LM
朗曼专题

北京朗曼教学与研究中心教研成果

• 学科专题研究系列丛书 •

主编 张志朝

数学专题研究

ShuXueZhuanTiYanJiu

总主编 宋伯涛

函数及其性质

中国青年出版社

北京朗曼教学与研究中心资料

函数及其性质

主编　张志朝

中国青年出版社

责任编辑:李 培 广
封面设计:Paul Song

函数及其性质

主编　张志朝

*

中国青年出版社出版 发行
社址:北京东四 12 条 21 号　邮政编码:100708
三河欣欣印刷有限公司印刷　新华书店总经销

*

850×1168　1/32　8 印张　220 千字
2001 年 8 月北京第 1 版　2001 年 8 月北京第 1 次印刷
定价:9.00 元
ISBN 7-5006-4550-3/O・31

敬告读者

《学科专题研究》系列丛书为作者精心之作，作者值此出版之际向全国千百万热心读者深表谢意。

本书读者如有疑难问题，可来信与我们联系，本中心将本着为读者服务及负责的精神，及时帮助你排忧解难，与你共同切磋，共同研究，携手共勉，建立友谊。

作者声明：《学科专题研究》系列丛书为北京朗曼教学与研究中心专项研究成果，请读者认准封面上“朗曼专题”、“北京朗曼教学与研究中心教研成果”等字样，以防假冒。凡以《朗曼专题》及“宋伯涛总主编”名誉出版的任何其它版本均为侵权行为。

作者声明：凡与本书内容雷同的任何其它版本，均为盗版物。保护正版是每个真正尊重知识的忠诚读者的义务。如发现盗版，请及时来信告诉我们，我们将根据有关法律及规定对盗版者和非法买卖盗版书的个人及单位作出严肃处理。本书在全国各地均有销售，也可来信与我们联系。

来信请寄：北京市朝阳区亚运村邮局100101－89号信箱北京朗曼教学与研究中心宋伯涛收，邮编100101。
本中心 E-mail：SPTJWLSQ@163bj.com

出版前言

展望二十一世纪教育发展的未来，必将是以学生素质全面发展为前提，通过减轻学生过重的学业负担，还学生一个宽松的、有更多自由选择、自主学习的发展空间。从而做到有效地培养学生的创新意识和实践能力。这将是教育改革的一种必然趋势。为此，国家教委进行高考课程改革，推广试用新教材。在这种情况下，我们的助学用书如何适应这一变化，并与素质教育的要求相匹配呢？基于这样的思考与愿望，我们按照新教材的体系，将新教材中有关章节的内容有机组合，编写一套既相互联系，又自成体系的《数学专题研究》系列丛书。

本丛书共13分册，分别为：1. 集合与简易逻辑；2. 函数及其性质；3. 数列、极限、数学归纳法；4. 三角函数；5. 向量；6. 方程与不等式；7. 排列、组合和概率；8. 直线、平面、简单几何体；9. 直线与二次曲线；10. 怎样解高中数学选择题；11. 怎样解高中数学应用题；12. 高中数学解题方法集锦；13. 高中数学重点问题详析。

本丛书在编写过程中，始终坚持以高中新教材为基础、以高考的内容和要求为主线、还兼顾拓展学生视野和进行强化训练，并有意识地引导学生亲历“做数学”的过程，并且最终得出结论。因为，与具体的知识、技能相比，探索知识的过程有利于开发学生的潜能。也可以这样说，本丛书在数学教学《大纲》的基础上，本着源于教材且高于教材的要求进行编写，并以典型常规题、创新开放题及实践应用题为线索，进行精析和指导，并且坚持了以学生为主体，以学生能力发展为根本的理念，便于学生展开自学和自练。

本丛书使用的数学符号以新教材为准，在知识点的归类讲解与拓展方面兼顾了两套教材，并在书后附上新教材与统编教材中相异数学符号对照表，供读者对照使用。

由于作者水平有限，且时间仓促，书中难免存有不尽人意之处，敬请广大读者不吝指教。

宋伯涛

2001年8月于北师大

目　　录

一、映射与函数

1. 映　射

(1)对应的概念

对应是一个不加定义的基本概念，这一种概念也叫做原始概念. 因此对应这一概念是通过对一系列实际问题中所具有的某种“待定关系”的剖析而得以理解的，例如全等三角形或相似三角形中的对应边或对应角；实数与数轴上的点之间的对应，坐标平面上的点与有序实数对之间的对应等等，都是通过对实际问题的分析来理解对应的涵义的. 可以是数与数的对应，也可以是点与点，角与角，线段与线段的对应，也可以是点与数对的对应；在对应法则上，可以是一对一，如 $f: x\to 2x$，也可以是一对多，如 $f: x\to \pm\sqrt{x}$，$(x\geqslant 0)$，也可以是多对一，如 $f: x\to x^2$.

(2)映射

映射是一类特殊的对应——单值对应. 如果 A、B 是两个非空集合，给出从 A 到 B 的一个对应法则 f，对于集合 A 中的任何一个元素在集合 B 中都有唯一的一个元素和它对应，则对应法则 f 就叫做集合 A 到集合 B 的映射，映射作为特殊的对应，就特殊在“单值”上，集合 A 中任何一个元素在集合 B 中的象都是唯一的. 但是，映射并非就是函数，从集合 A 到 B 的映射；尚有“内”与“上”之分，如果对于对应法则 f，B 中存在这样的元素，它不是 A 中任何一个元素的象(或者说它在 A 中没有原象)，这一类映射叫做从 A 到 B“内”的映射. 例如，已知集合 Q，R，对应法则 f 是“加 $\sqrt{2}$”，它使 R 中的元素 $a+\sqrt{2}$ 和 Q 中的元素 a 对应. 这时虽然 R 中有许多元素，如 $\sqrt{3}$、$\sqrt{5}$、π 等，都不是 Q 中任何元素的象，但 Q，R，f 三者之间符合构成映射的条件，所以 $f: Q\to R$ 是从 Q 到 R 的一个内映射. 而如果 B 中任何一个元素，在 A 中都有原象(但不要求原象唯一)，这一类映射叫做从集合 A 到 B“上”的映

射. 例如:已知实数集 R 和非负实数$\overline{R^-}$,f_1 是求平方. 这时,$\overline{R^-}$的任何一个元素在 R 中都有它的原象,虽然它的原象往往有两个,如 5 与 -5 都是 25 的原象.

例 1 已知(x,y)在映射 f 下的象是$(x-y,x+y)$,那么在 f 下$(1,2)$的原象是________.

分析:这里是已知象求原象. 因此可设所求原象为(x,y),这样,根据对应法则可建立 x,y 的方程组,解方程组能使问题得解.

解:设所求原象为(x,y),则根据题设条件可得:$\begin{cases}x-y=1\\x+y=2\end{cases}$

解之得$\begin{cases}x=\dfrac{3}{2}\\y=\dfrac{1}{2}\end{cases}$,

所以在 f 下$(1,2)$的原象为$(\dfrac{3}{2},\dfrac{1}{2})$.

说明:(1)该题在审题时,我们一定要搞清楚求的是原象,而不是象.

(2)题中的映射 f,满足任一元素(a,b)在 f 下均有原象,且原象为$(\dfrac{a+b}{2},\dfrac{b-a}{2})$.

(3)一一映射

设 $f:A\to B$ 是从集合 A 到集合 B 的一个映射,则根据映射的定义我们有:①A 中任一元素在 B 中有唯一的象;②B 中每一元素在 A 中不见得都有原象.

如果我们将上述①与②所叙述的结论加强成:

1°A 中任一元素在 B 中有唯一的象,且不同元素其象也不同;

2°B 中每一元素在 A 中均有原象.

满足上述条件 1°与 2°的映射 $f:A\to B$ 称为 A 到 B 上的一一映射.

例如:设集合 $A=\{1,2,3,4\}$、$B=\{1,4,9,16\}$,取映射 $f:A\to B$,使集合 A 中的元素 x 与集合 B 中元素 $y=x^2$ 对应,对照一一映射的定义,这个映射是 A 到 B 上的一一映射.

很显然,一一映射也是一种特殊的映射. 若映射 $f:A\to B$ 是 A 到 B 的一一映射,则 A 是原象集,B 就是象集.

由于一一映射 $f:A\to B$,对 A 中的不同元素在 B 中对应的象

不同，而且 B 中的任一元素在 A 中均有原象，故当且仅当两个有限集 A、B 的元素个数一样多时，A、B 之间才能建立起一一映射来. 也就是说，两个有限集的元素个数相等是这两个集之间能建立一一映射的必要条件.

例 2 在下列各映射中，一一映射共有 ( )

(1) $A=\{$正整数$\}$、$B=\{$正偶数$\}$，映射 $f:A\to B$ 的对应法则为：$f(x)=2x$；

(2) $A=\{$偶数$\}$、$B=\{$整数$\}$，映射 $f:A\to B$ 的对应法则为：$f(x)=\dfrac{x}{2}$；

(3) $A=\{$正奇数$\}$，$B=\{$正偶数$\}$，映射 $f:A\to B$ 的结应法则为：$f(x)=x+1$；

(4) $A=\{$奇数$\}$、$B=\{$偶数$\}$，映射 $f:A\to B$ 的对应法则为：$f(x)=2x$；

(A) 1 个　　(B) 2 个　　(C) 3 个　　4 个

分析：要判定一个映射 $f:A\to B$ 是否为一一映射，需要做两件事. 首先要判断在 f 下，A 中不同元素在 B 中的象是否也不同；其次要判断 B 中的任一元素在 A 中是否都有原象. 因此这里我们应对题中的四个映射逐一验证它们是否满足上述两条：

解：对于映射(1)，首先看：任 $x_1,x_2\in A$，且 $x_1\neq x_2$，则 $f(x_1)=2x_1$、$f(x_2)=2x_2$，故均有 $f(x_1)\neq f(x_2)$；其次看：任 $y\in B$，$\because y$ 是正偶数，$\therefore \dfrac{y}{2}$是正整数，且 $f(\dfrac{y}{2})=y$. 故 y 在 A 中有原象，因此映射(1)是从 A 到 B 的一一映射.

同理我们一样可以判定映射(2)与(3)也是一一映射.

而对映射(4)，由于 B 中元素 O 在 A 中无原象，故映射(4)不是从 A 到 B 的一一映射.

综上所述，我们应选择(C).

说明：要确定一个映射是一一映射，需满足以上分析中的两点. 但是要确定一个映射不是一一映射，只需两点中的一点不成立即可.

我们将一一映射 $f:A\to B$ 的象对应原象的映射，称为一一映射 $f:A\to B$ 的逆映射，记作：$f^{-1}:B\to A$.

例 1 中的映射 f 是从坐标平面到坐标平面的一一映射.

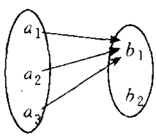
很显然，一一映射 f 的原象集是 A 和象集 B 分别是它的逆映

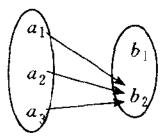
射 f^{-1} 的象集和原象集.

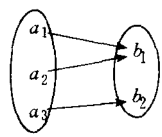
并且有：若 $f(a)=b$，则 $f^{-1}(b)=a$，进一步我们还有：$f^{-1}[f(x)]=x$，任 $x\in A$；$f[f^{-1}(x)]=x$，任 $x\in B$. 由于 x 所在的集合不同，所以以上两个等式的含意也不相同.

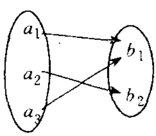
(4)两集合间的映射个数

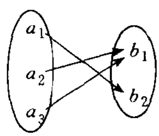
集合 $A=\{a_1,a_2,a_3\}$ 到 $B=\{b_1,b_2\}$ 映射有如下：

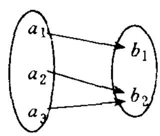
(1)


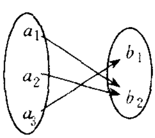
(2)


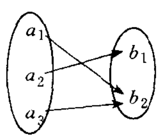
(3)


(4)


(5)


(6)


(7)


(8)


共八个.

它恰好为(B 的元素个数)2 的(A 的元素个数 3)3 次方，即 2^3.

一般地我们有如下的结论：

定理：已知集合 $A=\{a_1,a_2,\cdots\cdots,a_n\}$、$B=\{b_1,b_2,\cdots\cdots,b_m\}$，则由 A 到 B 的映射个数为 m^n.

证明：我们将 A 到 B 的映射逐步分类如下：第一步：在 A 到 B 的所有映射中，将 a_1 对应 $b_i(i=1,2,3,\cdots\cdots,m)$ 作为第 i 类，共得 m 类.

第二步：将第一步所分的 m 类中的每一类，再按 a_2 对应 b_i 的作为第 i 类($i=1,2,\cdots\cdots,m$)，通过第二步分类，共得 m^2 类.

第三步：将第二步所分的 m^2 类中的每一类，再按 a_3 对应 b_i 的作为 1 类($i=1,2,\cdots\cdots,m$)，于是通过第三步分类，现共有 m^3 类.

如此逐步分下去：

第 $n-1$ 步已得 m^{n-1} 类，这 m^{n-1} 类中的每一类，元素 a_1、a_2、$\cdots\cdots a_{n-1}$ 的象已确定.

第 n 步：将第 $n-1$ 步所分成的 m^{n-1} 类中的每一类，按 a_n 对应 b_i 的作为一类（$i=1,2,\cdots\cdots,n$）这样我们就得到了 m^n 类，而在这 m^n 类中的每一类，A 中元素在 B 中的象都已确定，所以，每一类中只涵有一个映射，故 A 到 B 的映射个数为 m^n.

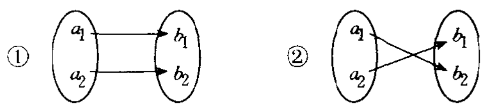
利用此一般性的结论，对我们解同一类型的题时是大有用处的.

例 1 由 $\{1,2,3,4,5\}$ 到 $\{1,2,3\}$ 的映射个数为 $3^5=243$.

例 2 由 $\{1,2,3\}$ 到 $\{1,2,3,4,5\}$ 的映射个数为 $5^3=125$.

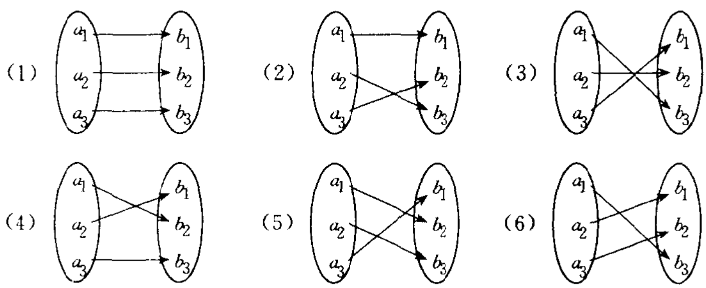
一元集 $A=\{a_1\}$ 到一元素 $B=\{b_1\}$ 的一一映射共 1 个.

二元集 $A=\{a_1,a_2\}$ 到二元集 $B=\{b_1,b_2\}$ 的一一映射有如下的：



共 2 个，它恰好为 $1\times2=2$（个）.

三元集 $A=\{a_1,a_2,a_3\}$ 到三元集 $B=\{b_1,b_2,b_3\}$ 的一一映射有如下的：



共六个，它恰好为 $1\times2\times3=6$（个）.

同样我们也能一一列举出四元集到四元集间的一一映射共有：$1\times2\times3\times4=24$（个）.

一般地，我们有如下的结论：

定理：已知 n 元集合 $A=\{a_1,a_2,\cdots\cdots,a_n\}$、$n$ 元集 $B=\{b_1,b_2,\cdots\cdots,b_n\}$，则由 A 到 B 的一一映射共有：$1\times2\times3\times\cdots\cdots\times n$（个）.

证明：要确定一个从 A 到 B 的一一映射，需分别确定 a_1,a_2

……，a_n 的象.

第一步：确定 a_1 的象，它可以是 $b_1,b_2,\cdots\cdots,b_n$ 中的任一个，故有 n 种不同的确定法.

第二步：确定 a_2 的象，它可以是 $b_1,b_2,\cdots\cdots,b_n$ 中除去 a_1 的象后，所余的 $n-1$ 个元素中的任一个，因此有 $n-1$ 种不同的确定法；

……

第 i 步：确定 a_i 的象，它可以是 $b_1,b_2,\cdots\cdots,b_n$ 中除去 $a_1,a_2,\cdots\cdots a_{i-1}$的象后，所余下的 $n-(i-1)$个元素中的任一个，所以有 $n-(i-1)$种不同的确定法；

……

第 n 步：确定 a_n 的象，它只可以是 $b_1,b_2,\cdots\cdots,b_n$ 中除去 $a_1,a_2,\cdots\cdots,a_{n-1}$的象后，所余下的那个元素. 所以仅有一种确定法.

综上几步可知，从 n 元集到 n 元集的一一映射共有：$1\times2\times3\times\cdots\cdots\times n$ 个.

学习了排列组合知识以后，我们可知：n 元集到 n 元集的一一映射个数，其实就是 n 个元素的全排列数.

【巩固性训练题】

一、选择题

1. 下列各说法中，正确的是 （　　）

(A)设 f 是从集合 A 到集合 B 的映射，则 A 中不同元素在 B 中有不同的象

(B)设 f 是从集合 A 到集合 B 的映射，则 A 中任一元素在 B 中都有象

(C)设 f 是从集合 A 到集合 B 的映射，则 B 中任一元素在 A 中都有原象

(D)设 f 是从集合 A 到集合 B 的映射，则 B 中不同元素在 A 中有不同的原象

2. 下列各对应法则，是从集合 A 到集合 B 的映射的为 （　　）

(A)$A=R,B=R^+$，f 是求平方

(B)$A=R,B=R$，f 是求倒数

(C)$A=R,B=R^-\cup R^+$，f 是求相反数

(D)$A=R^-\cup R^+$,$B=R^-\cup R^+$,f 是求负倒数

3. 已知集合 $M=\{x,y,z\}$,$N=\{-1,0,1\}$,由 M 到 N 的一一映 f 满足 $f(x)+f(y)=f(z)$,那么这样的一一映射的个数为 ( )

(A)1 (B)2 (C)4 (D)6

4. 下列结论中,正确的是 ( )

(A)凡映射都存在着逆映射

(B)设 $f:A\to B$ 是从集合 A 到 B 的映射,若任 $a_1,a_2\in A$,$a_1\neq a_2$,则 $f(a_1)\neq f(a_2)$,那么这个映射就是从 A 到 B 的一一映射.

(C)只有一一映射才存在着逆映射

(D)原象集中的元素个数一定不多于象集中的元素个数

5. 如果集合 M_1,M_2 各有 m_1、m_2 个元素,那么,从 M_1 到 M_2 可能建立的映射个数是 ( )

(A)m_1+m_2 (B)m_1m_2 (C)$m_1^{m_2}$ (D)$m_2^{m_1}$

6. 一一映射 $f:A\to B$ 的逆映射是 ( )

(A)$f^{-1}:A\to B$ (B)$f^{-1}:B\to A$

(C)$f:B\to A$ (D)$f:A\to B$

二、填充题

1. 三元集 $A=\{1,2,3\}$到它自身的一一映射共有________个.

2. 设集合 A 和 B 都是正整数集,映射 $f:A\to B$ 把集合 A 中的元素 n 映射到集合 B 中的元素 2^n+n,则在映射 f 下,原象 2 在 B 中的象为________;象 20 的原象是________.

3. 设集合 A 和 B 都是坐标平面上的点集$\{(x,y)\mid x\in R,y\in R\}$,映射 $f:A\to B$ 把集合 A 中的元素(x,y)映射成集合 B 中的元素$(x+y,x-y)$,则在映射 f 下,原象$(2,1)$的象是________;象$(2,1)$的原象是________.

【提高性训练题】

一、选择题

1. 设集 $A=\{a,b\}$,$f:A\to A$ 是映射,且满足 $f[f(x)]=f(x)$,这样的从 A 到 A 自身的映射有 ( )

(A)1 个 (B)2 个 (C)3 个 (D)4 个

2. 已知集合 $M=\{(x,y)\mid x+y=1\}$，f 是 $M\to A$ 的映射，具体地说：$f:(x,y)\to(X,Y)=(2^x,2^y)$，则集合 A 是 ( )

(A) $\{(X,Y)\mid X+Y=2,X>0,Y>0\}$

(B) $\{(X,Y)\mid XY=1,X>0,Y>0\}$

(C) $\{(X,Y)\mid XY=2,X>0,Y>0\}$

(D) $\{(X,Y)\mid XY=2,X<0,Y<0\}$

3. 集合 $M=\{(x,y)\mid 0\leqslant x\leqslant\pi,0\leqslant y\leqslant\pi\}$，$P=\{(x,y)\mid x、y\in[-1,1]\}$，映射 $f:M\to P$ 使 $(x,y)\in M$ 与 P 中的 $(\cos x,\sin y)$ 对应，则 $\left(-\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ 的原象有 ( )

(A)3 个 (B)2 个 (C)1 个 (D)0 个

4. 已知集合 $M=\{x,y,z\}$，$N=\{-1,0,1\}$，由 M 到 N 的映射 f 满足 $f(x)+f(y)=f(z)$，那么这样的映射的个数是 ( )

(A)1 (B)5 (C)7 (D)10

5. 已知 f 是三元集 $A=\{1,2,3\}$ 到它自身的一一映射，则满足对任 $x\in A$，均有 $f[f(x)]=x$ 成立的一一映射共有 ( )

(A)1 个 (B)2 个 (C)3 个 (D)4 个

6. 已知 $A=\{x\mid x=2^n,n$ 是自然数$\}$，$N=\{$自然数$\}$，映射 $f:N\to A$ 的对应法则为 $f:n\to 2^n$，则这个映射是 ( )

(A) N 到 A 的一一映射

(B)“多对一”的映射

(C)是存在 A 中的元素在 N 中没有原象的映射

(D) A 到 N 的一一映射

二、填充题

1. 从集合 $A=\{1,2,3\}$ 到集合 $B=\{3,4\}$ 的映射 f 中满足条件 $f(3)=3$ 的映射个数是_________.

2. 以 $A=\{1,2,3\}$ 为原象集、$B=\{4,5\}$ 为象集的映射有_________个.

3. 从集合 $A=\{a,b,c,d\}$ 到集合 $B=\{1,2,3,4\}$ 的一一映射共有_________个.

4. 已知 $A=\{-3,-2,-1,1,2\}$，映射 $f:A\to B$，集合 B 中的元素都是 A 中元素在映射 f 下的象，且对任 $x\in A$，在 B 中和

它对应的元素是$-|x|$,则B中元素的个数为________.

三、解答题

设集合$A=\{-1,0,1\}$,$B=\{-2,-1,0,1,2\}$,从A到B的映射f满足条件:对每一个$x\in A$,恒使$x+f(x)$为偶数,求满足条件的映射f的个数.

2.函　　数

(1)函数的概念

①初中阶段函数的定义:

设在某个变化过程中有两个变量x、y,如果对于x的每一个值,y都有唯一的值与它对应,那么就称x为自变量,y是x的函数.

②映射观点下的函数定义:

如果A,B都是非空的数集,那么A到B的映射$f:A\to B$就叫做A到B的函数,记作$y=f(x)$,其中$x\in A$,$y\in B$.原象的集合A叫做函数$y=f(x)$的定义域,象的集合$C(C\subseteq B)$叫做函数$y=f(x)$的值域.

由于定义中要求A、B都是非空的数集,所以函数的定义域不能为空集.在此定义下,函数是一类特殊的映射,因此纵观对应、映射、函数的定义可以发现它们的相互关系是:

{函数}$\subset${映射}$\subset${对应}

这就是说:映射是一类特殊的对应,而函数是一类特殊的映射,只有清楚这种关系,才能正确理解函数这一概念.

(2)函数三要素

剖析{对应}$\supset${映射}$\supset${函数}这一关系可知,它们的共同点都有三个要素:原象集合A和象所在集合B及对应法则f,这三者相辅相成,缺一不可,但核心是对应法则.构成映射与函数的对应法则f具有两个本质属性,一是随处定义:对集合A中的任何一个元素,在集合B中都有它的象;二是单值对应:对集合A中的任何一个元素,在集合B中的象都是唯一的.而不同点在于构成函数的对应法则f必须保证是数集之间的映射,也就是A、B必须是数集.当然,这里的B不一定是象集,象集应该是$C=\{y|y=f$

$(x),x\in A\}$，即 A 中元素在 B 中象的集合. 因此 $C\subseteq B$. 然而构成映射的对应法则并不一定要是数集之间的对应，换句话说，就是 A、B 不必为数集.

当映射 $f:A\to B$ 成为函数时，我们称 A 为定义域，$C=\{y\mid y=f(x),x\in A\}(\subseteq B)$ 为值域，f 为 A 到 B 的对应法则，它们组成函数的三要素.

要掌握好函数的概念，就必须从函数的三要素方面去认识、去理解.

①定义域

一个函数如果是用解析式给出的，那么这个函数的定义域就是使这个解析式有意义的自变量的取值范围. 当然，有时根据问题的需要，我们会规定，函数 $y=f(x)$ 的定义域 A 仅是使解析式有意义的自变量取值集合的一个子集.

例如：$y=3x^2+2x-1(x\geqslant 0)$，$y=\sin x(-\frac{\pi}{2}\leqslant x\leqslant\frac{\pi}{2})$ 等.

当我们在求一个函数的定义域时，要全面考虑解析式的各部分都有意义，不可遗漏.

例 1　求函数 $y=\log_{(2x-1)}(x^2+2x-1)-10^{\sqrt{x}}\cdot\sqrt{2x^2-1}$ 的定义域.

解：要使这函数有意义，必须函数 $y=\log_{(2x-1)}(x^2+2x-1)$，$y=10^{\sqrt{x}}$ 及 $y=\sqrt{2x^2-1}$ 都有意义.

(1) $\begin{cases}2x-1>0\\2x-1\neq 1\\x^2+2x-1>0\end{cases}$　　解之，得 $x>\frac{1}{2}$ 且 $x\neq 1$

(2) $x\geqslant 0$

(3) $2x^2-1\geqslant 0$　　解之，得 $x\geqslant\frac{\sqrt{2}}{2}$ 或 $x\leqslant-\frac{\sqrt{2}}{2}$

求以上三个取值范围的公共部分，得 $x\geqslant\frac{\sqrt{2}}{2}$ 且 $x\neq 1$.

∴函数 $y=\log_{(2x-1)}(x^2+2x-1)-10^{\sqrt{x}}\cdot\sqrt{2x^2-1}$ 的定义域为：$\{x\mid x\geqslant\frac{\sqrt{2}}{2}$ 且 $x\neq 1\}$.

有些习题，隐含着定义域问题，应引起我们的重视.