中等专业学校试用教材

工程力学

下册

（材料力学部分）

鸡西煤矿学校 苏忠孝主编

人民教育出版社

(续表)

符号	符号意义	单位名称	单位代号
M_W	弯矩	牛顿米 牛顿毫米	N·m N·mm
$M_{W水平}$	水平面弯矩		
$M_{W垂直}$	垂直面弯矩		
M_{xd}	相当弯矩		
Δl	绝对变形	毫米	mm
ε	相对变形		
μ	泊松比，压杆长度系数		
α	材料线膨胀系数		
δ	延伸率		
	裂纹张开位移	毫米	mm
γ	切应变		
I_p I_z	极惯性矩 断面对 Z 轴的惯性矩	毫米四次方	mm^4
Z_p Z_z	抗扭断面系数 抗弯断面系数	毫米三次方	mm^3
ϕ	扭转角	度	°
	折减系数		
θ	单位扭转角	度每米	°/m
	转角	弧度	rad
y	挠度	毫米	mm
i	惯性半径	毫米	mm
λ	柔度		
K_d	动荷系数		
a	裂纹长度	毫米	mm

本书的主要符号表

符　号	符号意义	单位	
		名　称	代　号
T	轴力	牛　顿	N
Q	切力	千牛顿	kN
F_k	临界力		
σ	正应力		
τ	切应力		
σ_j	挤压应力，静荷应力	帕斯卡	Pa
$[\sigma]$	许用正应力	千帕斯卡	KPa
$[\tau]$	许用切应力	兆帕斯卡	MPa
p	容器内压力		
σ_p	比例极限		
	平均应力		
σ_s	屈服极限		
σ_b	强度极限		
σ_0	极限应力		
σ_{xd}	相当应力		
σ_d	冲击应力		
σ_a	应力振幅		
σ_{-1}	对称循环正应力持久极限		
τ_{-1}	对称循环切应力持久极限		
E	弹性模量		
G	切变模量		
n	安全系数		
M_n	扭矩		

下 册 目 录

绪　论

一、材料力学的内容

在工程实际中，所有的结构物和机械都是由许多构件组成的。当它们承受载荷时，每个构件都必须安全可靠，才能保证整个结构物和机械正常工作。为此，首先要求构件在载荷作用下不发生破坏，例如吊车的钢丝绳在起吊重物时不允许它发生断裂，否则将会引起严重的事故。有些构件虽不发生破坏，但并不一定能保证构件或机械正常工作，例如减速箱中的轴，由于受载荷过大而产生较大的弯曲变形，这就会加剧轴承与齿轮的磨损，并影响齿轮的正确啮合。此外，有些构件受到某种载荷作用时，其原有形状下的平衡可能变成不稳定的平衡。例如矿井中的支柱如果比较细长，当压力增加到一定程度时，就会突然屈曲变弯而发生破坏。这种现象称为构件在原有状态下的平衡丧失了稳定性。

根据上述情况，对构件能正常工作的要求可归纳为如下三点：

1．构件在载荷作用下不发生破坏，即构件应有足够的强度。

2．构件在载荷作用下产生的变形不超过允许的范围，即构件应有足够的刚度。

3．构件在载荷作用下其原有状态下的平衡应保持为稳定平衡，即构件要满足稳定性的要求。

在设计构件时，首先要满足安全的要求，即满足强度、刚度和稳定性的要求。此外，还要满足经济的要求。要使构件安全，则多用材料或用好的材料；要使构件经济，则要少用材料或用差的材料。显然，安全与经济这两方面是互相矛盾的。片面地追求经济

而忽视安全是绝对不允许的；但是，片面地不适当地强调安全而忽视经济，也是不允许的。为了多、快、好、省地建设社会主义，加速实现四个现代化，必须很好地解决这一矛盾，材料力学就提供了解决这一矛盾的理论基础，而矛盾的解决也促进了材料力学的进一步发展。

综上所述，材料力学就是研究构件的强度、刚度和稳定性的科学，并提出解决安全与经济这一矛盾的方法。

二、变形固体的概念及其基本假设

在理论力学中，把物体都看成是刚体，在自然界中刚体是不存在的。

材料力学所研究的物体（组成结构物及机械的构件），其材料的物质结构和性质虽然是千差万别的，但却具有一个共同的特性，即它们都是固体，而且在载荷作用下会产生变形——即物体形状和尺寸的改变。因此，这些物体统称为变形固体。

在对构件（即变形固体）进行强度、刚度和稳定性计算时，为了使计算简化，常略去材料的次要性质，并根据其主要性质作出假设，将它们抽象为一种理想的模型，作为材料力学理论分析的基础。下面是对变形固体所作的基本假设。

1．均匀连续性假设

从物体内任取一部分，不论其体积大小如何，认为其力学性质是一样的，并且物质是无空隙地充满整个几何体的。这一假设对于钢、铜等金属材料是相当适合的，而对于石、木材等材料则较差些。有了这个假设，在研究中就可以将从大尺寸试件得出的结论用于研究较小的单元体上去。

2．各向同性假设

认为材料沿各方向的力学性质是相同的。这一假设对于铸

钢、铸铜、浇注得较好的混凝土都可以当做各向同性材料，而对于木材、压延钢材等都是各向异性材料。但是，有些各向异性材料也可近似地看作是各向同性的。

构件在载荷作用下将发生变形，当载荷不超过一定限度时，绝大部分的构件在载荷撤去后均能恢复原状。当载荷超过限度时，则在载荷撤去后只能部分地复原而残留一部分不能消失的变形。在载荷撤去后能够消失的那一部分变形称为弹性变形，不能消失而残留下来的那一部分变形称为塑性变形。多数的构件在正常工作条件下只产生弹性变形，而且这些变形与构件原尺寸相比通常是很小的。所以，在材料力学中大部分问题只限于对弹性变形的研究，并且在研究平衡和运动等问题时，变形均可忽略不计。

综上所述，材料力学是将物体看作均匀、连续、各向同性的变形固体，且在大多数场合下只限于研究微小的弹性变形的情况。

三、杆件变形的基本形式

工程中构件的形状是多种多样的，如果构件的长度较横向尺寸大很多，这样的构件称为杆件。杆的横断面的形心连线称为杆的轴线。轴线是直线的杆件称为直杆。

材料力学研究的对象主要是直杆。

作用于杆上的外力是多种多样的，因此，杆的变形也各不相同。不过其基本形式只有以下四种：

(1) 拉伸或压缩；

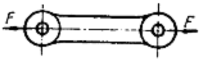
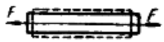
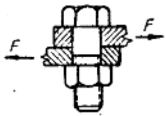
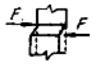
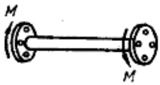
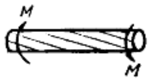
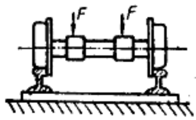
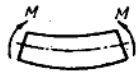
(2) 剪切；

(3) 扭转；

(4) 弯曲。

杆件的变形有时是复杂的，但是都可看成是几种基本变形的组合。

杆件变形的基本形式

基 本 变 形	工 程 实 例	载荷作用情况 杆件变形特征
拉　伸（压缩）		
剪　　切		
扭　　转		
弯　　曲		

第一章　轴向拉伸与压缩

§1-1　轴向拉伸与压缩的概念

拉伸与压缩是四种基本变形中最简单的，也是最常见的。例如图1-1是一个简易吊车，其中拉杆 AB 就是受拉伸的实例；图1-2是矿井支护的简图，其中的支柱就是受压缩的实例。

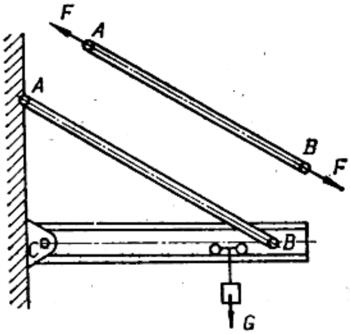


图　1-1

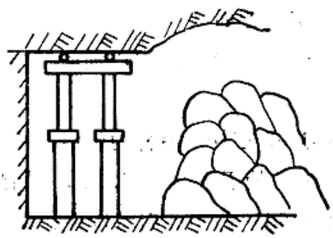


图　1-2

上述构件，有一个共同的受力特点，就是：作用在杆端的两个力，大小相等，方向相反，作用线与杆的轴线相重合。在这种外力作用下，构件只产生沿轴线方向的伸长或缩短。这种变形形式称为轴向拉伸与压缩。

§1-2 轴向拉伸(压缩)时横断面上的内力——轴力

一、内力的概念

构件在外力作用下将产生变形，同时在杆内产生附加内力。构件是由无数质点所组成的，在其未受外力作用时，质点间就存在着互相作用的内力，以保持其原有的形状。当构件受外力作用而产生变形时，各质点间的相对位置发生了改变，同时，质点间的内力也随着发生改变，它力图保持质点间原有的距离和联系，以抵抗外力使构件发生变形和破坏。这个由外力引起的内力的改变量，即引起的附加内力，就是材料力学所要研究的内力。

必须指出，内力是由外力引起的，它随着外力的改变而改变。但是，它的变化是有一定限度的，它不能随外力的增加而无限量地增加，当外力增加到一定程度，内力不再随外力增加而增加，这时构件就破坏了。由此可知，内力与构件的强度、刚度均有密切联系，所以内力是材料力学研究的重要内容。

二、内力的求法 截面法

求内力的方法是截面法。下面以轴向拉伸为例，说明截面法的步骤。

如图 1-3a 的构件，在杆端沿杆的轴线作用着大小相等、方向相反的两个力 F，杆件处于平衡状态，求 $I—I$ 断面上的内力。

1. 为显示内力，用一假想截面将构件在 $I—I$ 断面处截开，将构件分成 A、B 两部分，如图 1-3b 所示。

2. 保留一部分(如保留A部分)作为研究对象,将弃去部分(如B部分)的作用以截面上的内力T来代替,如图1-3c。因为物体是均匀连续的,故内力也是连续分布的,T是这些分布内力的合力。

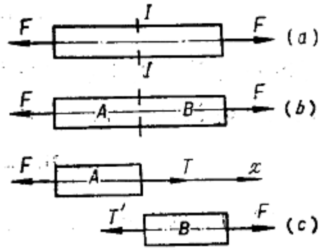


图 1-3

3. 对留下的部分建立平衡方程式,

$\sum F_x=0 \qquad T-F=0$

所以 $\qquad T=F$

在以内力T代替弃去部分对保留部分的作用时,一般都假设内力是拉力(即内力方向离开断面),符号规定为正,当求得T为负值时,内力即为压力(即内力方向应指向断面)。

根据作用与反作用定律,保留B部分,弃去A部分可得出同样结果。

§1-3 轴向拉伸(压缩)时横断面上的应力

一、应力的概念

为了研究构件的强度问题,只知道内力的大小是不够的,因为内力的大小不能标志构件的强度大小。如用同样材料制成两个断面积不同的杆件,在它们受力相同的情况下,从经验知道断面积小的容易断裂。因此,我们还必须知道内力在断面上的分布情况,也就是要知道内力的集度。

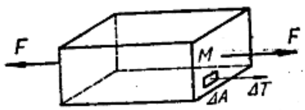


图 1-4

如图1-4所示,在横断面上取一点M,在M点处取一小块微面积ΔA,在ΔA上的内力是ΔT,ΔT是与轴线相平行的,即与

横断面相垂直的，在微分面积 ΔA 上的内力的平均集度为

$$\sigma_p = \frac{\Delta T}{\Delta A}$$

σ_p 称为平均正应力，其方向与横断面相垂直。M点的正应力 σ 为平均应力 σ_p 当 ΔA 趋近于零时的极限。即

$$\sigma = \lim_{\Delta A \to 0} \frac{\Delta T}{\Delta A} = \frac{dT}{dA}$$

正应力的单位为帕斯卡，代号帕(Pa)，用其他国际单位制表示的关系为牛/米^2 (N/m^2)。常用的单位是兆帕 (MPa) 1 兆帕等于 10^6 帕，等于牛/毫米^2($1\ N/mm^2$)，即

$$1\ N/mm^2 = 10^6 Pa = 1\ MPa$$

二、正应力计算

下面讨论轴向拉压时，构件横断面上正应力的分布规律和计算。因为应力的分布规律与构件的变形有关，因此首先研究变形。

一直杆在轴向拉伸时，由虚线位置变成实线位置(图 1-5)。在受力前所画与轴线垂直的两条线 ab 与 cd 变成 a_1b_1 与 c_1d_1；与轴线平行的两条顺轴线 qr 与 st 变成 q_1r_1 与 s_1t_1。可以看出，杆受力后 ab 与 cd 只相对的改变了位置，并仍为直线；qr 与 st 伸长了，即表面的纤维都伸长了，并且伸长量是相等的。根据表面现象，为了推断构件内部情况，故提出如下平面假设：假设原为平面的横断面在杆变形后仍为平面。可以设想杆件是由无数纵向纤维所组成，根据平面假设可知，每条纤维在杆件受拉伸时，其伸长量是相等

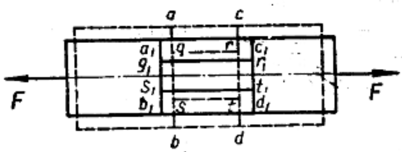


图 1-5

的。实验得知，变形与受力之间存在着一定的关系，由于各纤维伸长量相等，故每条纤维的内力是相等的，也就是说内力在横断面上是均匀分布的。因此，横断面上的正应力为

$$\sigma=\frac{T}{A} \tag{1-1}$$

式中：σ——横断面上的正应力；

T——横断面上的内力——轴力；

A——横断面的面积。

例 1-1 有一结构(图 1-6a)，AB 与 BC 杆的断面面积分别为 $A_{AB}=1000\,\mathrm{mm}^2$，$A_{BC}=500\,\mathrm{mm}^2$，试求各杆件的应力。

解 (1) 求杆件的内力 应用截面法将两杆件切开，保留右边部分，如图 1-6b 所示。根据平衡条件得：

$$\sum F_x=0 \qquad -T_{AB}\cos 30^\circ-T_{BC}\cos 45^\circ=0 \tag{a}$$

$$\sum F_y=0 \qquad T_{AB}\sin 30^\circ-T_{BC}\sin 45^\circ-G=0 \tag{b}$$

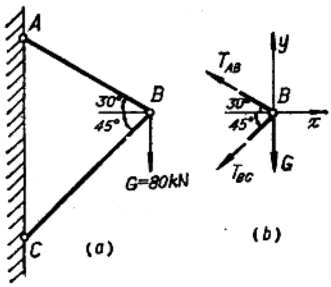


图 1-6

联立(a)及(b)并求解得：

$$T_{AB}=\frac{G}{\cos 30^\circ+\sin 30^\circ}=\frac{80000}{\cos 30^\circ+\sin 30^\circ}=58600\,\mathrm{N}$$

$$T_{BC}=-\frac{T_{AB}\cos 30^\circ}{\cos 45^\circ}=-\frac{58600\cos 30^\circ}{\cos 45^\circ}=-71800\,\mathrm{N}$$

(2) 求杆内应力

$$\sigma_{AB}=\frac{T_{AB}}{A_{AB}}=\frac{58600}{1000}=58.6\ \mathrm{N/mm^2}$$

$$\sigma_{BC}=\frac{T_{BC}}{A_{BC}}=\frac{-71800}{5}=-143.6\ \mathrm{N/mm^2}$$

§1-4　轴向拉伸(压缩)时的变形　虎克定律

杆件在轴向拉伸(压缩)时，其变形特点是沿着杆件纵向伸长(缩短)，同时沿着横向缩小(扩大)，如图 1-7 所示。

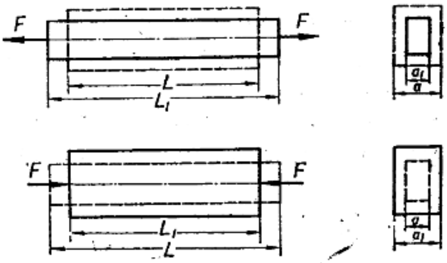


图 1-7

一、纵向变形

杆件在拉伸或压缩时，长度发生改变。杆件长度的改变量称为绝对变形，以 Δl 表示，若杆件变形前长度为 l，变形后长度为 l_1，则绝对变形为

$$\Delta l=l_1-l$$

拉伸时绝对变形为正，压缩时绝对变形为负。单位是毫米 (mm)。

绝对变形与杆件的长度有关，为便于分析研究，常用单位长度的变形表示。单位长度的变形称为相对变形，或线应变，以 ε 表示。故线应变为

$$\varepsilon=\frac{\Delta l}{l} \tag{1-2}$$

线应变是无量纲的量，其正负规定与绝对变形相同。

二、横向变形

杆件在受拉伸或压缩时，不但沿杆件纵向发生变形，同时，沿杆件横向也发生变形。横向绝对变形为

$$\Delta a = a_1 - a$$

横向线应变为

$$\varepsilon_1 = \frac{\Delta a}{a}$$

拉伸时横向缩小，ε_1 为负值；压缩时横向扩大，ε_1 为正值。实验表明，在弹性范围内，ε 与 ε_1 之比的绝对值是一常数，用 μ 表示这一比值，即

$$\mu = \left|\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon}\right|$$

μ 称为泊松比，它是无量纲的量。工程中常用材料的泊松比列于表 1-1。

表 1-1　常用材料的 $E \cdot \mu$ 值

材料名称	$E(10^4\,N/mm^2)$	μ
低碳钢	19.6～21.6	0.25～0.33
合金钢	18.6～21.6	0.24～0.33
灰铸铁	7.84～14.7	0.23～0.27
铜及其合金	7.25～12.7	0.31～0.42
铸钢	17.1	—
铝及硬铝	7.06	0.33
木材（顺纹）	0.98～1.18	—
混凝土	1.43～3.43	0.16～0.18

三、虎克定律

变形是在载荷作用下发生的，变形与载荷之间的关系，可通过实验得出。实验表明：在弹性范围内，变形与载荷成正比；与杆件长度成正比；与杆件横断面面积成反比。这一关系称虎克定律，可