖、丰富、覆盖面广,对于学生备考有很大帮助。

“天骄之路”已在国家商标局注册(注册号:1600115),任何仿冒或盗用均属非法。举报电话:(010)82684321。

本丛书封面均贴有“天骄之路系列用书”激光防伪标志,凡无此标志者为非法出版物。盗版书刊因错漏百出、印制粗糙,对读者会造成身心侵害和知识上的误解,希望广大读者不要购买。

近来发现某些出版单位及盗版书商利用“天骄之路”系列丛书畅销全国之机,或模仿本丛书封面,或抄袭本丛书内容,或剽窃本丛书装帧,以图混淆视听、扰乱市场,使部分读者误以为“天骄之路”系列而被蒙骗上当。请广大读者在购书时务必认准“天骄之路”字样,凡无此字样者均不属于“天骄之路”系列,从而无法享受“天骄之路”所提供的独有的知识和信息服务。

近来发现某些学校领导为敛聚钱财与不法分子勾结,将“天骄之路”丛书中《读想用》、《读想练》、《技巧》、《宝典》、《全模》、《海模》各大系列进行疯狂盗印后卖给学生,使学生深受其害以致怨声载道。许多学生纷纷给我们写来了检举信,我们依据检举线索,会同当地出版和公安机关,对某些学校的校领导和盗印人进行了严厉查处。同时,我们郑重声明:对于任何非法盗印行为,我们绝不姑息,将不遗余力、追查到底!

欢迎访问“天骄之路教育网”(http://www.tjzl.com),以获取更多信息支持。

版权所有 翻印必究

图书在版编目(CIP)数据

1. 天骄之路

全国著名重点中学高考模拟试卷精选. 数学/高考命题研究组主编. —北京:机械工业出版社,2002.1
(天骄之路中学系列)

ISBN 7-111-00076-5

I. 全… II. 高… III. 数学课—高中—试题—升学参考资料 IV. G632.479

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2001)第 078124 号

机械工业出版社(北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037)

责任编辑:王英杰 版式设计:刘 津

封面设计:蒲菊祥 责任印制:何全君

中国农业出版社印刷厂印刷·机械工业出版社出版发行

2002 年 3 月第 1 版·第 4 次印刷

787mm×1092mm 1/16·7.125 印张·153 千字

定价:8.00 元

凡购本书,如有缺页、倒页、脱页,由本社发行部调换

本社购书热线电话 (010)68993821、68326677-2527

欢迎广大教师投稿著书,本社普及读物编辑室电话:(010)68354423, E-mail: sbs@mail.machinfo.gov.cn

编写说明

本丛书自问世以来,年年出版,年年内容百分之百更新,年年在全国各地畅销不衰,年年被各地师生好评如潮。它为什么会如此深得读者的厚爱?请关注本书最后两页。

据许多历届落榜考生来信反映:他们在勤奋和聪明上绝不比别人差,但环境的闭塞和信息的极度不灵通使其丧失了升入大学的机会。因此,他们迫切需要有一套真正由知名重点中学著名特级教师花大量时间、精力编写,并由负责选拔新生的著名高校专家、教授审阅的书籍。据国家教育部考试中心命题处负责人介绍,现在高考命题题目来源主要还是依据教材和一些“好题”,而本书正是全国各地“好题”的结晶,其独有的特点在于:

1. 最新模拟:它是一套从选材、题量、题型到赋分比例上都全新的书籍。它严格按照国家教育部考试中心颁布的各科《考试说明》编写,不脱离教材,又高于教材,并争取有新的突破,反映了最新高考动态及信息,体现了最新的高考精神。

2. 权威模拟:编者大多是高考命题与中学教改课题研究组的成员,许多来自于北京四中、北大附中、人大附中及各地师大附中等全国著名重点中学。他们具有丰富的命题经验,通过认真研究历年来高考的考卷及出题的类型,总结出许多常考的内容,结合 2002 年高考的新趋势进行了精心的编写,试卷的许多内容都是他们多年“秘而不宣”的经验凝炼,并不乏有独到的创见。

3. 全真模拟:各套试题所选材料新颖,既注意到知识的系统性、条理性,又有对重点、难点的把握和突破;既有基础知识的强化、检测,又有综合能力的训练和提高,内容丰富,对于学生的备考有很大帮助。可以说,它既是对考生复习的检测,更是对 2002 年高考试题的有效预测。

4. 高效模拟:各套试题系将上述中学模拟试卷中最富有代表性和实战性的试题加以精编而成,省去了一般模拟试卷中常见的陈题、送分题及大众题,并非普通意义上的“题海战术”,而且每道题均附有详细答案及解析,这样不仅可以节约考生的时间,而且每道题都能使考生举一反三,融会贯通,实为高考冲刺、查漏补缺的精品。

5. 全面模拟:本丛书英语科配磁带 1 盒(标准美音朗读,中国国际广播电台录制),供各位考生选用。另外,本丛书还包含有文科综合、理科综合、文理综合三本,由考试中心综合科目命题研究组成员会同著名中学特级教师负责编写,适合于广大参加“3+X”高考的考生使用。考生可以根据自己的需要,任选一种或几种。

需要说明的是,出版社为照顾到广大考生的实际购买能力,使他们能在相同价位、相同篇幅内能汲取到比其它书籍更多的营养,本书采用了小五号字和紧缩式排版,如有阅读上的不便,请谅解。

虽然我们在试题编选过程中,本着近乎苛刻的态度,题题推敲,层层把关,力求能够帮助考生更好地把握本书的脉络和精华,但书中也难免有疏忽和纰漏之处,恳请广大读者和有关专家不吝指正。读者对本书如有意见、建议,请来信寄至:(100080)北京大学燕园教育培训中心大厦 1408 室 天骄之路丛书编委会收,电话:(010)82685050,或点击“天骄之路教育网”(http://www.tjzl.com),在留言板上留言也可发电子邮件。相信您一定会得到满意的答复。

本丛书在编写过程中,得到了各参编学校及国家优秀出版社机械工业出版社有关领导的大力支持,丛书的统稿及审校工作得到了北京大学有关专家、教授的协助,徐家玉、梁树祥、吴孝光、黄玉兰、何旭伟等同志做了许多工作,在此一并谨致谢忱。

编者

于北京大学燕园

目 录

全国著名重点中学高考模拟试卷精选 数学(第一模拟)	(1)
全国著名重点中学高考模拟试卷精选 数学(第二模拟)	(4)
全国著名重点中学高考模拟试卷精选 数学(第三模拟)	(6)
全国著名重点中学高考模拟试卷精选 数学(第四模拟)	(9)
全国著名重点中学高考模拟试卷精选 数学(第五模拟)	(11)
全国著名重点中学高考模拟试卷精选 数学(第六模拟)	(14)
全国著名重点中学高考模拟试卷精选 数学(第七模拟)	(16)
全国著名重点中学高考模拟试卷精选 数学(第八模拟)	(19)
全国著名重点中学高考模拟试卷精选 数学(第九模拟)	(21)
全国著名重点中学高考模拟试卷精选 数学(第十模拟)	(24)
全国著名重点中学高考模拟试卷精选 数学(第十一模拟)	(27)
全国著名重点中学高考模拟试卷精选 数学(第十二模拟)	(30)
全国著名重点中学高考模拟试卷精选 数学(第十三模拟)	(33)
全国著名重点中学高考模拟试卷精选 数学(第十四模拟)	(36)
全国著名重点中学高考模拟试卷精选 数学(第十五模拟)	(39)
全国著名重点中学高考模拟试卷精选 数学(第十六模拟)	(41)
答案及要点解析	(44)

全国著名重点中学高考模拟试卷精选

数 学(第一模拟)

第 I 卷(选择题 共 60 分)

一、选择题:本大题共 12 小题;每小题 5 分,共 60 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $A = \{0, 1\}$, $B = \{x | x \subseteq A\}$, $C = \{x | x \in A \text{ 且 } x \in N\}$, 那么, 下列关系正确的是()
A. $A \subset B$ B. $C \in A$
C. $C \subset B$ D. $A \in B$
2. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_{18} = 95$, $a_{32} = 123$, $a_n = 199$, 则 n 等于()
A. 78 B. 74 C. 70 D. 66
3. 复数 z 满足 $\arg(z+4) = \frac{\pi}{6}$, 则 z 的模最小值为()
A. $3\sqrt{2}$ B. 2 C. 1 D. $2\sqrt{3}$
4. 锐角 A, B 满足 $\frac{\sin^4 A}{\cos^2 B} + \frac{\cos^4 A}{\sin^2 B} = 1$, 则下列结论正确的是()
A. $A + B \neq \frac{\pi}{2}$ B. $A + B < \frac{\pi}{2}$
C. $A + B > \frac{\pi}{2}$ D. $A + B = \frac{\pi}{2}$
5. 已知 a, b 为异面直线, 点 A, B 在直线 a 上, 点 C, D 在直线 b 上, 且 $AC = AD, BC = BD$, 则直线 a, b 所成的角是()
A. 90° B. 60° C. 45° D. 30°
6. 已知 $\arg z = \alpha$, ($\pi < \alpha < 2\pi$), 则 $\arg z^3$ 等于()
A. 2α B. -2α
C. $2\pi - \alpha$ D. $4\pi - 2\alpha$
7. 已知圆 $(x+5)^2 + y^2 = 3$, 则与该圆相切且纵横截距相等的直线有() 条.
A. 2 B. 3 C. 4 D. 6
8. 下列函数中, 既以 π 为最小正周期, 又在 $(\frac{\pi}{2}, \pi)$ 上是增函数的是()
A. $y = |\sin x|$ B. $y = 3\cos^2 x$
C. $y = (\frac{1}{2})^{\cos x}$ D. $y = \cot x$
9. 在正三棱锥 $P-ABC$ 中, 三条侧棱两两互相垂直且侧棱长为 a , 则点 P 到平面 ABC 的距离为()
A. $\frac{\sqrt{6}}{3}a$ B. $\frac{\sqrt{3}}{3}a$
C. $\frac{\sqrt{6}}{6}a$ D. $\frac{2\sqrt{3}}{3}a$
10. 已知圆的极坐标方程为 $\rho = 12\cos(\theta + \frac{\pi}{3})$, 则此圆在直线 $\theta = 0$ 上截得的弦长为()
A. $2\sqrt{3}$ B. $3\sqrt{3}$ C. 3 D. 6

11. 若 $a, b \in \mathbb{R}, a^2 + b^2 = 10$, 则 $a - b$ 的取值范围为()
 A. $[-2\sqrt{5}, 2\sqrt{5}]$ B. $[-2\sqrt{10}, 2\sqrt{10}]$
 C. $[-\sqrt{10}, \sqrt{10}]$ D. $[0, \sqrt{10}]$

12. 图 1 中各曲线是幂函数 $y = x^n$ 在第一象限的图像. 已知 n 取 $\pm 2, \pm \frac{1}{2}$, 则相应于曲线 C_1, C_2, C_3, C_4 的 n 的值依次为()

- A. $-2, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 2$
 B. $2, \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, -2$
 C. $-\frac{1}{2}, 2, -2, \frac{1}{2}$
 D. $2, \frac{1}{2}, -2, -\frac{1}{2}$

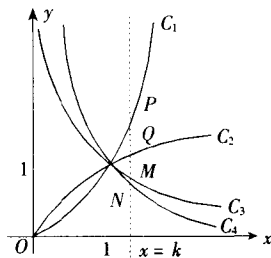


图 1

第 II 卷 (非选择题 共 90 分)

二、填空题:本大题共 4 小题;每题 4 分,共 16 分. 把答案填在题中横线上.

13. 直线 $x \cos \theta + y + 3 = 0$ 的倾斜角的取值范围是_____.
14. 已知双曲线方程 $x^2 - \frac{y^2}{4} = 1$, 过点 $P(1,0)$ 的直线 l 与双曲线只有一个公共点, 这样的直线 l 共有_____条?
15. 已知函数 $f(x)$ 是奇函数, 当 $1 \leq x \leq 4$ 时, $f(x) = x^2 - 4x + 5$, 则当 $-4 \leq x \leq -1$ 时, 则函数 $f(x)$ 的最大值是_____.
16. 如果三棱锥 $A - BCD$ 的三个侧面互相垂直, 它们的面积分别为 $6\text{cm}^2, 4\text{cm}^2, 3\text{cm}^2$, 那么它的外接球的体积是_____.

三、解答题:本大题共 6 小题,共 74 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (本小题满分 12 分)如图 2 所示, 已知: $B(-6,0), C(6,0)$ 是 $\triangle ABC$ 的两个

顶点, 角 A, B, C 满足 $\sin B - \sin C = \frac{1}{2} \sin A$, 求顶点 A 的运动轨迹方程.

18. (本小题满分 12 分)已知 $F(x) = f(x) - g(x)$, 其中 $f(x) = \log_a(x-1)$, 并且当且仅当点 (x_0, y_0) 在 $y = \log_a(x-1)$ 的图像上时, 点 $(2x_0, 2y_0)$ 在 $y = g(x)$ 的图像上.

- (1) 写出 $g(x)$ 的函数解析式;
 (2) 当 x 在什么区间上时, $F(x) \geq 0$.

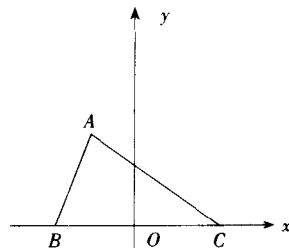


图 2

19. (本小题满分 12 分)已知 $Z \in \mathbb{C}, |Z| = 2, Z^5 + 16Z = 32$, 求 $\arg Z$.

20. (本小题满分 12 分)如图 3 所示, 在直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, $AC = BC = 1, \angle ACB = 90^\circ, AA_1 = 2$, D 是 A_1B_1 中点, 过 D 作 $DE \perp A_1B$, 垂足为 E .

- (1) 求证: $C_1E \perp A_1B$;
 (2) 求平面 ABC 与平面 A_1BC_1 所成二面角的大小;
 (3) 求点 B_1 到平面 A_1BC_1 的距离.

21. (本小题满分 12 分)已知数列 $\{a_n\}$ 是由正实数构成的数列, $a_1 = 3$, 且满足 $\lg a_n = \lg a_{n-1} + \lg c$, 其中 n 是大于 1 的整数, c 是正常实数.

- (1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式 a_n 及前 n 项和公式 S_n ;
 (2) 求 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 - a_n}{2 + a_n}$ 的值.

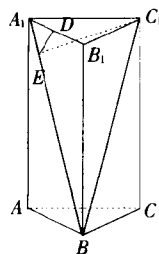


图 3

22. (本小题满分 14 分) 设 F_1 是椭圆 $C_1: \frac{\left(x - \frac{1}{2}\right)^2}{9} + \frac{4y^2}{27} = 1$ 的左焦点, M 是 C_1 上任意一点, P 是线段 F_1M 上的点, 且满足 $|F_1M| : |MP| = 3 : 1$.

(1) 求点 P 的轨迹 C_2 的方程;

(2) 过点 $A(0, 2)$ 作直线 l 与 C_2 相交, 求 l 与 C_2 有且仅有两个交点时, l 的斜率的取值范围;

(3) 过 A 与 F_1 的直线交 C_2 于 B, C , 求 $\triangle F_2BC$ 的面积 (F_2 为 C_2 的右焦点).

全国著名重点中学高考模拟试卷精选

数 学(第二模拟)

第 I 卷(选择题 共 60 分)

一、选择题:本大题共 12 小题;每小题 5 分,共 60 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 若复数 $2-i$, $3-i$ 的辐角主值分别是 α , β , 则 $\alpha + \beta$ 的值是()
A. $\frac{3\pi}{4}$ B. $\frac{7\pi}{4}$ C. $\frac{11\pi}{4}$ D. $\frac{15\pi}{4}$
2. 记两个等差数列 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 的前 n 项和分别为 S_n 和 T_n , 且 $\frac{S_n}{T_n} = \frac{7n+1}{4n+27}$ ($n \in N$), 则 $\frac{a_{11}}{b_{11}}$ 的值为()
A. $\frac{7}{4}$ B. $\frac{3}{2}$ C. $\frac{4}{3}$ D. $\frac{148}{111}$
3. 已知函数 $f(x)$ 是奇函数, 且在区间 $[3, 7]$ 上是增函数, 最小值为 5, 则函数 $f(x)$ 在区间 $[-7, -3]$ 上()
A. 是增函数, 最小值为 5 B. 是增函数, 最大值为 -5
C. 是减函数, 最大值为 5 D. 是减函数, 最小值为 -5
4. 给定下列关系: ① $\emptyset \subsetneq A$ ② $\emptyset \subseteq \emptyset$ ③ $\emptyset \in \{\emptyset\}$ ④ $\emptyset \subsetneq \{\emptyset\}$ 其中正确的个数为()
A. 4 B. 3 C. 2 D. 1
5. 直线过点 $(1, 2)$, 与 x, y 轴围成的三角形面积等于 6 的直线有()
A. 1 条 B. 2 条 C. 3 条 D. 4 条
6. 已知圆台的上、下底面半径分别为 $r, 2r$, 侧面积等于上、下底面积之和, 则它的体积为()
A. $\frac{5\pi}{3}r^3$ B. $\frac{28\pi}{9}r^3$ C. $\frac{24\pi}{7}r^3$ D. $\frac{4\pi}{3}r^3$
7. 某种产品有 4 只次品和 6 只正品, 每只产品均不相同, 但需进行科学测试才能区分出来, 今每次取出一只测试, 直到 4 只次品全测出为止. 则最后一只次品恰好在第五次测试时被发现的不同情况共有种数是()
A. 24 B. 144 C. 576 D. 720
8. 如果 $a > b > 1, 0 < x < 1$, 那么下列关系式中正确的是()
A. $x^a > x^b$ B. $b^x > a^x$
C. $\log_a x > \log_b x$ D. $\log_x a > \log_x b$
9. 若 $a > 0, b > 0$, 且 $\frac{1}{a} + \frac{9}{b} = 1$, 则 $a + b$ 的最小值为()
A. 6 B. 12 C. 16 D. 24
10. 已知 $-\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{2} < \beta < \frac{\pi}{2}$, 且 $\tan \alpha, \tan \beta$ 是方程 $x^2 + 3\sqrt{3}x + 4 = 0$ 的两根, 则 $\alpha + \beta$ 等于()
A. $\frac{\pi}{3}$ B. $-\frac{2\pi}{3}$ C. $\frac{\pi}{3}$ 或 $\frac{4\pi}{3}$ D. $\frac{\pi}{3}$ 或 $-\frac{2\pi}{3}$
11. $(1+i)^{20} - (1-i)^{20}$ 等于()
A. 0 B. 1024 C. -1024 D. -1024i
12. 方程 $\sin x = \lg x$ 的实根个数是()
A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

第 II 卷 (非选择题 共 90 分)

二、填空题: 本大题共 4 小题; 每题 4 分, 共 16 分. 把答案填在题中横线上.

13. 方程 $\log_{(x+1)}(2x^2 - 2x + 1) = 2$ 的解集是 _____.
14. 奇函数 $y = f(x)$ 的定义域为 $(t, t^2 - 3t - 8)$, 则函数 $y = f(x+1) + 1$ 的定义域为 _____.
15. 抛物线 $y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点为 F , 过 F 的直线交抛物线于 $A(x_1, y_1)$ 、 $B(x_2, y_2)$ 两点, 则 $\frac{y_1 y_2}{x_1 x_2} =$ _____.
16. 已知直二面角 $\alpha - AB - \beta$, P 为棱 AB 上的一点, $PM \subset \alpha$, $PN \subset \beta$, 且 $\angle MPB = \angle NPB = 45^\circ$, 那么 $\angle MPN =$ _____.

三、解答题: 本大题共 6 小题, 共 74 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (本小题满分 12 分) 已知 x, y, z 都是实数, 且 $x + y + z = a, (a > 0), x^2 + y^2 +$

$z^2 = \frac{1}{2}a^2$, 求证: x, y, z 都是不大于 $\frac{2a}{3}$ 的非负实数.

18. (本小题满分 12 分) 点 P 在圆 $x^2 + (y-2)^2 = \frac{1}{4}$ 上移动, 点 Q 在椭圆 $x^2 + 4y^2 = 4$ 上移动. 求 $|PQ|$ 最大值及相应点 Q 的坐标.

19. (本小题满分 12 分) 如图 1 所示, 已知 $ABCD$ 为正方形, 过 A 作 $AP \perp$ 平面 $ABCD$, 且 $AP = AB = a$, M, N 分别为 BP, AC 的中点,

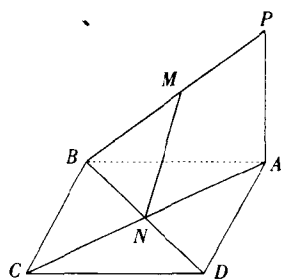


图 1

(1) 求证: $MN \perp CD$;

(2) 求二面角 $M - BN - C$ 的大小;

(3) 求点 A 到平面 BMN 的距离.

20. (本小题满分 12 分) 求函数 $f(x) = x + \sqrt{\frac{1-2x^2}{3}}$ 的值域.

21. (本小题满分 12 分) 图 2 是抛物线型拱桥断面, 水面宽 $AB = 18\text{m}$, 拱顶距水面 OH 为 8m , 一货船在水面上部分的断面为矩形 $CDEF$.

(1) 若矩形底 CD 为 9m , 则矩形高 DE 不超过多少才能使船通过拱桥?

(2) 若矩形 $CDEF$ 面积为 S , 试求 A , 满足 $S \leq A$ 适当调整矩形的底和高, 船能通过拱桥, 且 $S > A$ 怎样调整矩形底和高, 船都不能通过拱桥.

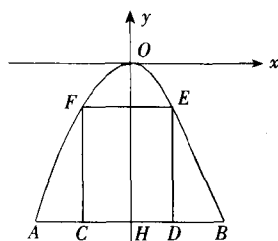


图 2

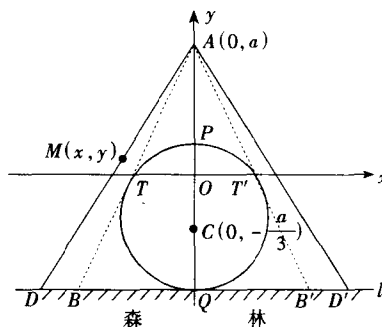


图 3

22. (本小题满分 14 分) 如图 3 所示, 森林和草地的分界线是东西方向的直线 l , 一头狼和一只兔分别位于 l 的垂线 QA 上的点 O 和点 A 处 ($QO = OA = a$). 当它们彼此发现对方时, 兔立即沿直线向森林奔跑, 同时狼也沿直线追捕兔. 已知狼的速度是兔的速度的一半. 如果狼比兔早或同时到达某点, 则兔就要被狼逮住. 现在兔沿 AD 方向进入森林 (在森林中兔是安全的), 问 $\angle QAD$ 应大于多少度, 兔才不会被狼逮住?

全国著名重点中学高考模拟试卷精选

数 学(第三模拟)

第Ⅰ卷(选择题 共60分)

一、选择题:本大题共12小题;每小题5分,共60分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. $a = b = c$ 是 a, b, c 三个数既成等差数列又成等比数列的()
A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既非充分又非必要条件
2. 函数 $f(x) = \frac{x}{2} + \log_3(1 + 3^{-x})$ 的奇偶性为()
A. 奇函数 B. 偶函数
C. 非奇非偶函数 D. 既是奇函数又是偶函数
3. 已知 $|z + 1 - i| = |z - 3 + 4i|$, 那么 $|z|$ 的最小值为()
A. $\frac{23}{6}$ B. $\frac{23}{4}$
C. $\frac{23\sqrt{41}}{41}$ D. $\frac{23\sqrt{41}}{82}$
4. 如图1所示, 直角梯形 $OABC$ 中, $AB \parallel OC$, $BC \perp OC$, 且 $AB = 1$, $OC = BC = 2$. 设直线 $l: x = t$ 截此梯形所得位于直线 l 左方图形面积为 S , 则 $S = f(t)$ 的图像大致形状为()

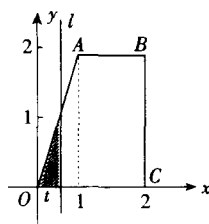


图1

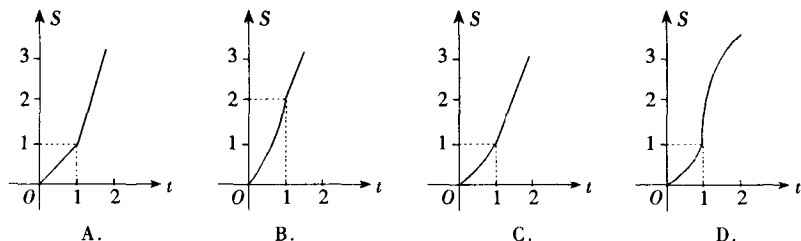


图2

5. 数列 $\{a_n\}$ 是公差不为零的等差数列, 且 a_7, a_{10}, a_{15} 是等比数列 $\{b_n\}$ 的连续三项, 若该等比数列的首项 $b_1 = 3$, 则 b_n 等于()
A. $3 \cdot \left(\frac{5}{3}\right)^{n-1}$ B. $3 \cdot \left(\frac{5}{8}\right)^{n-1}$
C. $3 \cdot \left(-\frac{5}{3}\right)^{n-1}$ D. $3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}$
6. 将函数 $y = \cos 2x$ 的图像向左平移 $\frac{\pi}{2}$ 个单位后, 得到函数 $y = f(x)$ 的图像, 则 $f(x)$ 是()
A. $-\sin 2x$ B. $\sin 2x$
C. $\cos 2x$ D. $-\cos 2x$
7. 设 a, b, c 为实数, $4a - 4b + c > 0$, $a + 2b + c < 0$, 下列选项中正确的是()
A. $b^2 \leq ac$ B. $b^2 > ac$

C. $b^2 > ac$ 且 $a > 0$

D. $b^2 > ac$ 且 $a < 0$

8. $\angle AOB$ 在平面 M 内, OC 是平面 M 的一斜线, 若已知 $\angle AOB = \angle BOC = \angle AOC = \alpha$, ($90^\circ < \alpha < 120^\circ$), 则 OC 与平面 M 所成角的余弦为()

A. $\frac{\cos \alpha}{\sin \frac{\alpha}{2}}$

B. $\frac{\cos \alpha}{\cos \frac{\alpha}{2}}$

C. $-\frac{\cos \alpha}{\sin \frac{\alpha}{2}}$

D. $-\frac{\cos \alpha}{\cos \frac{\alpha}{2}}$

9. 以极坐标系中的点 $(1, 1)$ 为圆心, 1 为半径的圆的方程是()

A. $\rho = 2\cos(\theta - \frac{\pi}{4})$

B. $\rho = 2\sin(\theta - \frac{\pi}{4})$

C. $\rho = 2\cos(\theta - 1)$

D. $\rho = 2\sin(\theta - 1)$

10. 已知 $\sin 2\alpha = a$, $\cos 2\alpha = b$, 则 $\tan(\alpha + \frac{\pi}{4})$ 的值是()

A. $\frac{b}{1-a}$

B. $\frac{1+a}{b}$

C. $\frac{1+a+b}{1-a+b}$

D. $\frac{a-b+1}{a+b-1}$

11. 不等式 $\sqrt{4-x^2} + \frac{|x|}{x} \geq 0$ 的解集是()

A. $\{x | -2 \leq x \leq 2\}$

B. $\{x | -\sqrt{3} \leq x < 0 \text{ 或 } 0 < x \leq 2\}$

C. $\{x | -2 \leq x < 0 \text{ 或 } 0 < x \leq 2\}$

D. $\{x | -\sqrt{3} \leq x < 0 \text{ 或 } 0 < x \leq \sqrt{3}\}$

12. 方程 $x\sqrt{1-y^2} - y\sqrt{1-x^2} = 1$ 所对应的曲线图形是()

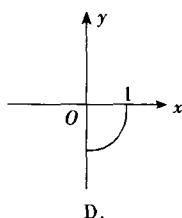
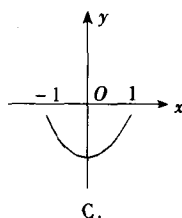
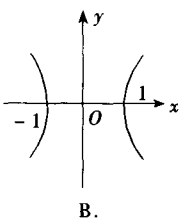
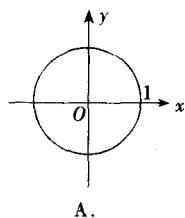


图 3

第 II 卷 (非选择题 共 90 分)

二、填空题: 本大题共 4 小题; 每题 4 分, 共 16 分. 把答案填在题中横线上.

13. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 + a_2 + a_3 = 15$, $a_n + a_{n-1} + a_{n-2} = 78$, $S_n = 155$, 则 $n =$ _____.

14. 某工厂产值月平均增长率为 p , 则年平均增长率为 _____.

15. 如果 $abc \neq 0$, 且 $\frac{a+b}{c} = \frac{b+c}{a} = \frac{c+a}{b}$, 那么 $\frac{(a+b)(b+c)(c+a)}{abc}$ 的值等于 _____.

16. 过小于 90° 的二面角 $\alpha - l - \beta$ 的棱上一点 A 在 α 内作射线 AB , AB 与 l 成 45° , 此时与平面 β 成 30° , 则 $\alpha - l - \beta$ 度数为 _____.

三、解答题: 本大题共 6 小题, 共 74 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (本小题满分 12 分) 已知首项不为零的数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且对任意的 $r, t \in N$, 都有 $S_r : S_t = r^2 : t^2$, 数列 $\{a_n\}$ 是等比数列.

(1) 判断 $\{a_n\}$ 是否为等差数列, 并证明你的结论;

(2) 已知 $b_1 = 2$, $b_2 = 5$, 求数列 $\{b_n\}$ 的通项公式 b_n 及其前 n 项和 B_n .

18. (本小题满分 12 分) 已知直角坐标平面上点 $Q(2, 0)$ 和圆 $C: x^2 + y^2 = 1$, 动点 M 到圆 C 的切线长与 $|MQ|$ 的

比等于常数 $\lambda (\lambda > 0)$, 求动点 M 的轨迹方程.

19. (本小题满分 12 分) 已知函数 $y = A \sin(\omega x + \varphi) (A > 0, \omega > 0)$ 在一个周期内的图像(如图 4 所示), 求函数的解析式.

20. (本小题满分 12 分) 如图 5 所示, 在三棱台 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, 已知 $V_{ABC - A_1B_1C_1} = 39\text{cm}^3$, $V_{C - A_1B_1C_1} = 4\text{cm}^3$, 求 $V_{A_1 - ABC}$.

21. (本小题满分 12 分) 给定双曲线 $x^2 - \frac{y^2}{2} = 1$.

(1) 过点 $A(2, 1)$ 的直线 l 与所给双曲线交于点 P_1, P_2 , 求线段 P_1P_2 的中点 P 的轨迹方程.

(2) 过点 $B(1, 1)$ 能否作直线 m , 使 m 与所给双曲线交于两点 Q_1, Q_2 , 且点 B 是线段 Q_1Q_2 的中点, 这样的直线 m 如果存在, 求出它的方程, 如果不存在, 说明理由.

22. (本小题满分 14 分) 过椭圆或抛物线的焦点引两条互相垂直的弦 AB, CD , 求证:

$\frac{1}{|AB|} + \frac{1}{|CD|}$ 为定值.

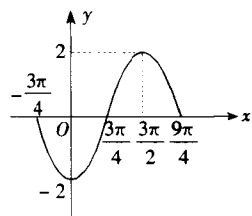


图 4

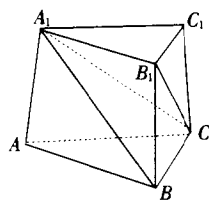


图 5

全国著名重点中学高考模拟试卷精选

数 学(第四模拟)

第Ⅰ卷(选择题 共60分)

一、选择题:本大题共12小题;每小题5分,共60分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 已知奇函数 $f(x)$ 满足 $f(x+2)=f(x)$, 当 $x \in (0,1)$ 时, $f(x)=2^x$, 则 $f(\log_{\frac{1}{2}} 23)$ 的值等于()

- A. $\frac{23}{16}$ B. $-\frac{23}{16}$ C. $\frac{16}{23}$ D. $-\frac{16}{23}$

2. 如果复数 z 满足 $|z+i|+|z-i|=2$, 那么 $|z+i+1|$ 的最小值是()

- A. 1 B. $\sqrt{2}$ C. 2 D. $\sqrt{5}$

3. 在等比数列 $\{a_n\}$ 中 $a_1 > 1$, 且前 n 项和 S_n 满足 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{a_1} = \frac{1}{a_1}$, 那么 a_1 的取值范围是()

- A. $(1, +\infty)$ B. $(1, 4)$ C. $(1, 2)$ D. $(1, \sqrt{2})$

4. 已知 $x, y \in [-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}]$, $a \in R$, 若 $x^3 + \sin x - 2a = 0$, 且 $4y^3 + \sin y \cos y + a = 0$, 则 $\cos(x+2y)$ 的值是()

- A. -1 B. 0
C. $\frac{1}{2}$ D. 1

5. 如图1所示, 长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $\angle B_1AB = 60^\circ$, $\angle D_1AD = 45^\circ$, 设 $\angle B_1AD_1 = \theta$, 则 $\cos \theta =$ ()

- A. $\frac{\sqrt{3}}{6}$ B. $\frac{\sqrt{6}}{3}$
C. $\frac{\sqrt{6}}{4}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{6}$

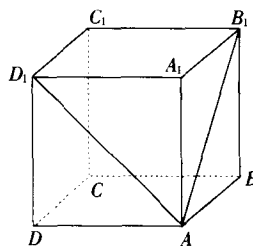


图1

6. 在一个倒置的正三棱锥容器中, 放入一个钢球, 钢球恰与棱锥的四个面都接触, 经过棱锥的一条侧棱和高作截面, 正确的截面图形是()

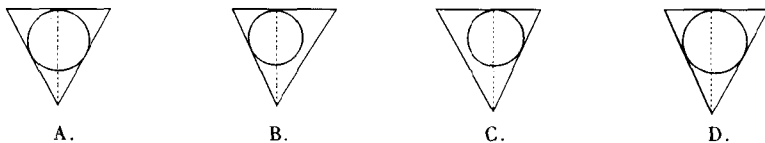


图2

7. 某种细菌在培养过程中, 每20分钟分裂一次(一个分裂为2个), 经过3个小时, 这种细菌由一个可繁殖成()

- A. 511个 B. 512个 C. 1023个 D. 1024个

8. 平移坐标轴, 把原点 $O(0,0)$ 移到 $O'(2,-1)$, 则点 $A(-1,-3)$ 在新坐标系中的坐标是()

- A. $(3,2)$ B. $(-3,-2)$ C. $(-3,2)$ D. $(3,-2)$

9. 若幂函数 $y = x^a$ ($a = (-1)^p \frac{n}{m}$, $m, n, p \in N$, 且 m, n 互质) 的图像在一、二象限, 且不过原点, 则()

- A. p, n 均为奇数, m 为偶数 B. p, n 均为偶数, m 为奇数

C. p, m 均为奇数, n 为偶数

D. p, m 均为偶数, n 为奇数

10. 设正棱锥 $S-ABC$, 其相邻两个侧面所成的二面角为 α , 则 α 的取值范围是 ()

A. $(0, \pi)$

B. $(\frac{\pi}{6}, \pi)$

C. $(\frac{\pi}{3}, \pi)$

D. $(\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2})$

11. 中心在原点, 准线方程为 $x = \pm 4$, 离心率为 $\frac{1}{2}$ 的椭圆方程是 ()

A. $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$

B. $\frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{4} = 1$

C. $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$

D. $x^2 + \frac{y^2}{4} = 1$

12. 光线通过一块玻璃后其强度要失掉原来的 $\frac{1}{10}$, 要使通过玻璃的光线强度为原来的 $\frac{1}{3}$ 以下, 至少需要重叠这样的玻璃板的块数是 (取 $\lg 3 = 0.4771$) ()

A. 10

B. 11

C. 12

D. 13

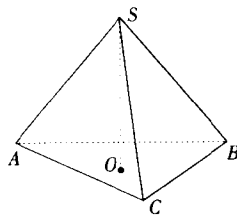


图 3

第 II 卷 (非选择题 共 90 分)

二、填空题: 本大题共 4 小题, 每题 4 分, 共 16 分. 把答案填在题中横线上.

13. 对于函数 $f(x) = \lg \frac{1-x}{1+x}$, 若方程 $x + \lg \frac{1-x}{1+x} = 2$ 的一个解为 α ($-1 < \alpha < 0$), 方程 $x + \frac{1-10^x}{1+10^x} = 2$ 的一个解为 β ($\beta > 0$), 则 $\alpha + \beta =$ _____.

14. 已知 $C_n^0 + 2C_n^1 + 2^2C_n^2 + \cdots + 2^nC_n^n = 729$, 则 $C_n^1 + C_n^2 + \cdots + C_n^n =$ _____.

15. 已知函数 $y = \lg(mx^2 - 5x + 3)$ 的值域为一切实数, 则实数 m 的范围 _____.

16. 经过两圆 $x^2 + y^2 - x + y - 2 = 0$, $x^2 + y^2 = 5$ 的交点, 且圆心在直线 $3x + 4y = 1$ 上的圆的方程是 _____.

三、解答题: 本大题共 6 小题, 共 74 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (本小题满分 12 分) 证明: 长方体任意两个相邻面上的两条不相交对角线之间的距离都相等.

18. (本小题满分 12 分) 解方程组

$$\begin{cases} x + y + z = \sqrt{x + y + z + 1} + 5 & \text{①} \\ \frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4} & \text{②} \end{cases}$$

19. (本小题满分 12 分) 求抛物线 $y = x^2$ 与直线 $x - y - 2 = 0$ 的最短距离.

20. (本小题满分 12 分) 用分期付款的方式购买家电一件, 价为 1150 元, 购买当天先付 150 元, 以后每月这一天都交付 50 元, 并加付欠款利息, 月利率为 1%. 若交付 150 元后的第一个月开始算分期付款的第一月, 问分期付款的第 10 个月该交付多少钱? 全部贷款付清后, 买这件家用电器实际花费多少钱?

21. (本小题满分 12 分) 已知: $z = \cos \theta + i \sin \theta$, $-\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$, 求 $|z - 1 + i|$ 的最小值和最大值.

22. (本小题满分 14 分) 在半径为 R 的圆形铁皮内剪下一中心角是 θ 的扇形, 然后把这个扇形卷成一圆锥形容器, 当 θ 角为多大时, 容器容积最大?

全国著名重点中学高考模拟试卷精选

数 学(第五模拟)

第 I 卷(选择题 共 60 分)

一、选择题:本大题共 12 小题;每小题 5 分,共 60 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

- 若 $0 < n < m < 1$, 则()
 A. $n^{-m} < m^{-m}$ B. $n^n < m^n$
 C. $m^m < n^m$ D. $n^{-n} < m^{-m}$
- 函数 $f(x) = \lg\left(\frac{2}{1+x} - 1\right)$ 的图像是()
 A. 关于 x 轴对称 B. 关于 y 轴对称
 C. 关于原点对称 D. 关于直线 $y = x$ 对称
- 椭圆 $25x^2 - 150x + 9y^2 + 18y + 9 = 0$ 的两个焦点坐标是()
 A. $(-3, 5), (-3, -3)$ B. $(3, 3), (3, -5)$
 C. $(1, 1), (-7, 1)$ D. $(7, -1), (-1, -1)$
- 如果 $(3x^2 - \frac{1}{2x^3})^n$ 展开式中含常数项, 则正整数 n 的最小值是()
 A. 4 B. 5 C. 6 D. 8
- 已知四边形 $ABCD$ 的四边长 a, b, c, d 满足
$$\begin{cases} a - 3b + 2c = 0 \\ b - 3c + 2d = 0 \\ c - 3d + 2a = 0 \\ d - 3a + 2b = 0 \end{cases}$$
 则四边形 $ABCD$ 一定是()
 A. 梯形 B. 圆内接四边形 C. 矩形 D. 菱形
- 设集合 A 和 B 都是自然数集合 N , 映射 $f: A \rightarrow B$ 把集合 A 中的元素 n 映射到集合 B 中的元素 $2^n + n$, 则在映射 f 下, 象 20 的原象是()
 A. 2 B. 3 C. 4 D. 5
- 若复数 Z 的辐角为 $\frac{5}{6}\pi$, 实部为 $-2\sqrt{3}$, 则 Z 等于()
 A. $-2\sqrt{3} + 2i$ B. $-2\sqrt{3} - 2i$
 C. $-2\sqrt{3} + 2\sqrt{3}i$ D. $-2\sqrt{3} - 2\sqrt{3}i$
- 已知 c_1 是函数 $f(x) = 2^x$ 的图像, c_2 是 $g(x) = \log_2(x+1) - 1$ 的图像, 则()
 A. 把 c_1 右移 1 个单位, 下移 1 个单位, 再绕直线 $y = x$ 翻转 180° , 得 c_2
 B. 把 c_1 左移 1 个单位, 上移 1 个单位, 再绕直线 $y = x$ 翻转 180° , 得 c_2
 C. 把 c_1 右移 1 个单位, 上移 1 个单位, 再绕直线 $y = x$ 翻转 180° , 得 c_2
 D. 把 c_1 左移 1 个单位, 下移 1 个单位, 再绕直线 $y = x$ 翻转 180° , 得 c_2
- 图 1 是立方体的表面展开图, 还原成立方体后, 其中有两个完全一样的是()
 A. (1)与(2) B. (1)与(3)
 C. (2)与(4) D. (3)与(4)

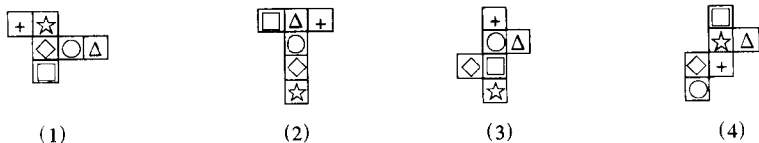


图 1

10. 已知 $|\cos\theta| = \frac{1}{5}$, $\frac{5\pi}{2} < \theta < 3\pi$, $\sin\frac{\theta}{2}$ 的值为()

- A. $\frac{\sqrt{10}}{5}$ B. $-\frac{\sqrt{10}}{5}$ C. $\frac{\sqrt{5}}{5}$ D. $-\frac{\sqrt{15}}{5}$

11. 在直角坐标系中平移坐标轴,把原点移至 $O'(2, -5)$,点 A 在新坐标系中的坐标为 $(-3, 7)$,则点 A 在原坐标系中的坐标是()

- A. $(-1, 2)$ B. $(1, -2)$ C. $(-5, 2)$ D. $(5, -12)$

12. 已知 $\sin x + \cos x = \frac{1}{5}$, 且 $x \in [0, \pi)$, 则 $\tan x$ 的值为()

- A. $-\frac{4}{3}$ B. $-\frac{3}{4}$ C. $\frac{3}{4}$ D. $\frac{4}{3}$

第 II 卷 (非选择题 共 90 分)

二、填空题:本大题共 4 小题;每题 4 分,共 16 分.把答案填在题中横线上.

13. 若 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(2n + \frac{an^2 - 2n + 1}{bn + 2} \right) = 1$, 则实数对 (a, b) 是_____.

14. 若平移坐标系,将曲线方程 $y^2 + 4x - 4y - 4 = 0$ 化为标准方程,则坐标原点应移到 O' _____.

15. 已知 $\frac{1 + \tan\alpha}{1 - \tan\alpha} = \sqrt{3}$, 则 $\cot\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) =$ _____.

16. 设 $f(x)$ 是定义域在 R 上以 2 为最小正周期的周期函数,当 $-1 \leq x \leq 1$ 时, $y = f(x)$ 的表达式是幂函数,且经过点 $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{8}\right)$, 则函数在 $[2k-1, 2k+1] (k \in Z)$ 上的表达式为_____.

三、解答题:本大题共 6 小题,共 74 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (本小题满分 12 分)如图 2 所示,圆柱的轴截面 $ABCD$ 是正方形,点 E 在底面圆周上,如果圆柱与三棱锥 $D-ABE$ 的体积之比为 3π ,求直线 DE 与平面 AC 所成角的正切值及二面角 $A-BD-E$ 的正切值.

18. (本小题满分 12 分)设 $a_1, a_2, \dots, a_n$ 为实数,且 $0 < a_n < 1 (n \in N)$,
求证: $a_1 a_2 \cdots a_n > a_1 + a_2 + \cdots a_n + 1 - n (n \geq 2, n \in N)$.

19. (本小题满分 12 分)已知椭圆方程为: $x^2 + 4y^2 - 2x - 12y + 6 = 0$.

- (1) 求这椭圆中以 $A(2, 1)$ 为中点的弦所在的直线方程;
(2) 求斜率是 2 的平行弦中点的轨迹方程.

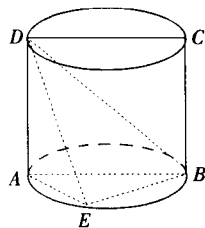


图 2

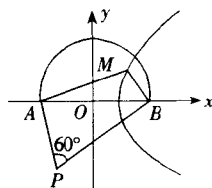


图 3

20. (本小题满分 12 分)如图 3 所示,某建筑工地要挖一个横截面为半圆的柱形土坑,挖出的土只能沿 AP 、 BP