

北京市华罗庚学校  奥林匹克系列丛书

华罗庚学校

数学思维训练教程

北京市华罗庚学校 编
小学五年级



中国大百科全书出版社

北京市华罗庚学校奥林匹克系列丛书

华罗庚学校
数学思维训练教程
(五年级)

北京市华罗庚学校编

主编：刘彭芝

中国大百科全书出版社

图书在版编目(CIP)数据

华罗庚学校数学思维训练教程. 小学五年级/刘彭芝主编. —北京:中国大百科全书出版社, 2002. 1

ISBN 7-5000-6544-2

I. 华... II. 刘... III. 数学课—小学—教学参考资料 IV. G624.503

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2001)第 096022 号

华罗庚学校数学思维训练教程

(小学五年级)

编 者: 北京市华罗庚学校

责任编辑: 简菊玲

封面设计: 童行侃

责任印制: 任其忻

出版发行: 中国大百科全书出版社

(100037 北京阜成门北大街 17 号)

印 刷: 北京四季青印刷厂

版 次: 2002 年 1 月第 1 版

印 次: 2002 年 1 月第 1 次印刷

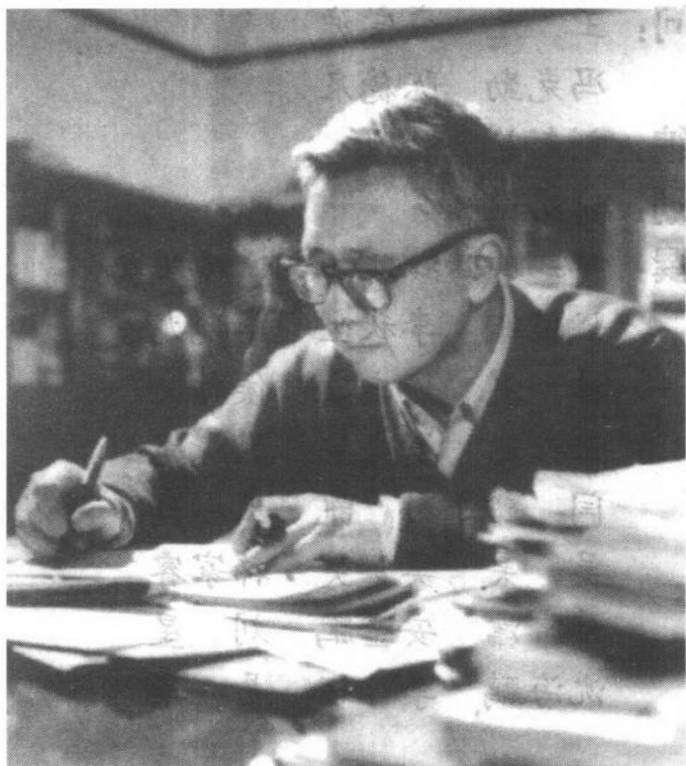
印 张: 6.75

开 本: 850 × 1168 1/32

字 数: 168 千字

印 数: 1—10000 册

定 价: 8.00 元



著名数学家华罗庚教授（1910～1985）

100085/07

顾问：王 元 裴宗沪

冯克勤 陈德泉

主编：刘彭芝

策划：喻培健

编撰：华罗庚学校能力测试命题组

姚健钢 李秋生 李晓龙

林 昊 姚志宏 侯作良

王 璐 罗武安 黑 龙

闫 珺 孙 凯 王 列

吴 昊 吴 昊 韩家睿

郑常津 安金鹏 刘 星

沈海鹏 李 理 易 华

序

北京市华罗庚学校（简称华校）是由中国科学院华罗庚实验室、中国科学技术大学和中国人民大学附属中学联合创办的，是人大附中的超常教育实验基地。其办学目标是为国家大面积早期发现与培养现代杰出人才开辟一条切实可行的途径，为我国教育事业面向现代化、面向世界、面向未来的战略方针探索一项行之有效的举措。在这里，数百位优秀教师精心执教，一批批超常儿童茁壮成长。华校全体师生缅怀我国著名数学家华罗庚教授，崇尚他为民鞠躬尽瘁的高贵品质，决心沿着他的路继续走下去，在教育改革的时代大潮中争做弄潮儿，为实现中华民族的伟大复兴担当马前卒。

超常教育与早期教育为当今世界各国所重视。近年来，我国的众多有识之士投身超常教育事业，也取得了可喜的成果。超常教育是人类教育史上的一大进步，但同时也是一个复杂而全新的教育课题。无论在历史上还是现实生活中，少年出众，而成年寻常的人比比皆是。究其原因，往往在于成长的环境不佳，特别是未能在超常教育理论指导下施以特殊教育。因而，必须更新教育观念和教学模式，这样才能把大批聪慧儿童培养成为知识经济时代的栋梁之材。我们认为，超常儿童是具有良好的智力和非智力个性特征的统一体，是遗传与环境共同作用下的产物。基于此种看法，华罗庚学校的超常教育，以尊重个性和挖掘潜力为基本原则，强调选拔与培养相结合，不缩短学制而注重学生综合素质的全面提高。

华校分为小学部、初中部和高中部。小学部属校外培训性质，

招收小学三至六年级的学生，招生时间定在每年9月或10月，入学后每周学习一次。初中部和高中部属常规中等教育，纳入人大附中建制，每个年级设两个实验班。华校初中部和高中部的生源分别主要来自小学部和初中部，同时面向全市招生。

华校在办学过程中，逐渐形成了自己独特的课程体系。在必修课中，我们把数学作为带头学科，并以此促进物理、化学、生物、外语、计算机等其他学科的发展。这是因为，数学作为研究现实世界中数和形的一门基础科学，不仅对人类社会的进步发挥着关键的作用，而且对训练人们的思维能力具有重要的价值。此外，华校还开设现代少年、科学实践、社会实践、心理导向、创造发明和生物环保等特色课，以及汽车模拟驾驶、网页设计、天文观测、电子技术、几何画板、艺术体操、篆刻和摄影等选修课。华校全新的课程设置，近而言之，是希望学生能够增强学习兴趣，开阔知识视野；远而图之，则是为他们日后发展的多价值取向打下坚实而全面的科学文化基础。

华校在办学过程中，还逐渐形成了一支思想新、业务精、肯吃苦、敢拼搏的教师队伍。这其中既有多年工作在教学第一线的小、中、小学高级和特级教师，又有近年来执着于数学、物理、化学、生物、计算机等学科奥林匹克活动的高级教练员，还有中国科学院和各高等学校中教学科研上成绩卓著的专家教授。他们着眼于祖国的未来，甘做人梯，为超常教育事业辛勤耕耘，是华校藉以成长、引以自豪的中流砥柱。

实践证明，华罗庚学校对超常儿童的培养方略是可取的。十余年来，华校为高等学校输送了大量全面发展、学有特长，并具备创新精神和高尚品德的优异人才。已毕业的十届实验班学生全部考取重点大学，其中进入北京大学和清华大学的人数约占总数的70%，保送生约占25%。不仅如此，还有千余名学生在区、市、国家乃至世界级的学科竞赛中获奖夺魁，数量位居北京市重点中

学之首。华校的学生在全国华罗庚金杯少年数学邀请赛中获三枚金牌、两枚银牌，在全国雷达杯青少年科学英才竞赛中获一、二、三等奖各一次，在全俄罗斯数学竞赛中获两枚金牌、一枚银牌，在国际物理邀请赛中获一枚银牌，在国际信息学奥林匹克竞赛（IOI）中获一枚铜牌，在国际数学奥林匹克竞赛（IMO）中获金牌和银牌各一枚。另有十几人获全国及世界创造发明比赛的金奖、银奖，并取得五项国家专利。还有近十人在全国科学论文评比中获一、二等奖。此外，实验班的同学在艺术体育等方面也成绩斐然。上述大量事实证明，一种新的教育理论和实践，使得一批又一批英才脱颖而出，这足以显示华罗庚学校的办学方向是正确的，教学是成功的。

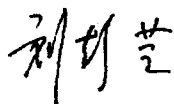
华罗庚学校超常教育的实践和成果已引起全国和国际教育界的关注。华校现在是中国人才研究会超常人才专业委员会副理事长单位，其超常教育研究课题曾荣获北京市“八五”普教科研优秀成果二等奖。华校先后有数十位师生参加了国际超常儿童教育学术会议，在各种国际会议上宣读论文三十余篇，并同五十多个国家和地区从事超常教育的学校及研究机构建立了友好往来或合作研究关系。

教材是教学质量的基本保证，也是教学的基础建设。高质量的教材，是建立在高水平的学术研究成果和丰富的教学经验基础之上的。我们组织编写的这套“北京市华罗庚学校奥林匹克系列丛书”的作者大部分都是华校的骨干教师，开创了荟萃专家编书的格局。另外还有数位曾经在国际数学奥林匹克竞赛（IMO）中获得金牌和银牌的大学生和研究生参加撰写。这支由学生组成的特别劲旅将他们学习的真切感受和新鲜经验表达出来，使得本丛书独具一格。综合而言，展现在读者面前的这套丛书集实用、新颖、通俗、严谨等特点于一身，我们将其奉献给中小学教师、学生及家长，希望能博得广大读者的喜爱。此套丛书涉及数学、英

语、物理和计算机等学科，目前已经出版和即将出版的有四十余册。

俗云：“一花怒放诚可爱，万紫千红才是春。”华校在努力办学、完善自身的同时，诚望对国内中小学教学水平的提高微尽绵薄，诚望与其他兄弟学校取长补短，携手共进。“合抱之木，生于毫末，九层之台，起于垒土。”遥望未来，让我们同呼志士之言：为中国在 21 世纪成为科技强国而献身。

作为本系列丛书的主编，我谨以一个超常教育的积极参与者与组织者的名义，向各位辛勤的编著者致以衷心的感谢，恳请教育战线的前辈和同仁给予指导和推荐，也恳请广大师生在使用过程中提出宝贵的意见。

Handwritten signature in black ink, appearing to read '刘慧' (Liu Hui).

2001 年 1 月

前 言

2001年3月,《华罗庚学校数学思维训练导引》正式出版。该书在考察近15年来全国各地的小学数学竞赛试题和数学奥林匹克教材,并总结华罗庚学校小学部思维训练课教学经验的基础上,对小学数学竞赛的内容进行了分类和整理。从出版至今,深受读者的好评。但有很多热心的读者提出该书没有详细的解题过程,强烈要求出版本书的详细解答。为了更好地服务于读者,我们决定编写《华罗庚学校数学思维训练教程》。

本书采取通过问题学解题的方式,将小学数学竞赛所涉及的全部知识、技巧和方法生动地表现于问题的分析和解答之中,并在评注里加以总结。本书既是数学奥林匹克的提高教材,更适合作为参加各级数学竞赛的选手的培训教材。

现在对本书的体例作一个简单的介绍。本书是《华罗庚学校数学思维训练导引》中奇数号问题的分析、详解和评注。即本书中的例1、2、3、4、5、6、7、8就是《华罗庚学校数学思维训练导引》中的第1、3、5、7、9、11、13、15题。本书的绝大部分例题除了“答案”外,还有“分析”、“详解”和“评注”三个部分。其中“分析”主要是给出完整的思路,为“详解”作出铺垫,可以让读者感受到思考问题的正确方法;“详解”是在“分析”的基础上给出完整的解题过程,可以让读者体会到严谨的解题过程;“评注”主要是对问题所涉及的知识进行归纳或者是对问题所产生的联想,可以让读者领悟到数学的完整性和实用性。

参与编写本书的大多曾经是北京大学数学科学学院的本科生或研究生,他们曾经在中国或国际数学竞赛中取得过优异的成绩。

编撰者将学习数学的心得和体会融入了书稿的字里行间，生动地展现了数学思维的完美。解题思路清晰、方法独特是本书最大的特点。

虽然我们在编写本书过程中，始终本着精益求精和认真负责的态度进行工作，但是主观努力和客观效果之间必然还存在着差距。因此，我们竭诚欢迎并殷切期待广大读者对本书提出宝贵的意见。来信请发至电子邮箱 huaxiao@xinhuanet.com 或 huaxiao@office.rdfz.bj.cn。

唐晓苗

2002 年 1 月



责任编辑

简菊玲

责任印制

任其忻

封面设计

童行侃

目 录

序.....	(i)
前言.....	(II)

第 01 讲 【计算问题第 05 讲】

循环小数与分数.....	(1)
--------------	-----

第 02 讲 【应用题第 12 讲】

和差倍分问题.....	(8)
-------------	-----

第 03 讲 【应用题第 13 讲】

行程问题之三.....	(18)
-------------	------

第 04 讲 【整数问题第 01 讲】

数的整除.....	(31)
-----------	------

第 05 讲 【整数问题第 02 讲】

质数与合数.....	(44)
------------	------

第 06 讲

【几何问题第 06 讲】

格点与割补..... (52)

第 07 讲

【数字谜问题第 10 讲】

数字谜综合之一..... (61)

第 08 讲

【计数问题第 03 讲】

包含与排除..... (73)

第 09 讲

【组合问题第 03 讲】

复杂抽屉原则..... (79)

第 10 讲

【杂题第 04 讲】

逻辑推理之一..... (91)

第 11 讲

【计算问题第 06 讲】

估算与比较 通分与裂项..... (103)

第 12 讲	【应用题第 14 讲】
	行程问题之四..... (112)
第 13 讲	【应用题第 15 讲】
	应用题综合之一..... (124)
第 14 讲	【整数问题第 03 讲】
	约数与倍数..... (133)
第 15 讲	【整数问题第 04 讲】
	余数问题..... (143)
第 16 讲	【几何问题第 07 讲】
	直线形面积..... (153)
第 17 讲	【几何问题第 08 讲】
	圆与扇形..... (163)
第 18 讲	【数列与数表问题第 04 讲】
	数列与数表综合..... (171)

第 19 讲

【数字谜问题第 11 讲】

数字谜综合之二..... (180)

第 20 讲

【计数问题第 05 讲】

计数综合之一..... (189)

循环小数与分数

例1 真分数 $\frac{a}{7}$ 化为小数后,如果从小数点后第一位的数字开始连续若干个数字之和是1992,那么 a 是多少?

答案 6.

分析 由于 $\frac{a}{7}$ 是真分数,所以 a 必小于7,只能是1、2、3、4、5、6中的一个.将 $\frac{1}{7}$ 至 $\frac{6}{7}$ 分别化为小数后,发现它们的循环节都是由1、2、4、5、7、8这6个数字组成的,所以它们的循环节的各位数字之和相同.本题可从此入手.

详解 将 $\frac{1}{7}$ 至 $\frac{6}{7}$ 化为小数,分别为0.142857、0.285714、0.428571、0.571428、0.714285、0.857142.各数的循环节的數字之和都是 $1+2+4+5+7+8=27$.题目中的连续若干个数字是从小数点后第一位数字开始的,它应是包含若干个循环节和某个循环节中前面的几个数字.因为 $1992 \div 27 = 73 \cdots 21$,所以这连续若干数字包含73个循环节,另加某个循环节的前几位数字使这几个数字之和为21.循环节的前几位数字之和是21,那么它的后几位数字之和只能是6,因此它的后几位数字只能是5和1或4和2,这样只有0.857142满足,于是 a 为6.

评注 在解有关数字的题目时,常会用到某些数的特