

目 录

第一篇 论工程软设计理论

第一章 工程设计理论的发展方向.....	1
§ 1.1 工程设计的软科学性质	1
§ 1.2 工程结构系统全局优化的概念	2
§ 1.3 工程设计中的不确定性因素	4
§ 1.4 工程设计的人工智能化	6
第二章 事物的确定性与不确定性.....	8
§ 2.1 已存在的客观事物都是确定性的	8
§ 2.2 未来事物的随机性	8
§ 2.3 概念外延的模糊性	15
§ 2.4 主观认识的未确知性	20

第二篇 工程结构系统的软设计理论

第三章 结构的单目标模糊优化设计	28
§ 3.1 关于不确定性数学规划的研究	28
§ 3.2 目标函数的简化	30
§ 3.3 约束条件的简化	34
§ 3.4 确定性荷载作用下的模糊优化设计	37
§ 3.5 模糊性荷载作用下的模糊优化设计	42
§ 3.6 最优约束水平的决断	45
§ 3.7 双目标两层次模糊优化	48
第四章 结构的多目标模糊优化设计	50

§ 4.1 概述	50
§ 4.2 结构优化设计中的模糊性目标	52
§ 4.3 普遍型模糊规划的数学模型	54
§ 4.4 目标的满意度与约束的满足度	57
§ 4.5 普遍型模糊规划解的理论	60
§ 4.6 模糊满意域与模糊可用域	62
§ 4.7 对称型解法——模糊判决法	67
§ 4.8 不对称型解法——最优约束水平法	70
§ 4.9 优化目标与约束的相互转换	76
§ 4.10 算例	77
§ 4.11 结束语	85
第五章 工程结构系统可靠度的最优分配	87
§ 5.1 工程结构系统全局优化的概念	87
§ 5.2 系统的功能逻辑关系	90
§ 5.3 工程结构系统中结构失效的相关性	92
§ 5.4 工程结构系统优化的建模	97
§ 5.5 工程结构系统可靠度的无约束最优分配	100
§ 5.6 单元失效完全相关时可靠度的最优分配	102
§ 5.7 失效相关工程结构系统可靠度的最优分配	103
§ 5.8 失效相关工程结构系统总投资的最优分配	105
§ 5.9 工程结构系统全局优化中的单元优化	107
§ 5.10 算例	108
第六章 工程大系统设计的全局协调优化	111
§ 6.1 概述	111
§ 6.2 各分系统单独优化与总系统优化的关系	115
§ 6.3 分解协调规划的一般数学形式	125
§ 6.4 设计条件最优分配的主导思想与数学模型	130
§ 6.5 设计条件最优分配问题的求解与算例	135
§ 6.6 工程结构系统设计的全局协调优化	145

第三篇 工程应用

第七章 天线结构优化设计基础	153
§ 7.1 概述	153
§ 7.2 天线结构反射面精度计算	160
§ 7.3 多性态约束结构优化的导重法	169
§ 7.4 特征应力约束与应力储备安全度	173
§ 7.5 天线结构多性态约束优化设计	176
§ 7.6 各性态约束导重的计算	178
§ 7.7 天线结构多约束最轻设计算例	192
第八章 天线结构的多目标模糊优化设计	196
§ 8.1 概述	196
§ 8.2 天线结构优化设计的多个目标	197
§ 8.3 天线结构多目标模糊优化设计的数学模型	200
§ 8.4 各模糊满意区间与各模糊允许区间	202
§ 8.5 天线结构多目标模糊优化的解法	205
§ 8.6 天线结构多目标模糊优化解法与导重法的衔接	207
§ 8.7 算例	210
§ 8.8 结束语	222
第九章 空间飞行器结构系统全局协调优化设计的 理论与解法	224
§ 9.1 数学模型与求解方法	224
§ 9.2 考虑相互影响的各分结构静动力分析	233
§ 9.3 结构系统总体性态与分结构性态的计算关系	242
§ 9.4 结构系统总体刚度函数与总体强度函数的敏度计算	247
§ 9.5 求解各分规划的导重法	250
第十章 卫星结构系统全局协调优化设计计算及程序 介绍	256
§ 10.1 各分结构及整星结构的有限元分析	256
§ 10.2 结构系统全局协调优化设计计算步骤框图	258

§ 10.3 某卫星结构系统全局协调优化设计计算结果	262
§ 10.4 SOSI 程序简介	266
参考文献	271
致 谢	274

第一篇 论工程软设计理论

第一章 工程设计理论的发展方向

§ 1.1 工程设计的软科学性质

工程结构的设计,从形式上看,是一种基于严格的力学和数学法则的精确的运算过程,似应属于硬科学的范畴。实际上,结构设计中起重要作用的并不是那些运算方法和数学处理,而是一系列难以用精确计算解决的决策问题。

首先,我们必须对产品(小至机械电器设备,大至工程项目)进行可行性论证,以决定其功能要求。

第二,在决定了功能要求后,就必须为产品的结构进行选型。这是因为,为了建造具有同一个使用功能的设施,可以有多种结构型式。例如,我们需要建造一个覆盖较大跨度和长度的建筑物,选择桁架结构、拱型结构、网架结构、悬索结构、薄壳结构、薄膜结构、充气结构都可以完成同一个目标。这就需要我们根据所掌握的建筑材料、施工技术、设计水平、美学要求等客观条件进行具有很大主观色彩的决策,而无法建立严格的计算模型。

第三,我们必须给出结构所受的荷载。这实际上是对结构抗御外界干扰能力的设防水平的风险决策,必须根据荷载危险性分析、经济和安全的协调,以及结构失效带来的政治损失和社会影响来进行综合评定,决非单独靠计算就能解决的。

第四,我们必须给出评定结构设计方案的方案好坏的标准。众所周

知,结构设计的答案不是唯一的,也就是说存在很多可用方案。那末,如何从所有可用方案中选出最优的方案,自然是必须考虑的一个重要问题。这就是结构设计的优化。为此,必须给出评选方案好坏的标准(优化的目标函数),这实质上也是一个具有主观色彩的决策的问题。

第五,我们必须给出结构设计需要满足的约束条件,特别是要求决定结构反应(应力、位移等)的允许范围。这就需要根据材料的强度和刚度性质以及结构的使用要求、规范的条文和人们的工程经验来进行决策,不是单纯靠材料试验就可以决定的。

以上五个重要的决策活动基本上就解决了结构设计中的一些关键问题,进一步的结构计算和分析实质上只是结构设计中必须采用的分析工具和为决策提供数据的手段而已。

软科学的特点表现在研究和处理一切问题时要有“人—事—物系统”的观点,包括:人的观点、全局的观点、某些信息不确定性的观点、优化和控制的观点、综合各种知识和技术进行科学决策的观点。这样看来,工程结构设计,实际上是利用硬科学的手段(力学和数学)为工程决策服务,具有强烈的软科学的性质。所以,我们把正确进行上述决策的设计方法称为“软设计理论”。拓广来看,整个工程科学在很多场合都必须采用软科学的手段,这样建立起来的工程科学可称为“工程软科学”。这是一个值得重视的庞大的科研任务,它有可能改变工程科学现有的面貌。

§ 1.2 工程结构系统全局优化的概念

结构优化设计的思想早在本世纪之初就已产生,但由于历史条件的限制,直到 60 年代才开始得到迅速发展。这是因为束缚它发展的绳索逐渐被解脱了的缘故。首先,结构分析的各种数值解法解决了各种复杂结构的计算方法问题,为优化设计提供了前提。其次,数学规划的发展为结构优化本身提供了有效的数学手段。更为重要的是,计算机的发展为结构优化设计提供了高效的计算工具。

具备了这三个条件,才使得对大型工程进行优化设计成为可能。

在结构优化设计理论发展的过程中,人们对它的看法有过高潮和低潮,至今对此还有不同的看法。我们认为,由于结构优化设计的理论和方法还不够成熟,因而人们指责现有具体方法的某些不足之处是无可厚非的。这个问题随着这门学科的发展必将逐步得到解决。同时,我们坚定地认为,优化的方向是不可改变的。因为只要解决问题的方案不是唯一的,就必然要求对所有可行方案进行比较,以求得最满意的方案。这是完全合乎逻辑的必然要求,是不可能回避的。所以,结构优化设计必将日益成熟,成为工程实践中结构设计的常规的和必需的手段。

当一个工程项目或一套大型机电设备包括不止一个结构时,如果这些结构之间不存在工作上或经济上的联系,也就是说如果它们毫无关系,这些结构自然可以分别单独进行优化。但是相反,在一个工程项目或一套大型机电设备中,它的各个结构之间往往是在工作上或经济上存在着联系(即它们之间的横向约束)。这时它们就组成了一个各单元之间存在相互作用和相互依存的有机联系的“工程结构系统”,成为一个具有特定功能的整体。

一个系统中的各个单元各自独立地进行优化后,所组成的新系统并不一定比原系统优化。这正像一个结构的各个构件分别单独优化后组成的结构并不一定优化一样。概括说来,若优化对象由若干部分组成,则各个部分单独优化后组成的整体不一定优化。原因有二:

(1)将一个系统各个元素分别处理,就割裂了系统各元素之间的横向约束,优化对象就不再是原来的“系统”,而是一些独立的元素。

(2)系统总体的利益有时要求某些部分作出牺牲,如果各部分分别单独优化,就不可能考虑系统整体的上述要求。

在这种情况下,就必须将工程系统作为一个整体进行全局优化,然后在系统全局优化的指导和控制下进行各个结构的优化。这就是工程项目全局优化的思想。

在本书第五、六章将提出工程系统全局优化的基本理论和方法,优化的结果表现为工程系统内部可靠度(或投资)的最优分配。

在第三篇的第四章中将介绍工程结构系统软设计理论在天线结构、空间飞行器和某卫星的结构系统优化设计中的应用。

§ 1.3 工程设计中的不确定性因素

现有的工程设计和决策理论在信息处理上采取两种极端相反的手法。例如,结构设防水平的决定是结构设计的战略性决策,但由于不确定性因素过于复杂,无法进行科学处理,只好由决策者“拍脑袋”决定。而转入结构设计以后,就走另一极端,即把一切信息和各个环节的因果关系都看作严格的确定的事物,以致出现多种矛盾,长期无法解决。

很多人在谈到事物的不确定性时,常常强调它们的客观存在,说:“在客观世界中存在着大量不确定性事物。”这样的论点容易引起误解。如果将“客观存在”理解为包括人的反应并包括未来的事物,那么,这个观点就是正确的。但如果将“客观世界”理解为“已存在的现实世界”,上述论点将是完全错误的。

实际上,在现实世界中一切已存在或已发生的具体事物,不管如何复杂,都有它自己的自在性和规定性,都是确定性的,没有任何含混的余地。例如,虽然有些事物十分复杂(如已发生的地震场的6维运动过程),有些不能用具体尺度来计量(如教学效果、为人好坏),有些数据无法取得(如活树重量),但是这些已存在和已发生的事物,都是具体的,自在的,因而是确定性的。

那么,人们所说的“事物的不确定性”指的是什么呢?实际上,人们所研究的具有不确定性的事物都不是对已客观存在和已发生的具体事物本身;这些不确定性针对两类事物:

(1)某些未来事物的不确定性——随机性。

(2)人们对某些客观事物认识的不确定性——模糊性和未知性。

对于任何一个具有随机性的事物,一旦试验完成,立即转换为已发生的事件,它就不再有任何不确定性,而是一个确定性的结果,它是原随机性事物的一个“实现”。可见,随机性只是针对未来将要发生的事物,既有的和已发生的事物都不具有随机性。

前面已经提到,客观世界已存在的和已发生的事物都是确定性事物。但是,对某些确定性的事物,人脑所把握的信息却可能是模糊的。例如,人的面孔本身没有任何不确定性,但是,即使在他爱人的头脑里储存的有关信息也是模糊的,不存在任何定量的确定性的数据。可是,人们却可以根据这种模糊信息明确无误地识别出自己所认识的人。

目前可以数学处理的模糊性事物是比较简单的。概括起来,目前人们所考虑的事物的模糊性,主要是指由于不可能给某些事物以明确的定义和评定标准而形成的不确定性。这时人们考虑的对象往往可以表现为某些论域上的模糊集合。

在进行某种决策时,我们所研究和处理的某些因素和信息可能既无随机性又无模糊性,但决策者纯粹由于条件的限制而对它认识不清,也就是说,所掌握的信息不足以确定事物的真实状态和数量关系。这种纯主观的、认识上的不确定性信息,可以称为未知信息。

结构设计中的不确定信息主要来源于:

①结构未来工作期间所遇到的外界干扰(荷载)的随机性和某些荷载的模糊性(如地震烈度、建筑场地的分类等);

②结构反应允许范围和失效准则的模糊性;

③结构设计目标(即设计方案好坏标准)的模糊性;

④灾害危险性分析中某些因素(如潜在震源的分布)和结构的某些性质(如结构节点和支座的刚度等)的随机性和未知性。

在考虑各种不确定性因素之后,结构优化的目标函数和约束条件都由硬变软,从而得到的不再是唯一的一个“最优解”,而是一组“满意解”系列。这个结果与诺贝尔经济学奖获得者西蒙(H. Simon)的有关优化的观点不谋而合。

考虑各种不确定性的结构优化设计可称为“不确定性优化设计”。如果在结构设计之前还经过了对产品项目的科学的可行性分析和论证、结构的选型和工程系统的全局优化,则这样的结构设计就具备了明显的软科学的性质及其优越性。这样的设计理论可以称为“结构软设计理论”。这显然是结构设计理论的正确方向。

本书第二章将介绍有关不确定性因素的数学处理方法。

§ 1.4 工程设计的人工智能化

人工智能是计算机科学的一个分支,它研究如何用计算机语言来表达人类的知识和应用这些知识,从而使计算机在一定程度上具有人类的智能,包括储存信息、推理、学习、理解和其他类似认知的能力。

知识工程是人工智能这个最新知识领域的一个子域,它主要研究如何利用知识求解通常需要人类智能才可以解决的问题。

当前知识工程的主要表现形式就是专家系统。专家系统的建立是为了把有关专家们的经验综合起来,不断改进,用以对有关问题进行评价和决策。

专家系统也就是指能分析和处理原始数据资料,并通过一定的法则完成某些推理过程的程序系统。因而必然可以用于工程结构系统的设计。这样在设计过程中,不仅可以利用设计师们的知识和经验,而且可以利用不在场的专家们的知识和经验。此外,它还可以将本次设计的某些新鲜经验反馈给知识库,以完成本系统的自学习过程。

目前国内外都在积极研究专家系统在各个领域的应用,包括在工程设计中的应用。相信在不久的将来,必能开出鲜艳的科技之花。

应强调指出,任何真正的人工智能都不可能离开模糊数学的应用。这是因为高效率地处理模糊信息是人类智能的主要特点,例如,它表现为如下的事实:

(1)人类接受、储存和处理模糊信息的能力是极为宝贵的天赋。例如,评定教师们的职称,考虑和讨论的是人们的科研成就、教学效果、工作能力、服务态度等,这些都是很难量化的模糊信息。但是通过这些信息的处理,却能很公正地进行评定工作。

(2)一般说来,事物的复杂性越高,人类用一般的数学方式使它有效地精确化的能力就越低。这是因为复杂的事物都具有众多的影响因素,对每个因素都考虑得很清楚是不可能的,而只对部分因素过分地精确化,就没有什么实际意义。例如,地面裂缝情况可以作为地震烈度的一种评定因素,但去丈量所有地面裂缝的长度和宽度是完全不必要的,需要的只是实际情况所提供的模糊信息也就够了。

(3)充分利用复杂事物提供的模糊信息,可以高效率地分析和处理问题。正是因此,人类才能顺利地和高效地在交谈中通过大量模糊信息进行思想交流。

模糊数学的很多方法正是把人们的思维和运用经验的过程用数学的形式科学地具体地表现出来。因而,任何不利用模糊数学方法的程序系统都不可能是真正具有人工智能的专家系统。

在文献[1]第七编我们对此进行了初步探讨。

第二章 事物的确定性与不确定性

§ 2.1 已存在的客观事物都是确定性的

已存在的客观事物都是确定性的,例如:

(1)某教师的面貌、体征、胡须多少、年龄大小、教学效果、为人好坏等等;

(2)已发生的地震的地面运动、地表状态、结构破坏情况、震中位置等等;

(3)结构建筑场地的土质结构、地质构造、地形地貌、地下水状态、断层分布以及地震历史等等;

(4)一棵活着的树,地面以上部分的重量等等。

下面几节我们将分别讨论事物和信息的随机性、模糊性和未确知性及其数学处理方法。

§ 2.2 未来事物的随机性

在人们研究问题时,考虑的对象不仅有已存在和已发生的事物,而且往往还涉及到未来的事物。例如,任何一个结构设计都必须根据现有的信息预估每一个设计方案所代表的结构在未来使用期间的表现,为此自然需要预估该期间结构所处的环境和所受到的外界干扰(荷载)。

对于未来的事物,常常由于无法严格控制其发生的条件,一些偶然因素使事物发展的结果不可能准确地预先知道,这种由于条件的不确定性和因果关系不明确而形成的后果的不确定性称为随

机性。事物发生和发展的过程一旦结束(试验完成),它就成为原随机性事物的一个“实现”,不再有任何不确定性。

未来的事物从发生的次数上可以分为两大类。一类是大量重复发生的随机事件,例如大量生产同种规格的某种产品;另一类是一次性的随机事件,例如将在某地某河上建一座大桥。

在研究大量重复的随机事件时,由于因果律的缺陷,单个试验(生产)的结果是不可预知的,但对于基本条件不变情况下的大量试验而言,却存在广义的因果关系,即某概率统计规律。研究这类现象的学科就是统计数学,包括概率论、数理统计和随机过程理论。

在研究一次性(或少量几次)的随机事件时,由于其结果的不可预知性,任何方案都具有风险。研究这类现象的学科就是“决策论”。在进行具有风险性的决策时,“效用”就是一个很重要的考虑因素。

“效用”的概念最初就是经济学家和社会学家提出来的,用以衡量人们对同一笔货币量处于不同风险情况下的主观价值。决策者对风险的态度决定于两个主要因素:一是决策者的心理状态和素质;二是他所掌握的手段和具有的实力。有的人敢于冒风险以期取得大利,有的人则持比较稳妥的态度以期避免重大损失,资本雄厚时就不怕损失敢于冒险,而资本欠缺时则以保本求实利为主。这就决定了人们对同一事物可能给出不同的效用函数。

统计决策的数学模型可以表示为四元序组 $\langle S, D, P(s_i), U(d_i, s_i) \rangle$ 。其中, $S = \{s_1, \dots, s_k, \dots, s_n\}$ 是自然状态的集合, $D = \{d_1, \dots, d_i, \dots, d_l\}$ 是行动方案的集合, $P(s_i)$ 是自然状态 s_i 的先验概率,而 $U(d_i, s_i)$ 是定义在直积 $D \times S$ 上的效用函数,它表示在自然状态 s_i 时,采取行动方案 d_i 能得到的效用值,一般可用矩阵来表示。行动方案 d_i 的期望效用定义为

$$U(d_i) = \sum_{i=1}^n U(d_i, s_i) P(s_i) \quad (2.1)$$

式中, $P(s_i)$ 是自然状态 s_i 发生的先验概率,可看作是一个先验的

信息。

最满意的行动方案(简称“最佳行动”) d^* 定义为使期望效用最大的行动方案,即

$$U(d^*) = \max U(d_i) \quad (2.2)$$

单个的或少量相同的结构的设计,实际上是一个决策问题,具有冒风险的性质,利用决策理论来改善现有的结构设计理论是必要的和可能的。决策问题中,除具有随机性因素外,还具有模糊性因素。在文献[2]中对当前模糊决策的方法进行了比较全面的介绍,包括我们所提出的模糊效用函数的概念和分析方法。

由于当前荷载危险性分析采用的是概率论的方法,所以在结构优化设计中考虑某些事物的随机性时,目前还都是利用统计学的方法。

在研究任何问题时,我们总会考虑某些方面,而每个方面的全体对象就构成了一个集合,称为一个“论域”。

对于某一随机现象来说,所有可能的试验结果都称为“基本事件”,记为 ω ; 所有基本事件组成的集合称为“基本空间”,记为 Ω ; 这时,所有随机事件都表现为 Ω 的子集。基本空间实际上也就是一种论域。

例如打靶,所有落弹点的可能位置构成的平面是这一随机现象的基本空间 Ω ; 落在某一个点 ω 上是一个基本事件,取得 8 环则是一个随机事件,它是 Ω 的一个子域。

设 F 是空间 Ω 的某些子集所组成的集类,若符合以下条件,则称其为 Ω 上的一个 Borel 域:

$$(1) \Omega \in F$$

$$(2) \text{若有限个或可列个子集 } A_1, A_2, \dots, A_i, \dots \in F, \text{ 则}$$

$$\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i \in F$$

$$(3) \text{若 } A \in F, \text{ 则}$$

$$\bar{A} \in F$$

式中, $\bar{A}$ 为 A 的对立事件。

根据以上定义,还可以推出以下基本性质:

(1) 空集 $\emptyset \in F$

(2) $\bigcap_{i=1}^{\infty} A_i \in F$

(3) 若 $A_1, A_2 \in F$, 则

$$A_1 - A_2 \in F$$

显然,随机现象的基本空间 Ω 的所有子集(事件)形成的集类(事件系)是一个 Borel 域。

构成一个 Borel 域的事件系称为事件域或事件体。在事件域的范围內可以对事件进行运算。

有了随机现象的基本空间 Ω 和它的所有子集形成的事件域 F 的概念之后,就可以把“概率空间”表述为一个三元序组 (Ω, F, P) 。其中 P 为定义在 F 上的概率测度,用事件 A 的概率 $P(A)$ 来度量事件 A 在一次试验中发生的或然性的大小:

$$0 \leq P(A) \leq 1 \quad (2.3)$$

必然事件 $A = \Omega$ (基本空间) 的概率

$$P(\Omega) = 1$$

不可能事件 $A = \emptyset$ (空集) 的概率

$$P(\emptyset) = 0 \quad (2.4)$$

设 $A_1, A_2, \dots, A_n$ 为 n 个任意事件。这些事件的“和”(即“并”)

$$B = \bigcup_{i=1}^n A_i \text{ 或 } B = \sum_{i=1}^n A_i \quad (2.5)$$

意味着事件 B 等价于事件:“每次试验中, $A_1, A_2, \dots, A_n$ 至少发生其一”。

这些事件的“积”(即“交”)

$$C = \bigcap_{i=1}^n A_i \text{ 或 } C = \prod_{i=1}^n A_i \quad (2.6)$$

意味着事件 C 等价于事件:“每次试验中, $A_1, A_2, \dots, A_n$ 必然同时发生”。

则有以下两组重要的公式。

加法公式

$$P\left(\sum_{i=1}^n A_i\right) = \sum_{i=1}^n P(A_i) - \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n P(A_i A_j) + \cdots \\ + (-1)^{n-1} P(A_1 A_2 \cdots A_n) \quad (2.7)$$

或

$$P\left(\sum_{i=1}^n A_i\right) = P(A_1) + P(\bar{A}_1/A_2)P(A_2) + \cdots \\ + P(\bar{A}_1 \bar{A}_2 \cdots \bar{A}_{n-1}/A_n)P(A_n) \quad (2.8)$$

式中, $P(\bar{A}_1/A_2)$ 为 A_2 已发生情况下 A_1 不发生的条件概率, 其余类推。

若事件 $A_1, A_2, \dots, A_n$ 两两互不相容, 则由上式即可得出加法公理

$$P\left(\sum_{i=1}^n A_i\right) = \sum_{i=1}^n P(A_i) \quad (2.9)$$

乘法公式

$$P\left(\prod_{i=1}^n A_i\right) = P(A_1)P(A_2/A_1) \cdots P(A_n/A_1 A_2 \cdots A_{n-1}) \quad (2.10)$$

若事件 $A_1, A_2, \dots, A_n$ 相互独立, 则上式中的条件概率转化为无条件概率 $P(A_i)$, 故有

$$P\left(\prod_{i=1}^n A_i\right) = \prod_{i=1}^n P(A_i) \quad (2.11)$$

有些随机现象的每次试验结果都可以用一个或若干个实数表示, 这时称它们为随机变量, 若干个随机变量组成随机向量。

表明存在于随机变量或向量的一切可能值和与其相应的概率之间的关系的各种表达方式, 都称为该随机变量或向量的“分布律”。

这里我们用 $\xi, \eta, \zeta \dots$ 希腊字母代表随机变量, 而用相应的小写拉丁字母 $x, y, z \dots$ 等代表随机变量的观察值。

若随机变量 ξ 所取的可能值 (有限个或可列个) 为 $x_i (i=1, 2, \dots)$, 且以各种确定的概率 $P(\xi=x_i)=p_i$ 取这些值时, 则称 ξ 为离散随机变量。显然有

$$\sum_i p_i = 1 \quad (2.12)$$