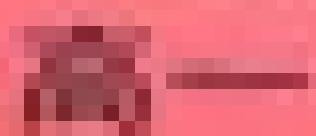


高一

数学同步训练

(新一版)

上海科学技术文献出版社



数学同步训练

(第一册)

——

高一数学同步训练

葛云书 戈娟娟 徐平五

上海科学技术文献出版社

(沪)新登字 301 号

高一数学同步训练
(新一版)

*

上海科学技术文献出版社出版发行

(上海市武康路 2 号)

全国新华书店经销

宜兴第二印刷厂印刷

*

开本 787×1092 1/32 印张 6.375 字数 140,000

1992 年 12 月第 2 版 1992 年 12 月第 1 次印刷

印数:1—10,000

ISBN 7-5439-0111-0/O·72

定价:2.5 元

前 言

本书是江苏省苏州中学与扬州市五中等学校近年来使用的练习册,经过不少兄弟学校使用,提出意见修改后再印的。

本书中的练习按章编写,每章又分成若干节,力求与教学顺序同步,每节的练习又分为三个部分,即选择题、填空题、计算或证明题、选择题的作用主要是为了加深对概念的理解。在教学中多使用选择题的形式练习,可省时间,较快地获得反馈。填空题,则是进一步的练习,学生往往会发生考虑不周的情况,如应该两解的,写成一解;应该舍去的,粗心未舍等等。计算及证明题,则是对教科书的补充,对学有余力的同学来说,是自我练习的小天地。

正如同行们熟悉的,数学的同步,往往要以一个单元为进程,这些练习应该在一单元后进行。同时,由于编排上的原因,选择题、填空题的最后几题也可能困难一些,计算及证明题中也有些难度较高的题,那是为学有余力的同学安排的,也可作为综合复习时用,为了读者的方便,每章末都附有答案,又附有部分问题的略解或提示。

由于编者水平所限,书中还会有不少缺点和错误,请同行指正。

编 者

目 录

第一篇 立体几何

第一章 直线和平面

§ 1 平面	(1)
§ 2 空间两条直线	(4)
§ 3 空间直线和平面	(9)
§ 4 空间两个平面	(17)
§ 5 自测试题	(24)
答案与提示	(28)

第二章 多面体和旋转体

§ 1 多面体	(38)
§ 2 旋转体	(45)
§ 3 多面体和旋转体的体积	(52)
§ 4 自测试题	(60)
答案与提示	(64)

第二篇 代数

第一章 幂函数、指数函数和对数函数

§ 1 集合的概念	(77)
-----------------	--------

§ 2 幂函数和函数一般性质的讨论	(82)
§ 3 指数函数和对数函数	(92)
§ 4 自测试题	(105)
答案与提示	(107)

第二章 三角函数

§ 1 任意角的三角函数	(119)
§ 2 三角函数的图象和性质	(127)
§ 3 自测试题	(136)
答案与提示	(137)

第三章 两角和与差的三角函数

§ 1 两角和与差、倍角与半角的三角函数	(147)
§ 2 三角函数的积化和差与和差化积	(156)
§ 3 解三角形	(161)
§ 4 自测试题	(165)
答案与提示	(168)

第四章 反三角函数与简单三角方程

§ 1 反三角函数	(181)
§ 2 简单的三角方程	(188)
§ 3 自测试题	(192)
答案与提示	(194)

第一篇 立体几何

第一章 直线和平面

这一章包含平面、空间两条直线、空间直线和平面以及空间两个平面等四个部份,主要内容是有关空间的直线与直线、直线与平面和平面与平面的位置关系以及有关图形的画法,其中空间的直线与直线、直线与平面、平面与平面的平行与垂直的性质定理与判定定理是这一章的中心问题.学习时,首先要理解这些概念的含义及特征;其次要明确立体几何是平面几何的发展,点引伸成线,线扩展成面,它们之间有很多类似的性质,因此要善于将它们进行类比,区别它们之间的异同,通过平面几何中的一些知识,掌握空间直线和平面中的诸种关系;第三要善于从空间线段之间的关系,发掘出或平行移动到同一平面中,将它转化为平面几何问题,用平面几何知识来解决;最后还要能正确画出空间直线和平面位置关系的直观图,提高对图形的识别能力,借助图形,启发思维,探索解题途径.

§ 1 平 面

平面是不定义的概念,它是可以无限延展的.有且只有一个平面的条件有:经过一条直线和直线外一点;不在同一直线

上的三点;两相交直线;两平行直线,如果一条直线上有两点在一个平面内,则这条直线在这个平面内.两个平面的交线是直线.

一、选择题

1. 过空间不共面的四点中每三点作一平面,共可作平面().
(A) 2个 (B) 3个 (C) 4个 (D) 6个
2. 空间五点,其中任意四点均不共面,过其中每三点作一平面,共可作平面().
(A) 5个 (B) 6个 (C) 8个 (D) 10个
3. 三个平面把空间分成 n 部分,则 n 可能等于().
(A) 4、5、6、7、8 (B) 4、5、6、8
(C) 4、6、7、8 (D) 4、5、7、8
4. 空间四条直线交于一点,过其中每两条直线作一平面,最多可作平面().
(A) 1个 (B) 2个 (C) 4个 (D) 6个
5. 四条直线两两相交且没有三条直线交于一点,过其中每两条直线作一平面,共可作平面().
(A) 1个 (B) 2个 (C) 3个 (D) 4个
6. 三条直线两两平行,过其中每两条直线作一平面,最多可以作平面().
(A) 1个 (B) 2个 (C) 3个 (D) 4个
7. 下列诸条件:(1) 一直线和一点,(2) 两条平行线和线外一点,(3) 和同一直线都相交的两条直线,(4) 两两相交且没有公共点的三条直线,它们能确定一个平面,其中正确的是().
(A) (1) (B) (2) (C) (3) (D) (4)

8. 两个平面重合的条件是:它们的公共部份().

- (A) 有两个公共点 (B) 有三个公共点
(C) 有一条直线和一点 (D) 有两条平行直线

二、判断题

1. 两条直线可以确定一个平面. ()
2. 空间垂直于同一条直线的两条直线,必在同一平面内. ()
3. 如果两个不同平面相交于直线 l ,且点 P 是这两个平面的一个公共点,则点 P 在直线 l 上. ()
4. 一条直线与三角形的两边都相交,则这条直线必在这个三角形所在的平面内. ()
5. 有 $n(n \geq 3)$ 条直线,其中任意三条都在同一平面内,那么这些直线都在同一平面内. ()
6. 有一系列直线,其中任意两条都在同一平面内,那么这些直线都在同一平面内. ()

三、填空题

1. 平面 $\alpha \cap$ 平面 $\beta = l$, 点 $A \in \alpha$, 点 $B \in \beta$, $A \notin l$, $B \notin l$, $C \in l$ 过 A, B, C 确定平面 γ , 则 $\alpha \cap \gamma =$ _____, $\beta \cap \gamma =$ _____.

2. 四个平面至少可以将空间分成_____个部分,最多可以将空间分成_____个部分.

3. 空间四点,其中任意三点都不在同一条直线上,过其中任意三点作一平面,那么可以作_____个平面.

4. 用符号表示下列关系:

直线 a 交平面 α 于 A _____; P 点在平面 α 和平面 β 的交线 l 上 _____; 公理 1 _____ 个平面.

四、画图与证明题

1. 画具有下列条件的图形:

(1) 三个平面 α, β, γ 两两相交, 交于不同的三条直线 a, b, c ;

(2) 四个平面 $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ 交于同一条直线 l ;

(3) 四个平面 $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ 两两相交, 交于不同的六条直线 a, b, c, l, m, n ;

(4) 两相交平面 α, β , 平面 α 过两相交直线 a, b , 平面 β 过两平行直线 b, c .

2. 直线 $a \parallel b \parallel c$, 直线 l 分别与直线 a, b, c 交于 A, B, C 三点, 证直线 a, b, c, l 在同一平面内.

3. 证明: 空间四直线两两相交, 且都交于不同点, 则此四直线在同一平面内.

4. 空间 $\triangle ABC$ 在平面 α 外, 三角形三边所在直线分别与平面 α 交于点 P, Q, R , 试证 P, Q, R 三点共线.

§ 2 空间两条直线

空间两条直线的位置关系有: 相交、平行、异面三种.

平行于同一条直线的两条直线平行.

不平行的两条直线都成角, 异面直线所成角是指平行移动其中一条使与另一条相交而成的锐角(或直角).

不相交的两条直线都有距离, 异面直线间的距离是其公垂线在这两条异面直线间线段的长度.

一、选择题

1. 平面 M, N 交于直线 AC , 直线 AB 在平面 M 内, 直线 CD 在平面 N 内, $\angle BAC = \angle ACD$, 那么直线 AB, CD 的位置关系是().

- (A) $AB \parallel CD$ (B) AB, CD 异面
(C) AB, CD 相交 (D) $AB \parallel CD$ 或异面

2. 如果直线 a, b 分别与直线 c 都成异面直线, 那么直线 a, b 的位置关系是().

- (A) 平行直线 (B) 相交直线
(C) 异面直线 (D) 不定

3. 直线 l, m 分别与异面直线 a, b 相交于不同四点, 那么直线 l, m 的位置关系是().

- (A) 平行直线 (B) 相交直线
(C) 异面直线 (D) 相交直线或异面直线

4. 在空间四边形 $ABCD$ 的各边 AB, BC, CD, DA 上顺次各取一点 E, F, G, H , 如果 EF, GH 相交于点 O , 那么().

- (A) 点 O 在 BD 上 (B) 点 O 在 AC 上
(C) 点 O 在 BD 上或 AC 上
(D) 点 O 既不能在 BD 上, 也不可能在 AC 上

5. 直线 AB 是异面直线 a, b 的公垂线, 另一直线 $C \parallel AB$, 那么直线 c 和 a, b 交点的个数为().

- (A) 0 个 (B) 1 个
(C) 最多 1 个 (D) 最多可达 2 个

6. 直线 a, b 分别在两个相交平面内, 那么 a, b 的位置关系是().

- (A) 相交 (B) 异面 (C) 平行 (D) 不定

7. 长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 六个面的对角线: $AB_1, BA_1, CD_1, DC_1, AD_1, DA_1, BC_1, CB_1, AC, BD, A_1C_1, B_1D_1$ 中, 可以组成异面直线().

- (A) 30 对 (B) 60 对

(C) 24 对 (D) 48 对

8. 正方体的一条对角线与正方体的棱可以组成异面直线().

(A) 2 对 (B) 3 对

(C) 6 对 (D) 12 对

9. 异面直线 a, b 分别在平面 α, β 内, 平面 α, β 交于直线 l , 则直线 l 与 a, b 的位置关系是().

(A) 与 a, b 都相交

(B) 至少与 a, b 中的一条相交

(C) 与 a, b 都不相交

(D) 至多与 a, b 中的一条相交

10. 直线 a, b 是异面直线, 直线 a, c 也是异面直线, 那么直线 b, c 的位置关系是().

(A) 异面直线 (B) 相交直线

(C) 平行直线 (D) 以上情况都可能

11. 直线 a, b, c 是两两异面且又垂直的直线, 直线 d 是异面直线 b, c 的公垂线, 那么直线 d 与 a 的位置关系是().

(A) 相交直线 (B) 平行直线

(C) 互相垂直的异面直线

(D) 互不垂直的异面直线

12. 直线 a, b 是异面直线, 直线 $c // a$, 那么直线 b, c 的位置关系一定是().

(A) 异面直线 (B) 相交直线

(C) 平行直线 (D) 以上均不对

13. 空间四边形四边不在同一平面内的两条对角线互相垂直, 顺次连接四边中点的四边形一定是().

- (A) 空间四边形 (B) 矩形
(C) 菱形 (D) 正方形

14. 空间四边形的两条对角线长度相等,顺次连接四边中点的四边形一定是().

- (A) 空间四边形(四边不在同一平面内)
(B) 矩形 (C) 菱形 (D) 正方形

二、判断题

1. 放置在两个不同平面内的直线,就是异面直线. ()
2. 如果直线 a 与直线 b 、直线 b 与直线 c 都分别相交,那么直线 a 与直线 c 也相交. ()
3. 如果直线 a 、 b 是异面直线,直线 b 、 c 也是异面直线,那么直线 a 、 c 也必是异面直线. ()
4. 一条直线和两条平行直线中的一条垂直,那么也必和另一条垂直. ()
5. 空间四点 A 、 B 、 C 、 D ,若直线 AB 与直线 CD 是异面直线,那么直线 AC 和直线 BD 也是异面直线. ()
6. 空间四边形的两组对边分别相等,那么这个四边形是平行四边形. ()
7. 四边形任意相邻两边都互相垂直,那么这个四边形一定是矩形. ()
8. 两条异面直线的距离是:在两条异面直线上任意各取一点,它们之间距离中的最小值. ()

三、填空题

1. 正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ (各个面均正方形,对角面为矩形)的棱长为 a ,那么

(1) AB 与 B_1C 间的距离为_____,它们所成角的度

数是_____;

(2) AB 与 B_1D 间的距离为_____它们所成角的正切函数值为_____;

(3) A_1B 与 B_1D 所成的角的度数为_____;

(4) A_1B 与 B_1D_1 所成的角的度数为_____;

(5) A_1B 与 B_1C 所成的角的度数为_____;

(6) AB 与 A_1C 所成的角的正切函数值为_____.

2. 长方体(各个面及对角面均为矩形) $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $\angle B_1A_1C_1 = \angle BAB_1 = 30^\circ$, $AA_1 = a$, 那么:

(1) AB 与 CD_1 的距离为_____, 它们所成角的度数为_____;

(2) AB 与 B_1D 的距离为_____, 它们所成角的正切函数值为_____;

(3) A_1B 、 B_1C 所成角的余弦函数值为_____;

(4) A_1B 、 B_1D_1 所成角的余弦函数值为_____;

(5) A_1B 、 B_1D 所成角的余弦函数值为_____.

3. 正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 a , 点 M 、 N 、 P 、 Q 、 R 分别为棱 AB 、 BC 、 CD 、 CC_1 、 C_1D_1 的中点, 那么:

(1) MN 与 PQ 所成角的度数为_____;

(2) MN 与 QR 所成角的度数为_____.

4. 正方体的棱长为 a , 过从一个顶点出发的三条棱的中点作截面, 所得截面面积为_____.

5. 在 $\triangle ABC$ 所在平面外一点 P , $PA = PB = PC = AB = BC = AC = a$, 那么 PA 与 BC 间的距离为:_____.

四、计算与证明题

1. 平面 M 、 N 相交于直线 a , 直线 b 在平面 M 内与直线 a 交于点 A , 直线 c 在平面 N 内与直线 a 平行, 求证: b 和 c 是

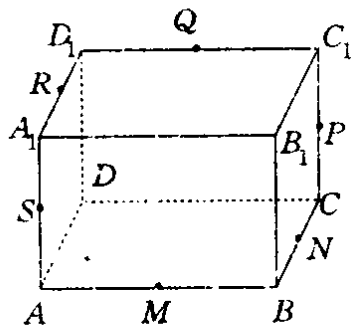
异面直线.

2. 正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 点 E, F 分别是 BB_1, CC_1 的中点, 求直线 AE, BF 所成角的余弦函数值.

3. 空间四边形 $ABCD$ 中, $AD=BC$, M, N 分别为 AB, CD 的中点, 试证: MN 和 AD 所成的角等于 MN 和 BC 所成的角.

4. 正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$, M, N, P, Q, R, S 分别是图中各条棱的中点, 试证这六点共面.

5. 空间四边形两条对角线的长分别为 6cm 和 8cm , 它们所成的角为 30° , 求连接四边中点所得平行四边形的面积.



§ 3 空间直线和平面

空间直线和平面的位置关系有: 直线在平面内、直线和平面相交、直线和平面平行三种.

过空间一点作平面的垂线是唯一的, 作平面的平行直线有无数条.

直线和平面所成的角是这条直线和它在平面内射影所成的锐角, 若射影是一点, 则直线垂直于平面, 这时所成的角是直角.

空间直线和平面有如下的一些主要性质: (式中 a, b, c 表直线, α, β 表平面, b' 表 b 在平面内的射影, A 表点.)

(1) $a \not\subset \alpha, b \subset \alpha, a \parallel b$, 则 $a \parallel \alpha$;

(2) $a \perp \alpha, b \perp \alpha$, 则 $a \parallel b$;

- (3) $a // \alpha, a \subset \beta, \alpha \cap \beta = b$, 则 $a // b$;
 (4) $c \perp a, c \perp b, a \cap b = A, a \subset \alpha, b \subset \alpha$, 则 $c \perp \alpha$;
 (5) $a // b, b \perp \alpha$, 则 $a \perp \alpha$;
 (6) $a \subset \alpha, b' \perp a$, 则 $b' \perp \alpha$;
 (7) $a \subset \alpha, b \perp \alpha$, 则 $b' \perp a$.

一、选择题

- 与不共面四点等距离的平面有().
 (A) 1 个 (B) 3 个 (C) 4 个 (D) 7 个
- 直线 a 与平面 α 相交于一点, 则平面 α 内可作直线 a 的平行线可有().
 (A) 0 条 (B) 1 条
 (C) 2 条 (D) 无数条
- 如果一条直线与一个平面平行, 那么这条直线平行于平面内的().
 (A) 一条直线 (B) 两条直线
 (C) 无数条直线 (D) 全部直线
- 如果一条直线与一个平面平行, 那么这条直线一定与这个平面的垂线().
 (A) 平行 (B) 垂直
 (C) 异面 (D) 相交
- 若直线 l 同时平行于平面 α, β , 平面 α, β 交于直线 a , 则直线 l 与 a 的位置关系是().
 (A) 异面 (B) 相交 (C) 平行 (D) 异面或相交
- 如果直线 a, b 分别与平面 α 所成的角相等, 那么直线 a, b 的位置关系是().
 (A) 平行 (B) 相交 (C) 异面 (D) 不能确定
- 直线 l 垂直平面 α 内的两条直线, 那么直线 l 与平面 α