周全仁　张清益编著

# 电网计算与程序设计

● 计算机在电网计算中的应用

**电网计算与程序设计**

计算机在电网计算中的应用

周全仁　张清益编著

责任编辑：夏可军

*

湖南科学技术出版社出版

（长沙市展览馆路14号）

湖南省新华书店发行　湖南省新华印刷二厂印刷

*

1983年8月第1版第1次印刷

开本：787×1092毫米 1/32　印张：13.375　插页：4　字数：345,000

印数：1——4,500

统一书号：15204·108　　定价：2.60元

## 内 容 提 要

本书介绍应用计算机进行电网计算的原理及程序设计方法，着重讨论用于电力系统经济性分析计算的潮流、网损和网微增率、经济负荷分配的数学模型和计算方法，以及导纳矩阵、阻抗矩阵、快速分解潮流、B系数及有功经济负荷分配等常用的计算程序。有关章节的附录中还对若干专题进行了较深入的讨论。

本书可供从事电力系统运行、设计、科研的专业人员以及大、中专院校电力类有关专业师生参考。

# 前　　言

从五十年代末期开始，我国电力部门就开展了电网应用程序的研究，至今已有二十多年的历史。现有的常用配套程序大致可分为两大类：即以电网安全运行为主要目标的潮流——短路——稳定计算程序和以电网经济运行为主要目标的潮流——损失系数——经济负荷分配计算程序。本书着重讨论用于经济运行计算的几个程序。

全书共分 5 章。第1～2章介绍代数方程组的求解及电网导纳矩阵和阻抗矩阵的计算，这是电网计算的基础。第3～5章讨论快速分解法潮流计算、网损及网损微增率的计算以及经济负荷分配计算。第 3 章的快速分解法是在PQ分解法的基础上改进的，它能适应于高、低压网任意导线截面、任意电阻/电抗比的网络进行快速潮流计算，并采用非线性规划的最佳乘子法，因而能够防止潮流计算中的振荡和发散现象；第4章推导和简化了Маркович网损公式，论证了几种不同网损公式之间的转化关系，介绍了Shoults B系数法，并提出了有功无功综合损失系数计算公式，从而推广和发展了Shoults B系数法；第5章针对原有$\lambda$与$\gamma$轮回迭代的水火电系统经济运行算法存在的计算时间长、收敛慢的问题，提出了求解协调方程式的Newton-Raphson新解法，大大提高了经济负荷分配计算的速度，改善了收敛性。并且利用协调方程Jacobi矩阵的特点采用分块消去算法，比最近由El-Hawary和French提出的经典Newton-Raphson法大大减少了内存。

本书在编写时力求做到理论与实用相结合，数学模型与程序设计相结合。每章均有程序实例和具体算例。并附有快速分解潮流、损失系数及经济负荷分配计算的通用程序（DJS-6机 ALGOL

语言)、说明及注解。部分程序还有详细的框图。

我们的工作曾得到中国电机工程学会自动化与计算机应用专业委员会吴凤书工程师、水利电力部科技司郦凤山工程师、水利电力部电力科学研究院计算技术研究所江文禄副所长，夏祖治高级工程师、李朝安、于尔铿工程师以及湖南省电力局和湖南电力中心调度所的领导和同志们的大力支持和帮助。特此感谢。由于作者水平有限，错误或不足之处在所难免，希望读者批评指正。

作　者

一九八三年八月

# 目　录

# 1. 代数方程组的解法

为了便于说明问题，有必要在本书的开头对电网计算中常常用到的数学方法进行简要的介绍。

我们经常遇到的是代数方程组的求解问题。代数方程组的解法有两种，一种是直接法(又称精确法)，一种是间接法（又称迭代法)。直接法经过有限次算术运算，就可得出解答，运算次数与采用的计算方法和方程组的阶数及结构有关。迭代解法是从某一初值出发，经过若干次迭代逐步逼近真解。

直接法常用于电网计算中求解线性方程组，随着计算技术的发展，特别是应用电力网络线性方程组系数矩阵的稀疏性和对称性处理技巧后，直接法解线性方程组更显得比迭代法优越。迭代法主要用于解非线性方程组。例如电网短路电流计算采用高斯消去法直接求解线性网络方程，电网潮流计算是用Newton-Raphson迭代法求解非线性功率方程，等等。

本章只对电网计算中常用到的高斯消去法的变态形式——因子表解法以及解非线性方程组Newton-Raphson法予以讨论。

## 1.1 线性方程组的直接解法—因子表法

### 1.1.1 因子表法—高斯消去法的变态形式

因子表解法是由高斯消去法演变而来的，因此需要简单介绍一下高斯消去法的消去步骤。设有线性方程组

$$\left.\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n &= f_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n &= f_2 \\ \vdots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \cdots + a_{nn}x_n &= f_n \end{aligned}\right\} \tag{1—1}$$

用粗体字表示矩阵，则式(1—1)的矩阵形式是

$$\mathbf{AX}=\mathbf{F} \tag{1—2}$$

式中：

$$\mathbf{A}=\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & & \cdots & \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

$\mathbf{X}=[x_1 \quad x_2 \quad \cdots \quad x_n]^T$，$\mathbf{F}=[f_1 \quad f_2 \quad \cdots \quad f_n]^T$

**A**称为系数矩阵，**X**和**F**分别称为未知数和常数项向量。

对方程组（1—1）的消去运算既可以按行进行，亦可按列进行。不论何种方式，消去实际上只对系数和常数项进行，与未知数无关。因此只需讨论系数和常数项在消去过程中的变化。为了讨论的方便，通常将常数项向量作为系数矩阵的第$n+1$列附加在**A**矩阵之右，形成如下的$n\times(n+1)$阶增广矩阵：

$$\mathbf{A}'=\left[\begin{array}{cccc:c} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} & a_{1,n+1} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} & a_{2,n+1} \\ \cdots & & \cdots & & \cdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} & a_{n,n+1} \end{array}\right] \tag{1—3}$$

式中：

$[a_{1,n+1} \quad a_{2,n+1} \quad \cdots \quad a_{n,n+1}]^T=[f_1 \quad f_2 \quad \cdots \quad f_n]^T$

需进行n步消去运算，才能将**A′**中的系数矩阵变成上三角矩阵形式。以按行消去过程为例，当经过$i-1$步消去运算后，矩阵**A′**化为

$$\mathbf{A}'_{i-1}=\begin{bmatrix} 1 & a_{12}^{(1)} & \cdots & \cdots & \cdots & a_{1,n+1}^{(1)} \\ & 1 & & & \cdots & a_{2,n+1}^{(2)} \\ & & \ddots & & \cdots & \vdots \\ & & 1 & a_{i-1,i}^{(i-1)} & \cdots & a_{i-1,n+1}^{(i-1)} \\ a_{i1} & \cdots & & a_{ii} & \cdots & a_{i,n+1} \\ \cdots & \cdots & & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n1} & \cdots & & a_{ni} & \cdots & a_{n,n+1} \end{bmatrix} \tag{1—4}$$

第i步是对$A'_{i-1}$的第i行作消去运算，首先用前i－1行依次消去该行对角元素左方的i－1个元素，计算过程是：

第一行消去第i行第一列元素后，第i行其余元素变为

$$a_{ij}^{(1)}=a_{ij}-a_{i1}a_{1j}^{(1)} \qquad (j=2,\ 3\cdots,\ n+1)$$

第二行消去第i行第二列元素后，第i行其余元素变为

$$a_{ij}^{(2)}=a_{ij}^{(1)}-a_{i2}^{(1)}a_{2j}^{(2)} \qquad (j=3,\ 4,\ \cdots,\ n+1)$$

第k行消去第i行第k列元素后，其余元素变为

$$a_{ij}^{(k)}=a_{ij}^{(k-1)}-a_{ik}^{(k-1)}a_{kj}^{(k)} \qquad (j=k+1,\ \cdots,\ n+1)$$

第i－1行消去第i行第i－1列元素后，其余元素变为

$$a_{ij}^{(i-1)}=a_{ij}^{(i-2)}-a_{i,i-1}^{(i-2)}a_{i-1,j}^{(i-1)} \qquad (j=i,\ i+1\cdots,\ n+1)$$

把消元的结果规格化得：

$$1 \qquad a_{i,i+1}^{(i)} \qquad a_{i,i+2}^{(i)} \qquad \cdots \qquad a_{i,n+1}^{(i)}$$

其中 $a_{ij}^{(i)}=a_{ij}^{(i-1)}/a_{ii}^{(i-1)} \qquad (j=i+1,i+2,\cdots,n+1)$

由此可见，第i步的计算公式是：

$$\left.\begin{array}{ll}\text{消去运算：} & a_{ij}^{(k)}=a_{ij}^{(k-1)}-a_{ik}^{(k-1)}a_{kj}^{(k)} \quad (k=1,2,\cdots,i-1) \\ & \qquad\qquad (j=k+1,k+2,\cdots,n+1) \\ \text{规格化运算：} & a_{ij}^{(i)}=a_{ij}^{(i-1)}/a_{ii}^{(i-1)} \quad (j=i+1,i+2,\cdots,n+1)\end{array}\right\} \tag{1—5}$$

式(1—5)中的k表示用第k(1～i－1)行对第i行进行消去运算，即将第i行对角线左方的的1～i－1列元素全部变成零，而k＋1，…，n＋1列元素的变化则用$a_{ij}^{(k)}$表示。

这样，当i从1取到n，消元的结果使增广矩阵A′化为

$$A'_n=\left[\begin{array}{ccccc:c} 1 & a_{12}^{(1)} & a_{13}^{(1)} & \cdots & & a_{1,n+1}^{(1)} \\ & 1 & a_{23}^{(2)} & \cdots & & a_{2,n+1}^{(2)} \\ & & 1 & \cdots & & \vdots \\ & & & \ddots & \vdots & \vdots \\ & & & & 1 & a_{n,n+1}^{(n)} \end{array}\right] \tag{1—6}$$

与之对应的方程组为：

$$
\left.\begin{array}{r}
x_1+a_{12}^{(1)}x_2+a_{13}^{(1)}x_3+\cdots+a_{1n}^{(1)}x_n=a_{1,n+1}^{(1)} \\
x_2+a_{23}^{(2)}x_3+\cdots+a_{2n}^{(2)}x_n=a_{2,n+1}^{(2)} \\
\cdots \quad \cdots \quad \cdots \\
x_{n-1}+a_{n-1,n}^{(n-1)}x_n=a_{n-1,n+1}^{(n-1)} \\
x_n=a_{n,n+1}^{(n)}
\end{array}\right\} \quad (1—7)
$$

它与原方程组$AX=F$是同解的方程组。

回代过程既可按行进行，亦可按列进行。现给出按行回代的计算公式如下：

$$
x_i=a_{i,n+1}^{(i)}-\sum_{j=i+1}^{n}a_{ij}^{(i)}x_j \quad (i=n,n-1,\cdots,2,1) \quad (1—8)
$$

通过回代过程即可求出方程组的全部解。

在电网计算中经常遇到这样的问题，对方程组(1—1)或(1—2)需要反复多次求解，而每次求解仅改变常数项 F，系数矩阵 A 保持不变。按照一般的高斯消去法，对每一改变的常数项，形成包括常数项及系数矩阵在内的增广矩阵，然后消去回代求出其解。可以看出，每次对增广矩阵中A 矩阵元素的消元都是重复的，为了避免这种重复，我们把对相同的系数矩阵重复进行的消去与对不同的常数项进行的消去分开进行，因此对系数矩阵的消去只需进行一次，并在消去的过程中将对常数项进行消去运算的运算因子保存下来，形成所谓因子表，这就是因子表法。

因为因子表记录了高斯消去法对常数项进行消去的全部信息，利用它便可对不同常数项进行消去，形成上三角矩阵，最后求出全部未知数。

### 1.1.2 因子表的形成过程

下面我们讨论形成因子表的具体做法。

首先由于常数项的消去与系数矩阵的消去是分开进行的，因此不必形成增广矩阵。为形成因子表仅需对系数矩阵进行消去和规格化运算。以按行消去过程为例。可将对系数矩阵和对常数项的消去及规格化分开写，即式(1—5)第i步的计算公式为：

$$
\left.\begin{array}{ll}
\text{消去}\quad a_{ij}^{(k)}=a_{ij}^{(k-1)}-a_{ik}^{(k-1)}a_{kj}^{(k)} & \begin{array}{l}(k=1,2,\cdots,i-1\\ \;j=k+1,k+2,\cdots,n)\end{array}\\
\text{规格化}\,a_{ij}^{(i)}=a_{ij}^{(i-1)}/a_{ii}^{(i-1)} & (j=i+1,i+2,\cdots,n)
\end{array}\right\}
\tag{1—9}
$$

$$
\left.\begin{array}{l}
\text{消去}\quad f_i^{(k)}=f_i^{(k-1)}-a_{ik}^{(k-1)}f_k^{(k)}(k=1,2,\cdots,i-1)\\
\text{规格化}\;f_i^{(i)}=f_i^{(i-1)}/a_{ii}^{(i-1)}
\end{array}\right\}
\tag{1—10}
$$

式(1—9)对应系数矩阵的消去及规格化公式，式(1—10)对应常数项的消去及规格化公式。显然，式(1—9)是将式(1—5)中列号j的取值上限作了改变而得到的。

由式(1—10)可见，对常数项进行消去及规格化运算用到的因子就是对系数矩阵消去及规格化运算用到的因子$a_{ik}^{(k-1)}$及$1/a_{ii}^{(i-1)}$ $(k=1,2,\cdots,i-1;i=1,2,\cdots,n)$。将$a_{i1}$，$a_{i2}^{(1)}\cdots a_{ik}^{(k-1)}\cdots a_{i,i-1}^{(i-2)}$及$1/a_{ii}^{(i-1)}$逐行保存在下三角部分和式(1—6)系数矩阵的上三角矩阵元素合在一起，就得到了因子表：

$$
\begin{bmatrix}
\dfrac{1}{a_{11}} & a_{12}^{(1)} & a_{13}^{(1)} & a_{14}^{(1)} & \cdots & a_{1n}^{(1)}\\
a_{21} & \dfrac{1}{a_{22}^{(1)}} & a_{23}^{(2)} & a_{24}^{(2)} & \cdots & a_{2n}^{(2)}\\
a_{31} & a_{32}^{(1)} & \dfrac{1}{a_{33}^{(2)}} & a_{34}^{(3)} & \cdots & a_{3n}^{(3)}\\
a_{41} & a_{42}^{(1)} & a_{43}^{(2)} & \dfrac{1}{a_{44}^{(3)}} & \cdots & a_{4n}^{(4)}\\
\cdots & \cdots & & & \cdots & \cdots\\
a_{n1} & a_{n2}^{(1)} & a_{n3}^{(2)} & a_{n4}^{(3)} & \cdots & \dfrac{1}{a_{nn}^{(n-1)}}
\end{bmatrix}
\tag{1—11}
$$

利用因子表的下三角及对角元素可对常数项进行消去运算，而利用上三角元素则可进行回代运算。有了这个因子表，方程组$AX=F$的每次求解，只要利用因子表对改变的F进行消去运算然后回代，便可求出未知量X，显然可大大提高计算速度。

因子表也可以写成如下的形式：

$$
\begin{bmatrix}
D_{11} & U_{12} & U_{13} & U_{14} & \cdots & U_{1n} \\
L_{21} & D_{22} & U_{23} & U_{24} & \cdots & U_{2n} \\
L_{31} & L_{32} & D_{33} & U_{34} & \cdots & U_{3n} \\
L_{41} & L_{42} & L_{43} & D_{44} & \cdots & U_{4n} \\
\cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\
L_{n1} & L_{n2} & L_{n3} & L_{n4} & \cdots & D_{nn}
\end{bmatrix} \qquad (1—12)
$$

其中 $D_{ii}=1/a_{ii}^{(i-1)}$

$U_{ij}=a_{ij}^{(i)} \qquad (i<j)$

$L_{ij}=a_{ij}^{(j-1)} \qquad (j<i)$

不难看出，因子表(1—11) 中下三角部分的元素就是系数矩阵在消去过程中曾出现的元素，因此只要将它们保留在原来的位置,并把对角元素取倒数就可以得到因子表。

例1.1 求以下系数矩阵的因子表。

$$
\begin{bmatrix}
1 & 5 & 6 & 0 \\
5 & 2 & 7 & 0 \\
6 & 7 & 3 & 8 \\
0 & 0 & 8 & 4
\end{bmatrix}
$$

解：以按行消去为例逐行形成因子表。

因子表第一行：第一行元素在消去过程中只有规格化运算，因此将第一行对角元素取倒数，并用它乘第一行其余元素，即

$$D_{11}=\frac{1}{a_{11}}=1,\quad U_{12}=a_{12}^{(1)}=1\times5=5,\quad U_{13}=a_{13}^{(1)}=6,$$

$$U_{14}=a_{14}^{(1)}=0$$

于是得到

$$
\begin{bmatrix}
(1) & \mathbf{5} & \mathbf{6} & \mathbf{0} \\
5 & 2 & 7 & 0 \\
6 & 7 & 3 & 8 \\
0 & 0 & 8 & 4
\end{bmatrix}
$$

其中(　)中的数字为消去因子，粗体的数字为参加本次消去运算的元素。

因子表第二行：形成因子表第二行时，需要用第一行对第二行进行消去运算，这时要用到第二行第一个元素(5)参与运算，把(5)保留在原来的位置上(形成如(1—12)中的$L_{21}$)，消去步骤为：

$$a_{22}^{(1)}=2-5\times5=-23,\quad a_{23}^{(1)}=7-5\times6=-23$$

$$a_{24}^{(1)}=0-5\times0=0$$

于是得到

$$\begin{bmatrix} 1 & 5 & 6 & 0 \\ (5) & -23 & -23 & 0 \\ 6 & 7 & 3 & 8 \\ 0 & 0 & 8 & 4 \end{bmatrix}$$

然后取第二行对角元素的倒数并进行第二行规格化：

$$D_{22}=1/a_{22}^{(1)}=-1/23,\ U_{23}=a_{23}^{(2)}=-1/23\times(-23)=1$$

$$U_{24}=-1/23\times0=0$$

至此因子表的第二行也已经形成：

$$\begin{bmatrix} 1 & 5 & 6 & \\ 5 & -\frac{1}{23} & 1 & \\ 6 & 7 & 3 & 8 \\ & & 8 & 4 \end{bmatrix}$$

因子表第三行：形成第三行时，首先用第一行对第三行消去，这时要用到第三行第一个元素(6)，把它保留在原来的位置上（形成如(1—12)中的$L_{31}$)，消去结果为

$$a_{32}^{(1)}=7-6\times5=-23,\quad a_{33}^{(1)}=3-6\times6=-33$$

$$a_{34}^{(1)}=8-6\times0=8$$

于是得

$$\begin{bmatrix} 1 & 5 & 6 & \\ 5 & -\frac{1}{23} & 1 & \\ (6) & -23 & -33 & 8 \\ & & 8 & 4 \end{bmatrix}$$

然后还要用第二行对第三行进行消去，这时要用到第三行第二列元素$(-23)$，用此元素形成$L_{32}$，消去结果为

$$a_{33}^{(2)}=-33-(-23)\times 1=-10,\quad a_{34}^{(2)}=8-(-23)\times 0=8$$

$$\begin{Bmatrix} 1 & 5 & 6 & \\ 5 & -\frac{1}{23} & 1 & \\ 6 & (-23) & -10 & 8 \\ & & 8 & 4 \end{Bmatrix}$$

最后对第三行进行规格化

$$D_{33}=1/a_{33}^{(2)}=-1/10,\quad U_{34}=-1/10\times 8=-4/5$$

$$\begin{Bmatrix} 1 & 5 & 6 & \\ 5 & -1/23 & 1 & \\ 6 & -23 & -1/10 & -4/5 \\ & & 8 & 4 \end{Bmatrix}$$

因子表第四行：其步骤为依次用第一行、第二行、第三行分别对第四行消去，最后将消去结果规格化。注意到由于$a_{41}$及$a_{42}$为零元素，实际上可免去第一行、第二行对第四行的消去运算，直接从第三行对第四行消去开始。这时消去因子为(8)，用它形成$L_{43}$，消去结果为

$$a_{44}^{(3)}=4-8\times(-4/5)=52/5$$

$$\begin{Bmatrix} 1 & 5 & 6 & \\ 5 & -1/23 & 1 & \\ 6 & -23 & -1/10 & -4/5 \\ & & (8) & 52/5 \end{Bmatrix}$$

将第四行规格化：$D_{44}=1/a_{44}^{(3)}=5/52$

于是便得到整个因子表如下：

$$\begin{Bmatrix} 1 & 5 & 6 & \\ 5 & -1/23 & 1 & \\ 6 & -23 & -1/10 & -4/5 \\ & & 8 & 5/52 \end{Bmatrix}$$