微积分与应用数学基础

王勇烈　李铁臣　主编

航空工业出版社

1996

内 容 简 介

本书是一本专门为理工科高等职业教育编写的大专数学教材。内容主要包括:微积分,级数与微分方程,常微分方程,线性代数,概率论与数理统计及数学建模。该书具有如下特点:采用模块式,使接口放宽,适用各不同层次的学生使用;注重实用性,帮助读者掌握方法,增加具有启发性的应用性题目;采用手册型,便于查阅,方便读者查用;便于自学,通俗易懂,可使读者获得较好的学习效果。

该书适用于大专院校的学生及自学高等数学的读者使用。

图书在版编目(CIP)数据

微积分与应用数学基础/王勇烈,李铁臣主编．—北京:航空工业出版社,1996.6

ISBN 7-80134-048-5

Ⅰ.微… Ⅱ.①王… ②李… Ⅲ.①微积分-高等教育:职业教育-教材②应用数学-高等教育:职业教育-教材 Ⅳ.0172

中国版本图书馆 CIP 数据核字(96)第 11650 号

航空工业出版社出版发行

(北京市安定门外小关东里 14 号　100029)

河北香河县印刷厂印刷　　全国各地新华书店经售

1996 年 7 月第 1 版　　1996 年 7 月第 1 次印刷

开本:787×1092　1/16　　印张:28.5　　字数:732 千字

印数:1—4000　　定价:28.00 元

序

发展高等职业教育，是社会发展和现代化建设的客观需要，其培养目标是在生产、服务和管理第一线工作的高层次实用人才。高等职业教育有其自身的规律和特点，和普通高等教育相比，要有较大力度的改革。因此，必须有适应高等职业教育特色的教材。由于我国高等职业教育尚处初期发展阶段，适应这一教育特点的高职教材目前还不多见。所以，编写出符合我国教育实际、适应高等职业教育特点的教材，便成为迫在眉睫的问题。我校数学协作组为适应这一需要，策划、组织编写的《微积分与应用数学基础》这本教材就是这方面所作的一次尝试。

参加本书编写的既有教学经验丰富、学术造诣颇深的老教师，也有教学功底扎实、勇于探索进取的中青年教师。编写之前，他们进行了比较充分的调研。编写过程中与负责进行高等职业教育试点单位的领导、专家教授以及相关专业学科教师共同研究。成稿后，组织了几次评审会，编者又按从事高等职业教育的专家教授们提出的意见作认真修改。数易其稿，才付印成书。

本书在保证基础，重视素质教育的前提下，能突破普通高等教育传统教材的体系，精选内容，突出主干，删减枝节；强调实际，注重应用；按基础理论适度、够用的原则，在有限的课时内采用了模块结构的知识体系，以利教学。所有这些，都是力求遵循职业教育的特点，体现高等职业教育的特色。

虽然编者对本书的编写倾心投入，尽了很大的努力，但限于经验水平以及对高等职业教育规律和特点的理解的把握上有待于进一步提高，所以这本教材还需在教学实践中不断修改锤炼，才能日臻完善。同时，更希望得到数学界和从事高等职业教育的同行们帮助指正，为高等职业教育的教材建设共同努力。

姜成坛

1995年12月于北京

前　言

本书是一本专门为理工科高等职业教育编写的大专数学教材。

由于经济和科技的发展，使许多领域的技术含量不断提高，对技术管理人员及部分操作人员提出了更高的要求，因此加快调整我国的高等教育结构，发展高等职业教育，反映了我国经济、社会、教育水平发展的一个必然趋势。高等职业教育的内涵在于其培养目标和培养过程与一般高等教育不同，高等职业教育培养生产第一线的技术和管理人员的目标十分明确，岗位针对性也很明确。为了实现这一特殊的目标，其教学过程更重视实践能力的培养，更着重于技术的应用。高等职业教育多数是与中等职业教育衔接的，其生员包括中等专业学校的毕业生，也包括职业高中和技工学校的毕业生，从发展趋势上看，还将包括一些普通高中毕业生。近几年来，高等职业教育发展速度之快，是人们始料不及的。在这种情况下，各专业高等职业教育的教材，大多数由本专业专家、教师、工程技术人员编写。但是作为重要的公共基础课的数学教材，目前尚没有完全合适或为各类高等职业教育的教育工作者所共同认可的。由于数学是学习现代科学技术必不可少的基础知识和工具，所以编写一本特点鲜明又适用的高等职业教育的数学教材，就是十分必要和非常紧迫的。

北京联合大学是一所多学科综合型普通高等学校，担负着为北京培养各方面的应用型人材，也要成为高等职业技术教育的中心，副校长姜成坛非常重视高等职业教育的教材建设。为此北京联合大学数学协作组汇集了有经验，学术水平较高的教师组成了编写组，经过一年来的调研、研讨，制定编写大纲，并经专家论证，最后编成本书。

本书在编写的全过程中，力求表现出作为高等职业教育的数学教材的应具有的特点：

1　采用模块式，使“接口”放宽

全书共分六篇三模块，即

第一篇　预备知识
第二篇　微积分基本知识
第三篇　级数与微分方程
第四篇　线性代数
第五篇　概率统计
第六篇　数学建模知识介绍

Ⅰ　Ⅱ　Ⅲ

为适应学生来源不同和教学时数不可能多，使用时可采取如下模块：

模块Ⅰ：若生员是职业高中或中技毕业生，可选学第一至第四篇；

模块Ⅱ：若生员是普通高中毕业生，可选学第二至第五篇；

模块Ⅲ：若生员是初中毕业后的中专毕业生或中专已读过三年或高中后的中专已上一年的学生，可选学第三至第六篇。

无论是选用哪个模块，教学时数均不会超过 120 学时，甚至可减至 100 学时以内。

2　注重实用性，削弱技巧性

全书所涉及的数学概念,绝大多数由实例引入,突出实际背景及建立数学模型的思想。对一些繁难的定理、公式以及很明显的结论,有的只给出结果,有的用几何直观予以说明。不把宝贵的时间花在明显次要的,无益或无目的内容上,始终把握目标明确、主干清楚、讲究实效。所选例题及习题,均以帮助学生理解概念,掌握方法为目的,删去单纯技巧或是较难的题目,增加富于启发性或为专业课服务的应用性题目。在减弱解析运算的同时,本书十分重视数值计算,书中各篇都有专门部分涉及数值计算和近似方法。并强调与计算机的结合。

数学建模能力的培养和训练越来越显示出它的重要作用。实践证明,建模是培养学生综合运用数学知识,分析解决实际问题能力的一种有效手段,为此本书特设一篇,给出基本的建模思想和实用的例题,供学时数较充裕,要求数学较高的专业学习参考。所选例题有的是建模竞赛题或他人提供,在此仅向出题或解答者致谢,不再一一注明出处。

3　采用手册型,便于查阅

如第一篇的预备知识,就是初等数学知识的复习,对于采用第Ⅱ或第Ⅲ模块的师生查阅有关初等数学基本内容和公式也十分有用。又如第五篇的一些数理统计方法利用表格给出,包括置信区间、假设检验的否定域等。另外,本书特设一大附录,介绍一些数值计算的常用程序,使读者能方便查用。

4　便于自学,通俗易懂,保证大专水平

本书在叙述时,尽量采用通俗语言,如极限概念不介绍“$\varepsilon-\delta$”语言。但本教材是大专的教材,不是中专的教材,所以所选内容及深度均要符合国家教委颁布的大专数学的基本要求,而不是随意删减。在教给学生知识的同时,本书十分注意教给学生思考方法,重视素质教育。我们认为本书除作为高职班的数学教材外也完全可作为工科大专的教材,尤其对夜大学、职工大学更为适宜。

策划主审武继玉,主编王勇烈、李铁臣提供编写思路及方案,把握本书的特点,负责全书的修改、定稿,确保风格统一。具体参编的有:第一篇王勇烈(第一章),第二篇李英、李铁臣(第二至第五章),第三篇张喜娟、翟少辉(第六章),李宗杰、刘云敏(第七章),第四篇李宗杰、刘云敏、李铁臣(第八章),第五篇李铁臣(第九、十章),第六篇曾庆黎(第十一章)。任开隆老师提供了全书的数值计算的全部程序。

联合大学教务处长贡文清,副处长张丹海从始至终关心本书的编写工作,提出了非常宝贵的指示和意见。教务处张杨同志,做了大量的组织工作。联合大学建材轻工学院院长壮忠,文理学院数学系主任韩庆书教授等参与论证编写大纲和审阅了全书,在此一并表示感谢。

由于高等职业教育的数学教材,是一类全新类型的教材,首次编写,在特点的把握上,内容安排和处理上,缺点错误一定很多,恳请专家、读者不吝指教。

编　者

1995 年 9 月

目　　录

第一篇　预备知识

第一章　初等数学部分主要内容及重要公式

第一节　初等代数

一　实数系统及基本运算律

（一）实数的系统表

$$
\text{实数}\begin{cases}
\text{有理数}\begin{cases}
\text{正有理数}\begin{cases}\text{正整数}\\ \text{正分数}\end{cases}\\
\text{零}\\
\text{负有理数}\begin{cases}\text{负整数}\\ \text{负分数}\end{cases}
\end{cases}\left.\vphantom{\begin{cases}\\ \\ \\ \\ \\ \end{cases}}\right\}\text{有限小数或无限循环小数}\\
\text{无理数}\begin{cases}\text{正无理数}\\ \text{负无理数}\end{cases}\left.\vphantom{\begin{cases}\\ \\ \end{cases}}\right\}\text{无限不循环小数}
\end{cases}
$$

（二）基本运算律

交换律：　$a+b=b+a$；　　　　$ab=ba$.

结合律：　$(a+b)+c=a+(b+c)$；　　$(ab)c=a(bc)$.

分配律：　$(a+b)c=ac+bc$.

（三）乘法公式及因式分解

$$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab;$$
$$(a\pm b)^2=a^2\pm 2ab+b^2;$$
$$(a\pm b)^3=a^3\pm 3a^2b+3ab^2\pm b^3;$$
$$a^2-b^2=(a-b)(a+b);$$
$$a^3-b^3=(a\pm b)(a^2\mp ab+b^2);$$
$$a^n-b^n=(a-b)(a^{n-1}+a^{n-2}b+\cdots\cdots+ab^{n-2}+b^{n-1}),$$　　（n 为正整数）。

二　一元二次方程

（一）一般形式：　$ax^2+bx+c=0$，　（$a\neq 0$）.

（二）求根公式：$x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$.

（三）根和系数的关系：$x_1+x_2=-\frac{b}{a}$，　$x_1x_2=\frac{c}{a}$.

（四）判别式：$b^2-4ac>0$，有两个不等实根；　$b^2-4ac=0$，有两个相等实根；
$b^2-4ac<0$，有两共轭复根。

三　集合初步

（一）集合的基本概念

1　集合

把一些确定的对象看成一个整体，就形成了一个集合。一般用大写拉丁字母 A,B,C 等作为集合的记号。

2　元素

集合里的各个对象叫做集合的元素。一般用小写拉丁字母 a,b,c 等表示。$a\in A$ 表示 a 是集合 A 的元素，读作“a 属于 A”；$a\notin A$ 表示 a 不是集合 A 的元素，读作“a 不属于 A”.

3　空集

不含有任何元素的集合，记作$\varnothing$.

4　常见的数集

自然数集(正整数集)：全体自然数的集合，通常记作 N.

整数集：全体整数的集合，通常记作 Z.

有理数集：全体有理数的集合，通常记作 Q.

实数集：全体实数的集合，通常记作 R.

复数集：全体复数的集合，通常记作 C.

(二)集合的表示法

1　列举法

把集合中的元素一一列举出来，写在大括号内，如$\{a,b,c\}$.

2　描述法

把集合中的元素的共同性质用式子或语言描述出来，写在大括号内，如

$$\{x\mid x^2-3x+2=0\},\qquad \{\text{直角三角形}\},$$

有时也用图示法表示集合。

(三)集合与集合的关系

1　子集：对于两个集合 A 与 B，如果集合 B 的任何一个元素都是集合 A 的元素，那么集合 B 叫做合 A 的子集，记作：$B\subseteq A$　或　$A\supseteq B$，读作“B 包含于 A”或“A 包含 B”，易见 $A\subseteq A$，$\varnothing\subseteq A$.

如果集合 B 是集合 A 的子集，并且 A 中至少有一个元素不属于 B，那么集合 B 叫做集合 A 的真子集，记作 $B\subset A$　或　$A\supset B$. 如图 1-1.

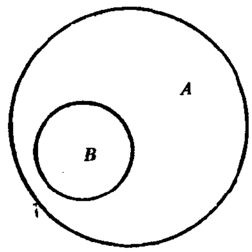

图 1-1

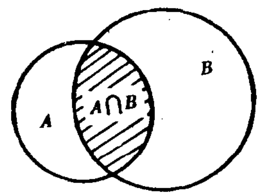

图 1-2

2　集合相等：对于两个集合 A 与 B，如果 $A\subseteq B$，同时 $B\subseteq A$，那么称集合 A 与集合 B 相等，记作 $A=B$.

3　交集：由集合 A 与集合 B 的所有公共元素组成的集合，叫做 A 与 B 的交集，记作 $A\cap B$. 如图 1-2，易见 $A\cap A=A$，$A\cap\varnothing=\varnothing$.

4　并集：把集合 A 与 B 的所有元素并在一起所组成的集合，叫做 A 与 B 的并集，记作 $A\cup B$. 如图 1-3，易见 $A\cup A=A$，$A\cup\varnothing=A$.

5　全集与补集：在研究集合与集合之间的关系时，这些集合常常是某一个给定的集合的子集，这个给定的集合叫做全集，用符号 I 表示；已知全集 I，集合 $A\subseteq I$，由 I 中所有不属于 A 的元素组成的集合，叫做集合 A 在全集 I 中的补集，记作 $\overline{A}$。如图 1-4，易见 $A\cup\overline{A}=I$，$A\cap\overline{A}=\varnothing$.

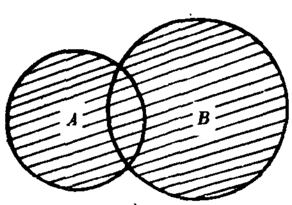

图 1-3

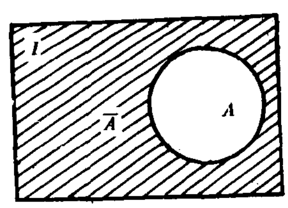

图 1-4

例　用适当的符号（$\in$，$\notin$，$=$，$\subset$，$\supset$）填空。

(1) 1 __ N；　(2) 0 __ N；　(3) $\varnothing$ __ Q；

(4) C __ Z；　(5) $\{1\}$ __ $\{1,2,2\}$；　(6) 1 __ $\{1,2,3\}$；

(7) 0 __ $\varnothing$；　(8) $\{0\}$ __ $\varnothing$；　(9) 0 __ $\{0\}$；

(10) $\{1,2,3\}$ __ $\{3,2,1\}$.

解

(1) $1\in N$；　(2) $0\notin N$；　(3) $\varnothing\subset Q$；

(4) $C\supset Z$；　(5) $\{1\}\subset\{1,2,2\}$；　(6) $1\in\{1,2,3\}$；

(7) $0\notin\varnothing$；　(8) $\{0\}\supset\varnothing$；　(9) $0\in\{0\}$；

(10) $\{1,2,3\}=\{3,2,1\}$.

四　不等式

(一) 基本性质

如果 $a>b$，则　$a\pm c>b\pm c$；
如果 $a>b, c>0$ 则　$ac>bc$；
如果 $a>b, c<0$ 则　$ac<bc$；
如果 $a>b>0, n\in N$ 则　$a^n>b^n$，$\sqrt[n]{a}>\sqrt[n]{b}$.

(二) 重要不等式

设以下各量取正值，则必有　$\dfrac{a+b}{2}\geqslant\sqrt{ab}$，　$\dfrac{a+b+c}{3}\geqslant\sqrt[3]{abc}$.

一般地　$\dfrac{a_1+a_2+\cdots\cdots+a_n}{n}\geqslant\sqrt[n]{a_1a_2\cdots\cdots a_n}$，　　$(n\in N)$，

即算术平均值不小于几何平均值。

(三) 绝对值与不等式

绝对值定义

$$|a|=\begin{cases} a, & a\geqslant 0, \\ -a, & a<0. \end{cases}$$

$|a+b|\leqslant|a|+|b|$；　　$|a-b|\leqslant|a|+|b|$；

$|a-b|\geqslant\big||a|-|b|\big|$；　　$-|a|\leqslant a\leqslant|a|$；

$\sqrt{a^2}=|a|$；　　$|ab|=|a|\cdot|b|$；

$\left|\dfrac{a}{b}\right|=\dfrac{|a|}{|b|}$，$(b\neq 0)$；　　$|-a|=|a|$.

$|a|<b(b>0)\iff -b<a<b$；

$|a|>b(b>0)\iff a>b$ 或 $a<-b$.

例　求解　$|2x-3|<7$.

解 $\because$　$|2x-3|<7$，

$\therefore$　$-7<2x-3<7$，

$-7+3<2x<7+3$，

$-2<x<5$，

原不等式的解集为 $\{x\mid x\in R, -2<x<5\}$.

五　指数与对数

(一) 指数

正整数指数幂：$a^n=\underbrace{a\ a\ \cdots\cdots\ a}_{n\text{个}}$，　$(n\in N,\ n>1)$；　$a^1=a$.

零指数幂：$a^0=1$，　　$(a\neq 0)$.

负整数指数幂：$a^{-n}=\frac{1}{a^n}$，　　　$(a\neq 0,\quad n\in N)$.

有理数指数幂：$a^{\frac{n}{m}}=\sqrt[m]{a^n}$，　　　$(a\geqslant 0,\quad m,n\in N,\quad m>1)$.

幂的运算法则：$a^\alpha a^\beta=a^{\alpha+\beta}$，　$(a>0,\quad \alpha,\beta\in R)$；　$(a^\alpha)^\beta=a^{\alpha\beta}$，　$(a>0,\quad \alpha,\beta\in R)$；

$(ab)^\alpha=a^\alpha b^\alpha$，　$(a>0,\quad b>0,\quad \alpha\in R)$.

（二）对数

如果 $a^b=N(a>0, a\neq 1)$，那么 b 叫做以 a 为底 N 的对数，记作 $\log_a N=b$，其中 a 叫做底数，N 叫做真数。

对数的性质：

1　零与负数没有对数；

2　底的对数等于 1，　即 $\log_a a=1$；

3　1 的对数等于 0，　即 $\log_a 1=0$；

4　$a^{\log_a N}=N$，　$\log_a a^b=b$.

运算法则：

$\log_a(MN)=\log_a M+\log_a N$，　　　$(M>0, N>0)$；

$\log_a\frac{M}{N}=\log_a M-\log_a N$，　　　$(M>0, N>0)$；

$\log_a M^n=n\log_a M$，　　　$(M>0)$；

$\log_a\sqrt[n]{M}=\frac{1}{n}\log_a M$，　　　$(M>0)$.

换底公式：

$\log_a N=\frac{\log_b N}{\log_b a}$，　　　$(N>0)$.

常用对数：以 10 为底的对数叫做常用对数，$\log_{10}N$ 通常又记为 $\lg N$.

自然对数：以数 e 为底的对数叫做自然对数，$\log_e N$ 通常又记为 $\ln N$。其中数 e 为一无理数，e=2.718281828459045….

例 1　化简　$\sqrt[3]{ab^2\sqrt{ab^{-1}}}\div\sqrt{ab}$.

解　原式$=\left[ab^2(ab^{-1})^{\frac{1}{2}}\right]^{\frac{1}{3}}\div(ab)^{\frac{1}{2}}=\left(ab^2a^{\frac{1}{2}}b^{-\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{3}}\div a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}=a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}\div a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}=1$.

例 2　计算　$\lg 5+\lg 2\lg 5+\lg^2 2$.

解　原式$=\lg 5+\lg 2(\lg 5+\lg 2)=\lg 5+\lg 2=1$.

例 3　计算　$25^{\log_5 4}$.

解　原式$=(5^2)^{\log_5 4}=5^{2\log_5 4}=5^{\log_5 4^2}=16$.

例 4　若　$2<\log_n 47<3$，　求正整数 n.

解　当 $n\neq 1$ 时，

$\because$　$\log_n n=1$，

$\therefore$　$2\log_n n<\log_n 47<3\log_n n$，

$\log_n n^2<\log_n 47<\log_n n^3$，

$n^2<47<n^3$，

故正整数 n 应取为 4，　5，　6.

六　复数

（一）复数的概念

1　虚数单位

规定虚数单位为 i，并且规定 $i^2=-1$，这个虚数单位 i 可以与实数一起进行加减乘除四则运算，i 的乘方还具有如下性质：

$$i^{4n}=1,\quad i^{4n+1}=i,\quad i^{4n+2}=-1,\quad i^{4n+3}=-i.\qquad (n\in N).$$

2　复数的定义

形如 $a+bi$（其中 a，b 都为实数）的数叫做复数，a 叫做复数的实部，b 叫做复数的虚部。

$$\text{复数}(a+bi)\begin{cases}\text{实数}(b=0),\\ \text{虚数}\begin{cases}\text{纯虚数}(a=0,b\neq 0),\\ \text{非纯虚数}(a\neq 0,b\neq 0).\end{cases}\end{cases}$$

3　复数的相等

两个复数的实部相等，虚部也相等，我们规定这两个复数是相等的，即当 $a,b,c,d\in R$ 时，有

$$\left.\begin{matrix}a=c\\ b=d\end{matrix}\right\}\Longleftrightarrow a+bi=c+di.$$

4　共轭复数

两个复数实部相等，虚部互为相反数时，这两个复数叫做互为共轭复数，复数 $z=a+bi$ 的共轭复数记为 $\bar{z}=\overline{a+bi}=a-bi$，如图 1-5.

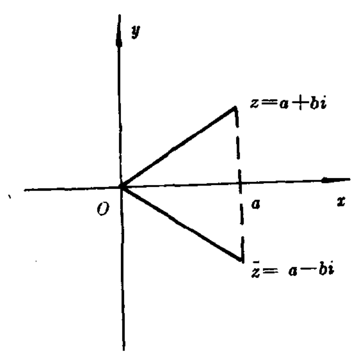

图 1-5

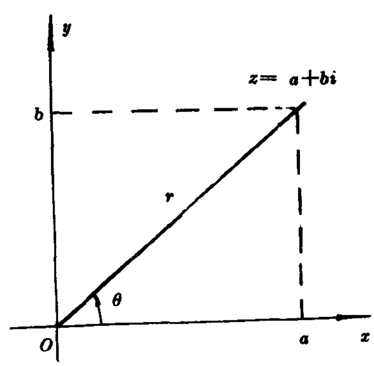

图 1-6

（二）复数的表示式

代数式：$z=a+bi$.

三角式：$z=r(\cos\theta+\sin\theta)$.

指数式：$z=re^{i\theta}$.

相互间的关系（如图 1-6）：

$$\begin{cases}a=r\cos\theta,\\ b=r\sin\theta;\end{cases}\qquad \begin{cases}r=\sqrt{a^2+b^2},\\ \mathrm{tg}\theta=\dfrac{b}{a}.\end{cases}$$

（三）复数的运算

1 代数式：

$$(a+bi)\pm(c+di)=(a\pm c)+(b\pm d)i$$

$$(a+bi)(c+di)=(ac-bd)+(bc+ad)i$$

$$\frac{a+bi}{c+di}=\frac{ac+bd}{c^2+d^2}+\frac{bc-ad}{c^2+d^2}i.$$

2 三角式：

设 $\qquad z_1=r_1(\cos\theta_1+i\sin\theta_1),\qquad z_2=r_2(\cos\theta_2+i\sin\theta_2),$

则

$$z_1z_2=r_1r_2[\cos(\theta_1+\theta_2)+i\sin(\theta_i+\theta_2)];$$

$$\frac{z_1}{z_2}=\frac{r_1}{r_2}[\cos(\theta_1-\theta_2)+i\sin(\theta_i-\theta_2)];$$

设 $$z=r(\cos\theta+i\sin\theta),$$

则 $$z^n=[r(\cos\theta+i\sin\theta)]^n=r^n(\cos n\theta+i\sin n\theta);$$

设 $\qquad z^n=r(\cos\theta+i\sin\theta),\quad$ 则 $\quad z=\sqrt[n]{r}\left(\cos\dfrac{\theta+2k\pi}{n}+i\sin\dfrac{\theta+2k\pi}{n}\right),$

其中 $k=0,1,2,\cdots\cdots,(n-1),\qquad (n\in N)$.

例 1 计算$\dfrac{(2+2i)^7}{(-1+\sqrt{3}i)^3}$.

解

原式$=\dfrac{2^7(1+i)^7}{2^3\left(-\dfrac{1}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}i\right)^3}=\dfrac{2^4(1+i)^6(1+i)}{1}=2^4(2i)^3(1+i)=2^7(-i)(1+i)=2^7(1-i)$.

例 2 解方程 $x^2-(3-i)x+2=i$.

解 不妨先设 x 为实数，于是

$$x^2-3x+xi+2=i,$$

$$x^2-3x+2=(1-x)i,$$

由于 x 为实数，可知

$$x^2-3x+2=0,$$

$$1-x=0,$$

解得 $x_1=1$，又由韦达定理知 $x_1+x_2=3-i$，得 $x=2-i$，故原方程有两个根：$x_1=1$，$x_2=2-i$.

例 3 解方程 $x^3=1$.

解 $\because\quad x^3=\cos\theta+i\sin\theta,$

$\therefore\quad x=\left(\cos\dfrac{\theta+2k\pi}{3}+i\sin\dfrac{\theta+2k\pi}{3}\right),\qquad (k=0,1,2);$