

# 中算史論叢

## 第五集

李 儼 著

科學出版社出版

中 算 史 论 稱

第 五 集

李 儼 著

學 出 版 社 出 版

1955年7月

## 內 容 提 要

本書專述我國各時代的數學文獻，以及中算家之成就與史蹟。作者係就原有此項著作加以修訂，并就最近數年來的單篇論文，加以補充整理。各集分門別類，以便研究和參考。先編成五集。

此書第五集先記上古中算史和唐代算學史，而於唐代算學史內述及佛教和中國曆算的關係。又專文述及伊斯蘭教和中國曆算的關係。對於中算輸入日本和朝鮮之經過，亦另加介紹。至近年來中國數學史之研究，以及此項論文目錄，都有詳細報告，可供參考。

## 中算史論叢 第五集

著者 李 儼

出版者 科 學 出 版 社  
北京東四區帽兒胡同 2 號

印刷者 藝文書局鑄字印刷廠

總經售 新 華 書 店

---

書號：0236 1955年7月第一版  
(專) 068 1955年7月第一次印刷  
(函) 0001-3,280 開本：787×1092 1/25  
字數：124,000 印張： $7\frac{29}{25}$

定價：(8) 造林木一元七角五分  
報紙木一元二角五分

## 序

公曆 1919 年以後，關於中國數學史論文，陸續登載於各雜誌和報紙的，共有八十餘篇，已於公曆 1931 年，1933 年，1935 年，1947 年，選擇比較重要的，輯成“中算史論叢”（一），（二），（三），（四），由中華學藝社分別作為“學藝彙刊”之一，由商務印書館陸續出版。其中各冊，有的時間較久，現在已經絕版，一方面，近年此項史料，時時又有發現。修訂該書，十分需要。今年上海中國科學社發起編輯“中國古代科學史料叢書”，其中關於“中國古代數學史料”，已經編成一書，交由該處出版。中國數學歷史較長，不限於古代。而古代數學亦有和以後各時代相聯系之處，因就以前已出版的“中算史論叢”（一），（二），（三），（四）內各篇論文，詳加修訂，其中有全部重寫的，有局部修改的，一方面再補入近年所已發表，未經彙輯出版的單篇論文，重加排列，編成“中算史論叢”第一集，第二集，第三集，第四集，第五集。各集篇目，都載在各集之內。此項新集，出版之前，曾經嚴敦傑先生校訂一過，又補充若干寶貴史料；各集出版之後，尤望讀者再加補充，多給批評。

1954 年 4 月 李儼序於蘭州

# 中 算 史 論 叢

## 第 五 集

### 目 次

上古中算史.....	1
唐代算學史.....	15
伊斯蘭教和中國曆算的關係.....	57
清代文集算學類論文.....	76
附：經世文編算學類論文.....	86
中算史的工作.....	93
三十七年來中算史論文目錄.....	116
三十年來的中國算學史.....	146
中算輸入日本的經過.....	168
從中國算學史上看中朝文化交流.....	187

# 上古中算史

## 目 次

- 一. 緒論
- 二. 伏羲
- 三. 黃帝, 堯
- 四. 垂
- 五. 結繩
- 六. 書契, 數字
- 七. 規矩, 幾何圖案
- 八. 九九
- 九. 記數方法
- 十. 算學教育

## 一. 緒論

中國算學史，自遠古到清末，暫擬分做五期：第一，上古期，自黃帝至周秦，約當公曆前二七〇〇年，到公曆前二〇〇年；第二，中古期，自漢至唐，約當公曆前二〇〇年，到公曆後一〇〇〇年；第三，近古期，宋元，約當公曆後一〇〇〇年，到一三六七年；第四，近世期，自明初到清中葉，約當公曆後一三六七年，到一七五〇年；第五，最近世期，自清中葉到清末，約當公曆後一七五〇年到一九一二年。

中國上古史事，一如其他各古國，初無文字可徵，中算上古史事之可述的，則爲伏羲、黃帝、堯諸人作數，和結繩，書契，規

矩，九九諸般傳說。近年國內研治歷史事業，日益發達，其間接有助於中算史事的檢討，為事甚多，今分述如下。

## 二. 伏犧

伏犧或伏羲，一作伏戲，亦作庖犧，宓犧，宓犧，亦有誤作伏虧的<sup>1)</sup>。

傳說和神話以為人面蛇身<sup>2)</sup>，曾作結繩<sup>3)</sup>，九九<sup>4)</sup>，并執規

1) 伏犧，伏羲，伏戲，庖犧，宓犧，伏虧：見宋李昉太平御覽卷七十八，皇帝部三，“太昊庖犧氏”條。又見清李慈銘，越縵堂日記第二十七冊，第97頁，“伏犧”條。案伏犧本無定字，今分述如下：

(伏犧) 河圖，詩含神霧，禮含文嘉，春秋內事，孝經授神契，遁甲開山圖，帝王世紀，帝系譜，“太平御覽卷七十八引”。

(伏羲) 莊子，胠篋篇，漢書律曆志，武梁祠石室造像。

(伏戲) 莊子，易釋文，“越縵堂日記第二十七冊引。”

(庖犧) 皇王世紀，易下繫，“太平御覽卷七十八引。”又列子，劉蕡九章注。

(宓戲) 周禮太卜注，“越縵堂日記第二十七冊引。”

(宓犧) 易坤鑑圖，易通卦驗，“太平御覽卷七十八引”。又禮月令注，管子輕重篇，前漢書古今人表，“太平御覽卷七十八引。”

(伏虧) 周禮太卜注，禮月令注，“越縵堂日記第二十七冊引。”

2) 伏犧人面蛇身：周列傳卷上“黃帝”第二，稱：“庖犧氏，女媧氏，神農氏，夏后氏，蛇身人面，牛背虎鼻”。太平御覽卷七十八引帝王世紀，及帝系譜稱：“伏犧人頭蛇身。”

日人在喀喇和卓發見高昌國人墳墓內神像，亦係人首蛇身，說明見島田貞彦著，舉任庸譯，“人首蛇身圖”，逸經第二十二期，第1258—1260頁，1937年1月，上海。

3) 伏犧結繩：莊子胠篋篇，稱：“昔者容成氏，大庭氏，伯皇氏，中央氏，栗陸氏，驪畜氏，軒轅氏，赫胥氏，尊盧氏，伏羲氏，神農氏，當是時也，民結繩而用之”。隋虞世南北堂書鈔卷十二引典論稱：“(伏羲立)結繩而治”。

4) 伏犧九九：管子輕重篇，稱：“伏犧作九九之數”。

矩<sup>1)</sup>, 畫八卦<sup>2)</sup>, 是歷史傳說中最先知算的人物.

### 三. 黃帝, 隸首

隸首亦作慮首<sup>3)</sup>, 是黃帝時善算的人, 史稱:隸首作算數<sup>2)</sup>.

1) 伏羲手執矩: 金石索, 石索四, 碑碣四, 武氏左四室畫像十石: 左石四作: “伏羲氏手執矩, 女媧氏手執規”, 金石志則僅稱: 一人執矩向右, 一婦人執器向左, 又金石索: 石索三, 武氏後石室畫像十石: 後石五, 亦作: “伏羲氏手執矩, 女媧氏手執規”, 惟左右易位, 又同卷內漢武梁石室畫像一, 作: “伏羲手執矩”, 題云: “伏羲倉精初造王業, 畫卦結繩, 以理海內”. 馬小進, “漢代武梁祠象題字”, 廣大學報, 復刊一卷一期, 第 65—68 頁, 1949 年 3 月 3 日, 廣州, 有考證. 又聞一多全集“伏羲考”亦有考證.

此外: 日本太谷光端, 西域考古圖譜上冊, 圖版第五十三第五十四, 內: “高昌墳墓內神像圖”三幅, 和東洋文史大系“古代支那及印度”第 171 頁插圖. 斯坦因, 亞洲腹地考古記, 圖 Cix. 內“隋高昌故址阿斯塔那墓室彩色絹書”所繪矩規圖形一如漢武梁祠畫像. 又山東沂南漢畫像石墓東柱上段亦刻蛇身伏羲女媧手持矩和規.

2) 伏羲畫八卦: 漢武梁祠石室畫像, 題稱: “伏羲倉精, 初造王業, 畫卦結繩, 以理海內”. 漢書律曆志, 稱: “伏羲畫八卦, 由數起, 至黃帝堯舜而大備”, 魏劉徽九章注, 稱: “庖羲始畫八卦, 作九九之術”.

3) 隸首, 虞首: 呂氏春秋: “黔如爲虞首, 史言作算之始也”.

4) 隸首先作算數: 唐司馬貞史記卷二十六, 索隱引世本稱: “黃帝使羲和占日, 常饑占月, 與區占星象, 俗倫造律呂, 大撓作甲子, 隸首先作算數”, 其後 (一) 梁劉昭補并註後漢書卷十一, 律曆志, 稱: “隸首先作數”. 註: “博物記曰: 隸首, 黃帝之臣, 一說隸首善算者也”. (二) 唐李賢後漢書卷九十上, 馬融傳, 註稱: “隸首, 黃帝時善算者也”. (三) 唐釋法琳辨正論引鄭玄六藝論, 稱: “隸首先作算數”, 似并本於世本. 此外唐六典卷二十一引世本稱: “隸首造數”. 宋李籍九章算術音義隸首條引世本: “黃帝時隸首先作數”, 而唐房玄齡晉書亦稱: “隸首先作算數”.

後漢班固前漢書卷二十二上, 律曆志第一上, 稱: “自伏羲畫八卦, 由數起, 至黃帝, 堯, 舜, 而大備”, 漢司馬遷雖稱: “百家言黃帝, 其文不雅馴, 蔣紳先生難言之”, 但於五帝本紀第一, 尚稱: “黃帝……迎日推策”, 曆書第四, 亦稱: “黃帝考定星曆, 建立五行, 起消息, 正閏餘”.

數術記遺稱：“隸首注術，乃有多種”，又稱：“黃帝爲法，數有十等，及其用也，乃有三焉”。後周甄鸞五經算術亦稱：“黃帝爲法，數有十等，及其用也，乃有三焉”。據皇極經世和通鑑轉覽，估計黃帝紀元在公曆前二六九七年，是中國在是時已有人通曉算數了。

#### 四. 垂

垂亦作倕<sup>1)</sup>，黃帝時代的人，也有說堯時人<sup>2)</sup>，“爲規矩準繩使天下倣焉”<sup>3)</sup>。繼他又有奚仲和公輸般<sup>4)</sup>。

#### 五. 結繩

易繫辭稱：“上古結繩而治，後世聖人，易之以書契”，莊子（胠篋篇）和典論以爲伏犧作結繩，其制度則三國吳虞翻易九家義引鄭玄注稱：“事大，大結其繩，事小，小結其繩，結之多少，隨

1) 垂，倕：據清梁玉繩漢書人表考（1786年自序）稱：“垂始見於舜典，山海經，墨子，亦作垂，荀子，呂氏春秋，莊子及後漢書蔡邕傳，則作倕”，詳見二十五史補編第一冊本，漢書人表考。屈原楚辭稱垂爲“巧倕”。

2) 垂，黃帝或堯時人：廣韻卷一，支第五，稱：“垂，黃帝時巧人”，又淮南子齊俗注，稱：“垂，堯時巧工”。

3) 垂爲規矩：周尸佼尸子卷下，稱：“古者倕爲規矩，準繩，使天下倣焉”，漢王符潛夫論卷一，讚學第一，稱：“昔倕之巧，目茂圓方，心定平直，又造規，繩，矩，墨，以誨後人，試使奚仲，公班之徒，釋此四度而倣倕，自制必不能也”。

4) 奚仲，公輸般：淮南子十九，脩務訓，稱：“夫無規矩，雖奚仲不能以定方圓，無準繩雖魯班不能以定曲直”。潛夫論作奚仲公班，就中“奚仲”漢書卷二十，“古今人表”第八，列於帝禹，夏后氏之下，魯班，公班即“古今人表”之公輸般，梁玉繩漢書人表考稱：“公輸般始見檀弓”。

物衆寡”<sup>1)</sup>.

此項結繩制度，前此吐蕃國，大羊同國<sup>2)</sup>，韃靼，白羅羅<sup>3)</sup>，日本，能登，駿河二國在德川時代<sup>4)</sup>，又秘魯，西非洲，澳洲本地人<sup>5)</sup>，和西藏<sup>6)</sup>，琉球<sup>7)</sup>，台灣<sup>8)</sup>，邊地苗族<sup>9)</sup> 尚有此習俗。

## 六. 書契，數字

易繫辭，稱：“上古結繩而治，後世聖人，易之以書契”，梁

1) 結繩：宋祝穆著編古今事文類聚別集卷三十三，引書序稱：“始造書契，以代結繩之政”。又北堂書鈔卷十二引典論稱：“(伏羲立)結繩而治”。

2) 吐蕃國，大羊同國結繩：唐會要卷九十七：“(吐蕃)無文字：刻木結繩爲約”。又同卷：“(大羊同國)無文字，但刻木結繩而已”。

3) 韃靼，白羅羅結繩：徐中舒，“結繩遺俗考”，引宋李心傳，建炎以來朝野雜記：“韃靼無文字，每調發軍馬：即結草爲約，使人傳達，急於星火……”，明田汝焱，炎徵紀聞：“白羅羅不通文字，結繩刻木爲信”，說文月刊第四卷合刻本，185—188頁，1944年。

4) 日本結繩：日本，能登，駿河二國，在德川時代，亦用結繩，見日本八木獎三郎，滿洲考古學第508頁，日本，昭和三年（1928）。

5) 秘魯，西非洲，澳洲結繩：見蔣善國中國文字之原始及其構造上冊，第9及10頁，1930年。

6) 西藏結繩：見陳重生，西行艱異記，1930年10月27日時報，或單行本。

7) 琉球結繩：清林勝邦，涉史餘錄，稱：“琉球所行之結繩，分指事及會意兩類，……其材料多用蔓藤草莖，或木葉等，今其民尚有用此者”。見學衡四十六期第39頁引。關於琉球結繩制度，詳見日本矢袋喜一，琉球古來之數學（日文），日本大正四年（1915）。

8) 台灣結繩：台灣結繩制度，詳見林惠祥，台灣番族之原始文化中篇，第八類“記事繩”（129）記帳之結繩（Palinut）條，前國立中央研究院，社會學研究所專刊第三號，第69頁，1930年。

9) 苗族結繩：宋朱熹稱：“結繩，今溪洞諸蠻猶有此俗”。清嚴如煌，苗疆民俗考云：“苗民不知文字，父子遞傳，以鼠牛虎馬記年月，暗與曆書合。有所控告，必倩土人代書。性善忘，則結於繩”。

劉昭補并注後漢書祭祀志稱：“嘗聞儒言：三皇無文，結繩而治，自五帝始有書契”，又唐司馬貞補並注史記三皇本紀，則稱：“太皞庖犧氏……造書契以代結繩之政”，因書契實繼結繩而作，一稱少皞始作書契<sup>1)</sup>。釋名釋書契第十九稱：“契，刻也，刻識其數也”。說文大部稱：“契，大約也，從大契聲”，又刀部稱：“券，契也，券別之書，以刀判其旁，故曰契券”。廣韻卷四，箋第十二，稱：“契‘契約’”又“契‘刻也’”。蓋契用以記數也，後漢書卷一百八，蔡倫傳，稱：“自古書契多編以竹簡，其用縑帛者，謂之爲紙，縑貴而簡重，并不便於人”。列子說符編，稱：“宋人有遊於道，得人遺契者，歸而藏之，密數其齒，曰：吾富可待矣”。墨子公孟篇所謂：“數人之齒，而以爲富”，即指此事，蓋契刻數目於簡，稱之爲契也，引伸之有契約，契券，約劑諸名<sup>2)</sup>。

其在國外，則古代的蘇馬連人，現代的印第安人，亦有以契刻記事的<sup>3)</sup>。

書契始用於算數，現在可考的，祇有殷的甲骨文，周秦的金文，和東漢許慎的說文。

1) 少皞始作書契：少皞始作書契之說，本於王符潛夫論內五德志，或以爲據世本，“少昊名契”之說，又因“契的名字即是契刻，書契之意，少皞即是契，所以有始作書契之傳說”，見童書業，“潛夫論中的五德系統說”，史學集刊第三期，第93—94頁，1937年，舊北平研究院。

2) 契，契約，契券，大約，約劑，大約劑，小約劑；契，契約，契券，大約，解見說文，廣韻，而約劑，大約劑，小約劑用以記數，一如契約，契券，解見周官。按周官，春官，稱：“凡邦國都鄙，及萬民之有約劑者，藏之”。又周官，秋官，稱：“凡大約劑，書於宗彝，小約劑書於丹圖”。

3) 蘇馬連人和印第安人契約記事：按“蘇馬連人釘刻文字”語見房龍古代的人，又“印第安人刻石記事”，語見伊林書的故事。

一，二，三，四，五； 六； 七，八，九；十。	十一，十二，十三；二十，三十，四十。
<u>殷甲骨文</u> ，一；=；≡；≡；区；八匚； 十；匱；玄；丨；	丁，元，弔，廿，卅，冊，
<u>周秦金文</u> ，一，=，≡，≡，区；介； 十；匱；九；丶；	廿，卅，冊，
<u>許慎說文</u> ，一；=；≡；≡；区；穴； 玄；匱；九；十。	

## 七. 規矩，幾何圖案

上古應用規矩，以製方圓，相傳始於伏羲，亦稱爲垂所製。  
墨子，孟子，荀子，莊子，韓非子，尸子，周禮<sup>1)</sup>，以及淮南子，潛夫論，史記，前漢書都記此事，就中前漢書卷七十四魏相傳稱：

“東方之神，太昊乘震，執規司春；南方之神，炎帝乘離，執衡

1) 規矩制度：墨子經上，經說上云：“(經)圓，一中同長也，(說)圓，規寫交也；(經)方，柱隅四維也，(說)方，矩寫交也”，與周髀算經：“環矩以爲圓，全矩以爲方”同義。墨子，孟子等書引文又見宋太平御覽工藝部，事物記原七，其全文如下：

宋墨翟墨子卷七志上第二十六：“輪匠執其規矩，以度天下之方圓”，孟子卷四，離婁章句上：“孟子曰：離婁之明，公輸子之巧，不以規矩，不能成方圓”，孟子卷七，盡心章句上：“孟子曰：梓，匠，輪輿，能與人規矩，不能使人巧”，周苟况荀子賦篇第二十六：“圓者中規，方者中矩”。周莊周莊子，徐無鬼第二十四：“方者中矩，圓者中規”，周韓非韓非子卷二，有度第六：“巧匠目意中繩，然必先以規矩爲度”，周禮冬官輿人：“圓者中規，方者中矩”，周尸佼尸子卷下：“古者倕爲規矩，準繩，使天下倣焉”。

又規矩制度：淮南子，潛夫論等書引文。引見嚴敦傑的“漢規矩磚考”，時事新報學燈，143期，1941年9月8日，互見正中書局，民俗藝術考古論集，第55—59頁，1943年9月，參看聞一多全集，內規矩圖。

司夏；西方之神，少昊乘兌，執矩司秋；北方之神，顓頊乘坎，執權司冬；中央之神，黃帝乘坤艮，執繩司下土；茲五帝所司，各有時也”，即本古來的傳說，所以漢武梁祠石室造象，有數石是刻“伏羲氏手執矩，女媧氏手執規”。周髀算經稱：“昔者周公問於商高曰，數安從出。商高曰：數之法出於圜方，圜出於方，方出於矩，矩出於九九八十一，萬物周事，而圜方用焉，大匠造制，而規矩設焉”，是以規矩爲數之本。又規矩藉以丈量田地，勘測水道，亦有其例，史記夏本紀稱：“（禹）陸行乘車，水行乘船，泥行乘櫓，山行乘樅；左準繩，右規矩，載四時以開九州，通九道”，即藉規矩以勘測水道。

中國漢以前金石陶器所有圖案，計有：山紋，鋸齒紋，菱紋，波紋，列錢紋，銅箭紋，直錢紋，繩紋，連珠紋，垂緯紋，雷紋，弓紋，套環紋，折帶紋等諸種<sup>1)</sup>。

石器時代的陶片，它的圖案有簡單的幾何紋，如山紋，鋸齒紋，連珠紋等；到了周秦，彝器多用雷紋；漢代的磚，瓦，明器，和一切飾物中所見的幾何圖案，不下數十種；近年陝西城固，寶雞，西安，以及四川彭山發見的實物，其例更多<sup>2)</sup>。

1) 幾何圖案式樣：參看“漢代的建築式樣與裝飾”，中國營造學社彙集，第五卷第二期，第1—72頁，1934年12月。

2) 西安漢磚幾何圖案：西安漢城的漢磚，見李儼，(修訂本)中國算學史(1955)，第6頁。

城固漢磚幾何圖案：城固的漢磚，經何士驥(樂夫)先生發現，輯有城固磚錄，現未出版。

彭山漢磚圖案：彭山之漢磚，內有延熹五年(公曆162年)磚，1941年春，前國立中央研究院，歷史語言研究所，和前中央博物館籌備處合組的川康古蹟考察團，在四川彭山發現，內有幾何圖案。

## 八。九 九

管子輕重篇稱：“宓戲作九九之數”，楊雄太玄經稱：“陳其九九，以爲數生”，魏劉徽九章算術序（公曆後263年）稱：庖羲氏…作九九之術，以合六爻之變”，是以九九爲數之始。關於九九歌訣，則散見於淮南子，管子，靈樞經，易乾鑿度，孝經，大戴禮記，荀子，賈誼新書，穆天子傳，逸周書，禮記禮運，內經素問，董仲舒春秋繁露，前漢書律曆志<sup>1)</sup>。

## 1) 古九九表：

九九八十一，八九七十二，七九六十三，六九五十四，五九四十五，四九三十六，三九二十七，二九一十八

見淮南子卷四時則訓和孔子家語

八八六十四

見前漢書律曆志

七八五十六

見管子卷十九地員篇

六八四十八

見靈樞經卷四脉度

五八四十

見淮南子卷三天文訓

四八三十二，三八二十四（缺）

見易乾鑿度鄭注

二八一十六

見淮南子卷三和大戴禮記本命第八十，孝經，援神契

七七四十九，六七四十二，五七三十五，四七二十八，三七二十一，二七十四

見管子卷十九地員篇第五十八

六六三十六

見荀子，大略篇，墨冠子，淮南子

五六三十

見賈誼新書卷四，匈奴事勢，魏伯陽參同契

四六二十四

見易乾鑿度

三六一十八

見靈樞經卷四脉度

二六十二

見穆天子傳卷一

五五二十五

見逸周書卷三，內經素問卷二

四五二十（缺）

三五十五

見禮記禮運，穆天子傳卷二

二五十

見靈樞經卷四，脉度

四四十六

見淮南子卷三，天文訓

三四十二

見董仲舒，春秋繁露，孝功名，淮南子

二四八

見靈樞經卷四，脉度

三三九

見淮南子，孔子家語，大戴禮記，易本命

二三六（缺）

二二四（缺）

就中九乘全部見於淮南子，七乘全部見於管子，由此可知，周秦時代，九九表已甚完備，且此二書俱不引“一九”，“一七”二句，又知古九九表惟三十六句，和敦煌、居延的漢代九九術殘木簡，語句相同；這二處殘木簡現校補如下：

### (一) 敦煌漢簡九九表

(以下現存部分)

九九八十一	八八六十四	五七卅五	二六十二	二三而六
八九七十二	七八五十六	四七廿八	五五廿五	二二而四
七九六十三	六八四十八	三七廿一	四五二十	
	五八四十		三五十五	

大凡千一百一十

(以下殘缺部分)

六九五十四	四八卅二	二七十四	二五十
五九四十五	三八廿四	六六卅六	四四十六
四九卅六	二八十六	五六卅	三四十二
三九廿七	七七四十九	四六廿四	二四而八
二九十八	六七四十二	三六十八	三三而九

### (二) 居延漢簡九九表

(以下現存部分)

(以下殘缺部分)

九九八十一	四九三十六	八八六十四	二八一十六	七七四十九
八九七十二	三九二十七	七八五十六		六七四十二
七九六十三	二九一十八	六八四十八		五七三十五
六九五十四		五八四十		四七二十八
五九四十五		四八三十二		三七二十一
		三八廿四		二七一十四

(以下殘缺部分)

六六三十六	五五二十五	四四一十六	三三九	二二四
五六三十	四五二十	三四一十二	二三六	
四六二十四	三五一十五	二四八		
三六一十八	二五十			
二六一十二				

就中(一)“敦煌漢簡九九表”，係據羅振玉、王國維《流沙墜簡卷中》(1914),“小學術數方技書”類，第五頁，“九九術數殘木簡”鈔補。原木簡出敦煌北，長二百六十米里邁當，廣二十四米里邁當，現存十六句。

斯坦因(Aurel Stein)，一九一三年迄一九一六年第三次在敦煌又發現兩個乘法表。

(二)“居延漢簡九九表”，係據勞幹，1943，《居延漢簡考釋卷四之二》，“術數”類，第二十一頁，“九九術殘木簡”鈔補，原木簡出居延，現存九九迄三八，共十四句。簡面背均同，實證明是當時啓蒙學算的用品。古代都以九九之術作為初等數學的代表<sup>1)</sup>。

## 九。記數方法

上古記數方法，在殷代甲骨文，和周秦金文中，十以下自一至五，十以上自一十至四十，并由累積而成，再進則百，千，萬，

1) 九九之術：唐顏師古註漢書稱：“九九：若今九章，五曹之輩”，宋李籍九章算術音義於劉徽序：“九九之術”條注引前漢書梅福傳師古註和隋書經籍志，按顏師古，李籍似并以九九之術，為九章算術的前身，呂氏春秋，韓詩外傳，戰國策，說苑，都稱東野有人以九九見齊桓公。

億，兆，都以“十”進。前漢書律曆志：“數者一十百千萬也”，記錄十分清晰。又前漢書卷十一，哀帝紀，稱：“宜蒙福祐，子孫千億之報”，唐顏師古注稱：“十萬曰億”<sup>1)</sup>。而左傳閔公傳內稱：“萬，盈數也”，古代成語又有：萬物，萬國，萬民，萬幾，萬邦，萬事，萬世，萬方，萬姓，萬乘，萬機，萬衆，萬端，萬里，萬變之例。

復次大數以“萬”進，和西洋之以“千”進者不同，故史記梁孝王世家：“府庫金錢且百巨萬”，索隱引如淳稱：“巨亦大，與大百萬同也”，韋昭稱：“大百萬今萬萬”。史記貨殖傳：“遂至鉅萬”，集解云：“萬萬也”。前漢書卷十：“建始元年六月有青蠅無萬數”，顏師古注稱：“言其極多，雖欲以萬數計之，而不可得，故云無萬數”<sup>2)</sup>。至小數雖有分，釐，毫，絲，忽諸名，而實

1) 十萬曰億：前漢書卷十一，哀帝紀第十一：“謝曰……宜蒙福祐，子孫千億之報”。“師古曰：大雅假樂之詩曰：千祿百福，子孫千億，言成王宜衆宜人，天所佑，求得福祿，故子孫衆多也，十萬曰億，故此謝書引以為言”，逸周書世俘篇：“武王遂征四方，凡憲國九十九國，馘虜億有七萬七千七百七十有九，俘人三億萬有二百三十，凡服國六百十有二”，又“凡武王俘商舊寶玉萬四千，佩玉億有八萬”。王念孫讀書雜志卷一之二，據鈔本北堂書鈔，衣冠部二；藝文類聚，寶部上；太平御覽，珍寶部三；初學記器物部，佩下，并作：“億有八萬”，以證古代：“十萬爲億”爲十進記數。

作者在西安見有漢瓦當文作“億年無疆”。

2) 以萬數：前漢書卷八，宣帝紀第八：“元康三年六月詔曰……今春五色鳥以萬數，飛過屬縣。元康四年三月詔曰：迺者神爵五彩以萬數集長樂未央，神爵二年正月乙丑鳳皇甘露降集京師，羣鳥從以萬數。神爵四年二月詔曰：鸞鳳萬舉，“師古曰，萬舉猶言舉以萬數也”。五鳳元年三月詔曰……分爲五單于，更相攻擊，死者以萬數”。後漢書卷一上：“死者以萬數，水爲不流”，注稱：“數過於萬，故以萬爲數”。