

参考系理论及 感应电动机系统分析

杨顺昌 编

重庆大学出版社

参考系理论及感应电动机系统分析

杨 顺 昌 编

责任编辑 王 孝 祥

※

重庆大学出版社出版发行

新华书店重庆发行所经销

重 庆 电 力 印 刷 厂 印 刷

※

开本：787×1092 1/32 印张：5.25 字数：118千

1987年11月 第一版

1987年11月 第一次印刷

印数1—2,500

标准书号： ISBN7—5624—0026—1 统一书号：15408•24
TM•5 定 价：0.90元

目 录

序 言

第一章 参考系理论	1
1-1 概 述	1
1-2 变换方程	3
1-3 静止电路变量变换到任意参考系	8
1-4 常用的参考系	19
1-5 参考系之间的变换	21
1-6 平衡组的变换	22
1-7 平衡稳态相量关系	24
1-8 平衡稳态电压方程	28
1-9 从几个不同的参考系观察变量	32
第二章 对称感应电机理论	39
2-1 概 述	39
2-2 用电机变量表示的电压方程	40
2-3 用电机变量表示的转矩方程	44
2-4 转子变量的变换	45
2-5 任意参考系变量的电压方程	48
2-6 任意参考系变量的转矩方程	56
2-7 常用的参考系	57
2-8 标么值	58
2-9 无载起动特性	60
2-10 从不同的参考系观察起动特性	69
2-11 负载转矩突变时的动态特性	76
第三章 感应电机的线性化方程和降阶方程	80

3—1	感应电机的线性化方程	80
3—2	感应电机的降阶方程	88
3—3	用降阶方程预估感应电机的大扰动特性	95
3—4	线性化降阶方程	99
第四章	感应电机的计算机仿真	106
4—1	任意参考系中对称感应电机的仿真	106
4—2	同步电机的仿真	109
4—3	交流电机饱和的仿真	113
4—4	降阶模型的仿真	120
第五章	参考系理论在电力系统及拖动系统的分析和仿真中的应用	124
5—1	概述	124
5—2	电力系统	124
5—3	整流—逆变拖动系统	127
5—4	用同步旋转参考系表示的逆变器运行情况	137
5—5	整流—逆变系统的简化方程	145
参考文献		152
附录	常用的三角恒等式	158

第一章 参考系理论

1-1 概述

描述感应电机和同步电机的电压方程常含有一些随转子位置角变化的时变电感，因此，这些方程是变系数的。为了求解的方便，常采用变量变换的方法去减少这些方程的复杂性。以往采用过的数种变量变换，在最初被认为是彼此独立的^[1~4]，后来知道所有的实变换都是可以统一的^[5,6]，这个统一的变换是将电机的变量变换到旋转于任意角速度的参考系上。而所有使用过的实变换，只要在这个一般化变换中简单地规定参考系的旋转速度就可得到。

在二十世纪廿年代末，R.H.Park^[1]引入一种分析电机的新方法。他建立了一种变量变换，实际上这种变换是用随转子旋转的假想绕组上的变量去代替同步电机定子绕组的变量（如电流、电压、磁链等）。换言之，他将定子变量变换到固定于转子的参考系上。R.H.Park的变换引起了电机分析方法的“革命”。这个变换能消除同步电机的电压方程中所有的时变电感。

二十世纪卅年代末，在感应电机的分析中，H.C.Stanley^[2]也采用了变量变换。他指出：感应电机运行时，由于电路处于相对运动所引起的电压方程中的时变电感，可以采用把转子绕组变量变换到假想的静止绕组上去的办法予以消除。实际上，这是将转子变量变换到固定于定子的参考

系上。

G. Kron^[3] 又引入一种变换, 这种变换是将定、转子的变量同时变换到随旋转磁场同步旋转的参考系上。G. Kron 用这种方法消除了对称感应电机的时变电感, 这个参考系被称为所谓的同步旋转参考系。

D. S. Brereton^[4] 使用了另一种变换, 这种变换同样可以消除感应电机的时变电感, 他是采用将定子变量变换到转子参考系的方法, 这个变换基本上是 Park 变换在感应电机上的应用。

Park、Stanley、Kron、Brereton 等人提出的每一种变换都是为了适合某种特殊用途。直到 1965 年, P. C. Krause 提出了一种一般化变换^[5], 它包含了已知的所有感应电机的实变换, 这种变换是把定、转子变量变换到任意旋转速度下的参考系上, 从而消除时变电感。在此以前, Park 等人的每一种变换都是被单独地推导和处理的, 而 P. C. krause 的任意参考系方法, 只要简单地规定任意参考系的速度, 就可得到所有已知的实变换。以后又发现同步电机的定子变量同样能被变换为任意参考系上的量^[6]。然而, 仅当参考系被固定在转子上 (即 Park 变换) 时, 同步电机的时变电感才被消除。但在同步电机运行的分析中, 任意参考系不能提供象在感应电机分析中所得到的那些优点。

本章首先建立一般化变换, 暂不考虑电机方程的复杂性, 将此变换用来描述电阻、电感、电容等电路元件, 且研究许多变换的特性。用这样的方法, 有关一般化变换的一些基本概念和方法就能迅速而简明地建立起来。因此, 这一章所涉及到的交流电机分析是比较简单的。

1-2 变换方程

在交流电机的分析中，变量变换用来消除时变电感。然而在各种静止恒定参数的电力系统元件的分析中也常采用变量变换。例如，在研究大电力系统暂态和动态稳定性时采用的许多计算机程序中，所有电力系统元件（除同步机外）的变量都用同步旋转参考系表示。因此，变压器、输电线、负载、电容器组和静止无功补偿器等变量都需变换为同步旋转参考系上的量。同样，在电力拖动和高压交直流系统中，与整流、逆变有关的变量也常被表示为同步旋转参考系中的量。

对上述的这些元件，已知的实变换也同样被包含在任意参考系的变换中。这个变换已用于感应电机和同步电机的定子变量和感应电机的转子变量中，但是，为了便于分析，这一章仅考虑与静止电路有关的变量变换，待以后分析感应电机时，再修正这种分析去适应感应电机转子变量的变换。

把三相静止电路元件的变量变换成任意参考系的变换可以表示为

$$\mathbf{f}_{d d o s} = \mathbf{K}_s \cdot \mathbf{f}_{b c s} \quad (1-1)$$

式中

$$(\mathbf{f}_{d d o s})^T = [f_{q s} \ f_{d s} \ f_{0 s}] \quad (1-2)$$

$$(\mathbf{f}_{b c s})^T = [f_{a s} \ f_{b s} \ f_{c s}] \quad (1-3)$$

$$\mathbf{K}_s = \frac{2}{3} \begin{pmatrix} \cos \theta & \cos(\theta - 2\pi/3) & \cos(\theta + 2\pi/3) \\ \sin \theta & \sin(\theta - 2\pi/3) & \sin(\theta + 2\pi/3) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \quad (1-4)$$

$$\text{而} \quad \theta = \int_0^t \omega(\xi) d\xi + \theta(0) \quad (1-5)$$

式中 ξ 是积分变量。

其逆变换为

$$(K_s)^{-1} = \begin{Bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 1 \\ \cos(\theta - 2\pi/3) & \sin(\theta - 2\pi/3) & 1 \\ \cos(\theta + 2\pi/3) & \sin(\theta + 2\pi/3) & 1 \end{Bmatrix} \quad (1-6)$$

上面的方程中， f 能表示电压、电流、磁链或电荷等。上标 T 表示矩阵的转置，下标 S 表示与静止电路相关的变量或变换。角位移 θ 必定是连续的，而与变量变换有关的角速度可以是任意的，参考系可以旋转于任何恒定或变化的角速度下或者保持静止。任意参考系的含意是基于这种参考系的角速度可以是任意的，而任意选择的目的是为了简化系统方程的解或者是为了满足系统的某些限制。变量变换可以用于任何波形和时间相序的变量，然而，我们将会发现前面给出的变换特别适合于 abc 相序。

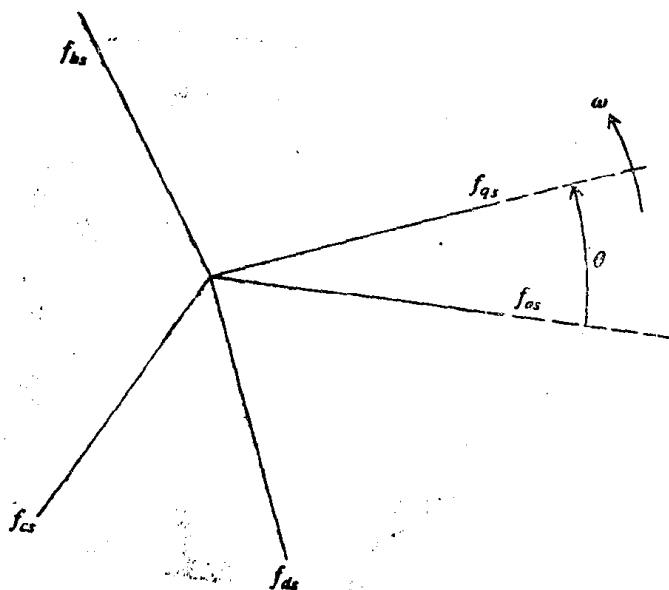


图1-1 由三角关系 述静止电路的变换

尽管任意参考系的变换仅仅是一种数学上的变量变换，并不需要什么物理含意，但是，按图1—1所示的变量间的三角关系去理解变换方程是很方便的。这可解释如下：变换的方程式中的 f_{qs} 和 f_{ds} 变量可认为是沿相互垂直轴线的“有向”变量，而且是在 ω 角速度下旋转的；图上的 f_{as} 、 f_{bs} 和 f_{cs} 是沿彼此位移 120° 的静止轴线的“有向”变量。如果 f_{as} 、 f_{bs} 和 f_{cs} 沿 f_{qs} 方向分解，那么式 (1—1) 的第一行即可得到；而如果 f_{as} 、 f_{bs} 和 f_{cs} 沿 f_{ds} 方向分解，则可得第二行。要特别注意， 0_s 变量与任意参考系是无关的，而零变量仅仅与 abc 变量有数学关系，但与 0 无关。不要混淆 f_{as} 、 f_{bs} 和 f_{cs} 与相量的关系，它们可以是任何时间函数的瞬时值。当交流电机使用这种变换时，用图1—1解释是特别方便的。交流电机中 f_{as} 、 f_{bs} 和 f_{cs} 的方向可被认为是定子绕组磁轴的方向，而 f_{qs} 和 f_{ds} 的方向可被认为是由变量变换所得到的新绕组磁轴的方向。

在 abc 变量中，总的瞬时功率可以表示为

$$P_{abc} = u_{as} i_{as} + u_{bs} i_{bs} + u_{cs} i_{cs} \quad (1-7)$$

在 $qd0$ 变量中表示的总的瞬时功率必须等于在 abc 变量中表示的总的瞬时功率，因此，将式 (1—1) 代到式 (1—7) 得

$$P_{qd0s} = P_{abc} = \frac{3}{2} (u_{qs} i_{qs} + u_{ds} i_{ds} + 2 u_{0s} i_{0s}) \quad (1-8)$$

系数 $3/2$ 来源于变量变换中所采用的变换矩阵的常数。虽然 qs 和 ds 电压、电流、磁链和电荷等的变化规律决定于参考系的速度，但是，总的瞬时功率的变化规律与参考系无关。换言之，总的瞬时功率的变化规律是相同的，而与计算它所选择的参考系无关。

式(1—8)证明如下:

式(1—7)可写成

$$P_{a1cs} = [V_{a1cs}]^T [i_{abc s}]$$

其中

$$[V_{a1cs}]^T = [(K_s)^{-1} (V_{qd0s})]^T$$

$$[i_{abc s}] = (K_s)^{-1} [i_{qd0s}]$$

所以

$$\begin{aligned} P_{abc s} &= [V_{abc s}]^T [i_{abc s}] \\ &= [(K_s)^{-1} (V_{qd0s})]^T (K_s)^{-1} [i_{qd0s}] \end{aligned}$$

经过运算,并参考附录的三角恒等式,即得(1—8)式。

注意:绝不能采用下式计算总的瞬时功率

$$v_{qs} i_{qs} + v_{ds} i_{ds} + v_{0s} i_{0s}$$

因为此处所用的 K_s 并非恒功率变换的缘故。

例一 为了熟悉这种变换,使

$$f_{as} = \cos t \quad f_{bs} = \frac{1}{2}t \quad f_{cs} = -\sin t$$

我们首先求 f_{qs} 、 f_{ds} 和 f_{0s} 的表达式。由式(1—1)得

$$\begin{aligned} f_{qs} = \frac{2}{3} \left[\cos t \cos \theta + \frac{1}{2}t \cos \left(\theta - \frac{2}{3}\pi \right) \right. \\ \left. - \sin t \cos \left(\theta + \frac{2}{3}\pi \right) \right] \end{aligned} \quad (1-9)$$

$$\begin{aligned} f_{ds} = \frac{2}{3} \left[\cos t \sin \theta + \frac{1}{2}t \sin \left(\theta - \frac{2}{3}\pi \right) \right. \\ \left. - \sin t \sin \left(\theta + \frac{2}{3}\pi \right) \right] \end{aligned} \quad (1-10)$$

$$f_{0s} = \frac{1}{3} \left(\cos t + \frac{1}{2}t - \sin t \right) \quad (1-11)$$

现在假定 $\theta(0) = -\frac{\pi}{12}$ 及 $\omega = 1$ 弧度/秒。在 $t = \frac{\pi}{3}$ 秒时，
计算式 (1-9) ~ 式 (1-11)，并表示 f_{as} 、 f_{bs} 、 f_{cs} 、 f_{ds} 和 f_{0s} 变量之间的关系。由式 (1-5) 得

$$\theta = \int_0^{t/\pi} 1 d\xi + \theta(0)$$

$$\theta_{t=\pi/3} = \pi/3 - \pi/12 = \pi/4 \quad (1-12)$$

代入式 (1-9) ~ 式 (1-11) 后，即得

$$\begin{aligned} f_{as} &= \frac{2}{3} \left[\cos \frac{\pi}{3} \cos \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \frac{\pi}{3} \cos \left(\frac{\pi}{4} - \frac{2}{3}\pi \right) \right. \\ &\quad \left. - \sin \frac{\pi}{3} \cos \left(\frac{\pi}{4} + \frac{2}{3}\pi \right) \right] \\ &= \frac{2}{3} \left[\frac{1}{2} \times \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{2} \times \frac{\pi}{3} (0.2588) - \frac{\sqrt{3}}{2} \right. \\ &\quad \left. \times (-0.9659) \right] = 0.8836 \end{aligned} \quad (1-13)$$

$$\begin{aligned} f_{ds} &= \frac{2}{3} \left[\cos \frac{\pi}{3} \sin \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \times \frac{\pi}{3} \sin \left(\frac{\pi}{4} - \frac{2}{3}\pi \right) \right. \\ &\quad \left. - \sin \frac{\pi}{3} \sin \left(\frac{\pi}{4} + \frac{2}{3}\pi \right) \right] \\ &= \frac{2}{3} \left[\frac{1}{2} \times \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{2} \times \frac{\pi}{3} (-0.9659) \right. \\ &\quad \left. - \frac{\sqrt{3}}{2} \times 0.2588 \right] = -0.2509 \end{aligned} \quad (1-14)$$

$$\begin{aligned} f_{0s} &= \frac{1}{3} \left[\cos \frac{\pi}{3} + \frac{1}{2} \frac{\pi}{3} - \sin \frac{\pi}{3} \right] \\ &= \frac{1}{3} \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2} \right] = 0.0525 \end{aligned} \quad (1-15)$$

~ 7 ~

在 $t = \pi/3$ 秒和 $\theta = \pi/4$ 时，变量间的三角关系表示在图 1—2 和图 1—3 上。在图 1—2a 中描述了 f_{as} 沿 f_{os} 和 f_{ds} 分解的情况。式 (1—13) 的第一项是 f_{as} 沿 f_{os} 方向的分量，式 (1—14) 中的第一项是 f_{as} 沿 f_{ds} 方向的分量。注意：在图 1—2b 和 1—2c 中 f_{ds} 方向的分量是负值。所有分量的合成表示在图 1—3 上。

1—3 静止电路变量变换到任意参考系

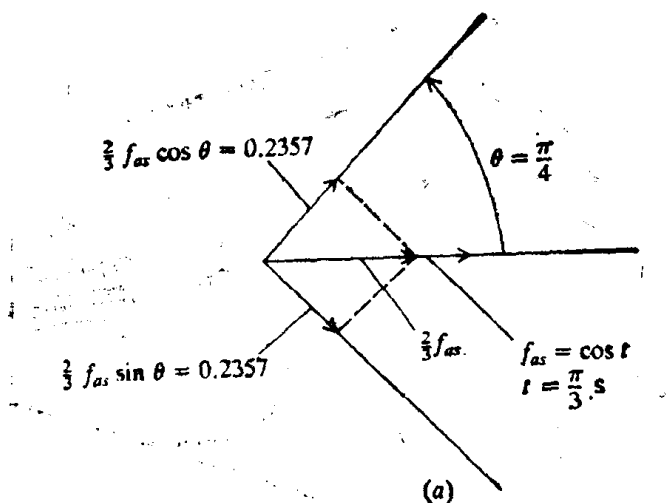
现在分别讨论电阻、电感和电容的电路元件。

电阻元件：对于三相电阻电路

$$V_{abc s} = r_s i_{abc s} \quad (1-16)$$

由式 (1—1) 得

$$\begin{aligned} V_{qd os} &= K_s V_{abc s} \\ &= K_s r_s (K_s)^{-1} i_{qd os} \end{aligned} \quad (1-17)$$



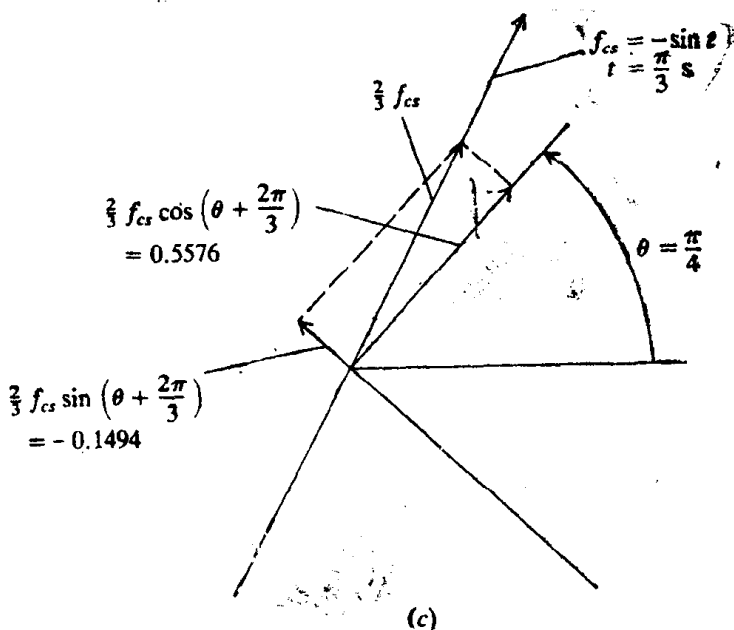
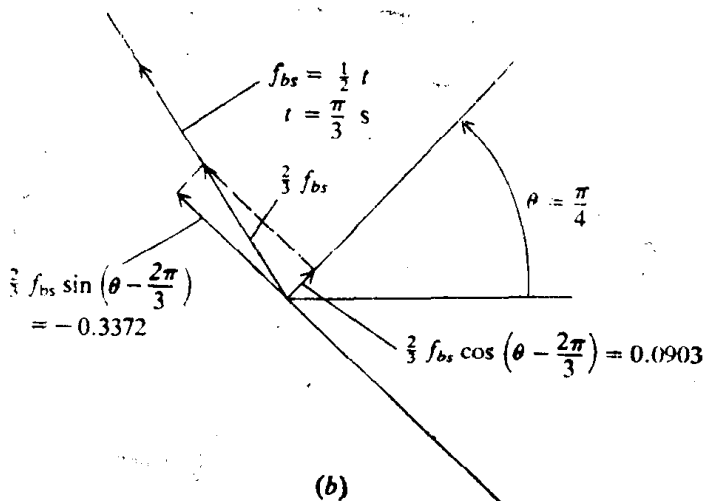


图1—2 f_{bs} 和 f_{cs} 沿 f_a 和 f_d 方向的分解
 (a) f_{bs} 的分解 (b) f_{bs} 的分解 (c) f_{cs} 的分解

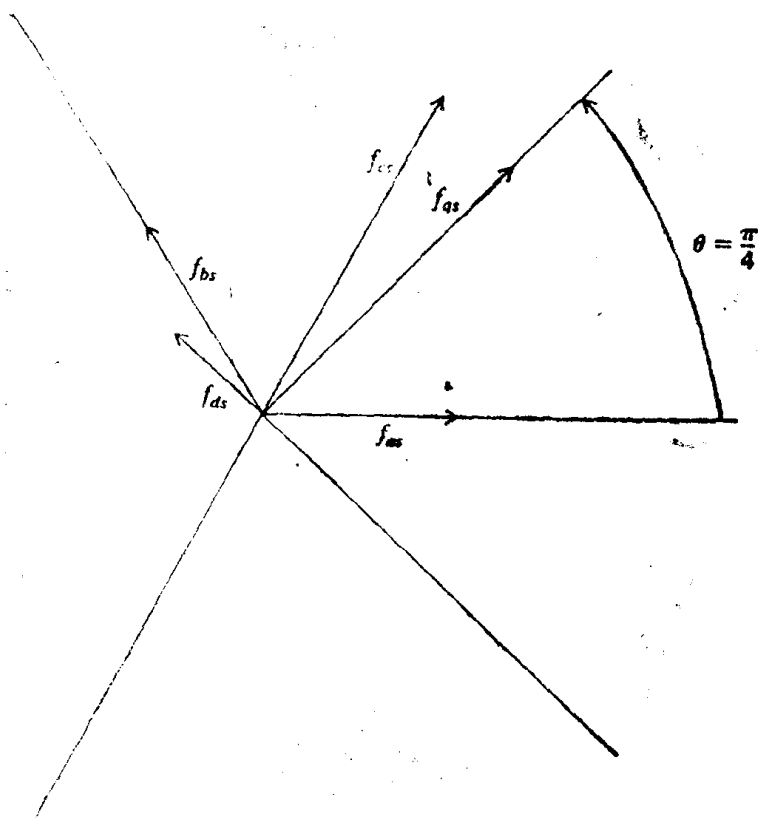


图1—3 图1—2的合成

在讨论以前，规定电阻矩阵是必要的，所有的同步电机和感应电机的定子绕组都设计成各相具有相同的电阻。同样地，变压器、电容器组、输电线等所有电力系统的元件也都设计成各相有相同的电阻，甚至电力系统的负载分配，亦要求各相尽可能相等。因此，如果对角线矩阵 r_s 的非零元素是相等的，那么

$$\mathbf{K}_s \mathbf{r}_s (\mathbf{K}_s)^{-1} = \mathbf{r}_s \quad (1-18)$$

所以，如果实际电路每相有相同的电阻，那么用任意参考系表示的电阻矩阵应等于用实际变量表示的电阻矩阵。如果相电阻不相等，那么，除了当 $\omega = 0$ 时， $\mathbf{K}_s$ 是代数值（不含 θ 的三角函数）外，任意参考系的电阻矩阵将含有 θ 的正弦函数。换言之，如果相电阻是不平衡的，只有当参考系是固定的，通过变换才得到不平衡的恒定电阻，否则，变换得到的电阻将是 θ 的正弦函数。只要将 $\mathbf{r}_s = \text{diag}[\mathbf{r}_{as} \ \mathbf{r}_{bs} \ \mathbf{r}_{cs}]$ 代入 $\mathbf{K}_s \mathbf{r}_s (\mathbf{K}_s)^{-1}$ 中，这个特点就很容易得到解释。

电感元件：对三相电感电路

$$\mathbf{V}_{abc} = p \ \mathbf{A}_{abc} \quad (1-19)$$

这里 p 是算子 d/dt 。在线性磁系统中，进行变量变换前，通常磁链 $\mathbf{A}$ 表示为电感矩阵与电流矩阵的乘积。然而对磁链进行变换，其结果仍然是正确的，而且直接变换磁链还可减少计算的工作量。在分析交流电机时，由于电感矩阵是转子角位置的函数，直接变换磁链特别方便。因此，经过变量变换，式(1-19)变成

$$\mathbf{V}_{qds} = \mathbf{K}_s p [(\mathbf{K}_s)^{-1} \mathbf{A}_{qds}] \quad (1-20)$$

上式可写成

$$\mathbf{V}_{qds} = \mathbf{K}_s p [(\mathbf{K}_s)^{-1}] \mathbf{A}_{qds} + \mathbf{K}_s (\mathbf{K}_s)^{-1} p \mathbf{A}_{qds} \quad (1-21)$$

从而容易得到

$$p [(\mathbf{K}_s)^{-1}] = \omega \begin{bmatrix} -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ -\sin(\theta - 2\pi/3) & \cos(\theta - 2\pi/3) & 0 \\ -\sin(\theta + 2\pi/3) & \cos(\theta + 2\pi/3) & 0 \end{bmatrix} \quad (1-22)$$

而

$$K_s p[(K_s)^{-1}] = \omega \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (1-23)$$

在推导式(1-23)的过程中,可查阅附录中的三角恒等式。

现在方程式(1-21)可写成

$$V_{qd0s} = \omega \Lambda_{qds} + p \Lambda_{qd0s} \quad (1-24)$$

式中

$$[\Lambda_{dqs}]^T = [\Lambda_{ds} \quad -\Lambda_{qs} \quad 0] \quad (1-25)$$

方程式(1-24)的展开式为

$$v_{qs} = \omega \lambda_{ds} + p \lambda_{qs} \quad (1-26)$$

$$v_{ds} = -\omega \lambda_{qs} + p \lambda_{ds} \quad (1-27)$$

$$v_{0s} = p \lambda_{0s} \quad (1-28)$$

式(1-26)和式(1-27)右边的第一项被称为由任意参考系角速度引起的“速度电压”。显然,如果 ω 是零,此时参考系是静止的,当然速度电压项都是零。很明显,如果参考系固定于实际的电路上,那么三相电感电路的电压方程就变成了常用的磁链对时间的变化率。由于方程式(1-19)是正确的,所以式(1-26)~式(1-28)也都是正确的,而与系统的磁特性是否线性毫无关系。

对于线性系统,磁链可表示为

$$\Lambda_{abc} = L_s i_{abc} \quad (1-29)$$

任意参考系的磁链可写成

$$\Lambda_{qd0s} = K_s L_s (K_s)^{-1} i_{qd0s} \quad (1-30)$$

与电阻电路的情况相同,在对式(1-30)进行计算以前,规定电感矩阵是必要的。但是电感矩阵一旦被规定,为了在

任意参考系中表示任何三相电感电路，仅需对式(1—30)进行计算，并将最后的 λ_{qs} 、 λ_{ds} 和 λ_{0s} 代入电压方程(1—26)~式(1—28)即可。对于线性电路，如果在变换前用 $\mathbf{L}_s$ i_{abc} 代替 Λ_{abc} 是简便的，因为这样作减少了矩阵的运算。

例如 $\mathbf{L}_s$ 是一个对角线矩阵，且对角线上的元素是相等的，于是可得

$$\mathbf{K}_s \mathbf{L}_s (\mathbf{K}_s)^{-1} = \mathbf{L}_s \quad (1-31)$$

这种型式的矩阵能描述三相平衡感性负载的电感或高压输电系统的三相线路电抗器组或无相间耦合的任何对称三相电感网络。很明显，对有关不平衡或不对称相电阻的论述，同样适用于不对称电感的情况。

对具有隐极的同步电机和感应电机的定子而言，其电感矩阵的型式是

$$\mathbf{L}_s = \begin{pmatrix} L_{ls} + L_m & -\frac{1}{2} L_m & -\frac{1}{2} L_m \\ -\frac{1}{2} L_m & L_{ls} + L_m & -\frac{1}{2} L_m \\ -\frac{1}{2} L_m & -\frac{1}{2} L_m & L_{ls} + L_m \end{pmatrix} \quad (1-32)$$

式中 L_{ls} 是漏感， L_m 是励磁电感。这个电感矩阵描述了对称感应电机和圆型转子同步电机定子自感和相间互感的关系。

利用式(1—32)给出的 $\mathbf{L}_s$ ，由读者自己证明下式

$$\mathbf{K}_s \mathbf{L}_s (\mathbf{K}_s)^{-1} = \begin{pmatrix} L_s + \frac{3}{2} L_m & 0 & 0 \\ 0 & L_s + \frac{3}{2} L_m & 0 \\ 0 & 0 & L_s \end{pmatrix} \quad (1-33)$$