

模 拟 理 論 及 計 算 技 術

A. M. 苏 啓 林 編



國防工業出版社

模 拟 理 論 及 計 算 技 術

A. M. 苏 啓 林 編

清华大学自动控制系譯



國防工業出版社

內容簡介

本書系苏联專家A. M. 苏啓林(A. M. Сучилин)副教授 1957~58 年在清华大学自动控制系为教师及部分同学講授这门課时的講稿。

本書內容分三部分：第一部分講物理模拟和数字模拟的理論基础和实例；第二部分以較多篇幅叙述各种类型（电子式、机电式、机械式）連續作用計算机的原理和基本結構，也講到快速电子数字計算机的原理和基本結構；第三部分介紹实际应用解算裝置研究动态系統的方法。

本書可作为高等学校自动控制和計算技术兩专业的教学参考書，也可供用模拟方法从事电工、热工、力学等方面研究工作时参考。

鑒于这门新兴科学还缺少系統的教材，各方面函索者極多，故征得專家同意不加修改仍以講義形式出版。由于出版時間很紧，未能仔細校閱，錯誤应由譯校者負責，希望讀者指正。意見請寄国防工业出版社或清华大学自动控制系。

國防·業出版社 出版

北京市書刊出版業營業許可証出字第 074 号
机械工业出版社印刷厂印刷 新华書店發行

*

850×1168 $1/32 \cdot 127/8$ 印張 332 千字

一九五八年十二月北京第一版

一九五八年十二月北京第一次印刷

印数：1—3,500 册 定价：(10)2.00 元

№ 2205

目 录

緒論	4
第一章 模拟理論	9
§ 1 模拟理論的概論	9
§ 2 具有集中参数的电路和机械系統的数学模拟	34
§ 3 电机系統的电学模拟	55
§ 4 物理場的电学模拟	75
第二章 解算技术	92
§ 1 概論	92
§ 2 求和装置	110
§ 3 乘法装置和除法装置	123
§ 4 微分和积分装置	139
§ 5 表現复杂函数的装置	177
§ 6 用以表現三角函数的装置, 向量問題	231
§ 7 解数学方程式(連續作用数学机)	257
§ 8 快速数字計算机	312
第三章 数学模型和解算装置的实际应用	353
§ 1 数学模型的应用	353

緒 論

科学技术發展到今天，很多問題的解决都需要进行大量的計算和实验。在許多情况下計算速度要求很高，計算某些問題时还必需用自动控制。有些数学問題非常繁重，解起来常常需要很大的計算队伍进行好几个月的工作。这些都促使計算技术不断地蓬勃發展，以保証計算工作自动化，并用最短的时间解决各种复杂的数学題。

科学技术的順利發展，离开了細心的实验研究是不可想像的。随着技术的發展，实验越来越复杂。出現了用实验来研究昂贵而又重要設備的事故状态的必要性。由于这些原因，越来越多的实验是在实验室中用模型来做的了。这就是模拟理論和技术以及新的模拟設備不斷發展的原因。

現在計算装置和模拟装置日益成为科学研究机关，設計机构中必不可少的設備。

核子技术，原子物理方面的研究所需的計算工作是用快速不連續作用計算机进行的。这种計算机也用于研究超音速飞行的問題，研究飞机零件的各种剖面的流綫性，使这些研究所需的計算工作自动化。这种計算机是利用电子管和半导体元件做成的，因此有着極高的計算速度（每秒鐘 7000~8000 次算术运算）。这种計算机能力很强，有着許多用途：可以做文字翻譯、下棋，以及进行其他邏輯工作。利用快速数字机可以模拟某些生理过程，因此在医学上使用計算机是很有發展前途的。应当指出，应用計算机給数学的进一步發展提供了保証，因为有了它可以解以前認為不能解的方程式，求出以前积不出的积分。应用这种計算机来自动控制个别生产装备或者整个生产过程是極有前途的。現在已經有用不連續計算机控制的金屬切削机床，用計算机自动控制切削机床就不必画加工机械圖，因为計算机可以按照設計数

据直接控制加工过程。在工程上应用这种计算机的缺点是：綫路复杂，体积龐大，准备方程式的工作很繁雜。准备方程式以使用计算机解的工作就是要将数学运算任务化为大量的算术步骤。以便按照一定的程序进行数学計算，这需要許多数学家进行長期的工作。

在这方面看来，連續作用计算机就簡便得多。連續机与快速不連續机不同，它不是通用的，只是用来解某一类的方程式，例如：綫性代数方程，常微分方程，偏微分方程等。連續机的很重要的优点是可以直接解数学問題。这就根本省去了准备工作的時間。連續计算机广泛的用来解綫性的和非綫性的高次微分方程；可用来分析和綜合自动調节系統和随动系統。連續机和不連續机結合起来用就有可能实行生产过程的綜合自动化。

現代的用于研究自动調节系統和随动系統的过渡过程的連續计算机，可以直接模拟这些系統，这种連續机叫做数学模型。数学模型和求解装置 (Решающее устройство) 不同之处在于它的每一个独立的被控制元件，都相应于物理系統的一个元件。

用求解装置計算自动系統时必须找出这个系統的微分方程，这就要求作大量的計算工作以确定微分方程的系数，这些系数将要作为輸入数据引入计算机中。在方程式变换整理之后，这些系数和被研究系統的参数之間失去了直接的联系。为了分析某个参数的变动对过渡过程的影响，就須要重新計算被解方程式的許多系数。

用数学模型时，物理系統每个参数和模型的每个独立可調整参数之間保持着直接的联系，这样就可以很簡便地研究每一个参数对过渡过程的影响。数学模型和一般連續作用计算机之間的主要区别在于使用方法不同，以及各个計算元件的結合方法，也就是結構不同。

不针对任何具体的物理系統也可以写出数学方程式，并且用数学模型来解，因此时常有“模拟”方程式的說法，也即把数学

模型当作連續計算机看待。

在建造連續求解裝置时要解决这个任务：找到一个裝置，它的内部过程在一定条件下可以用給定的方程式来描写。这也就是要模拟給定的方程式。建造連續作用求解裝置的主要任务乃是要用一些物理量来模拟所要解的問題中的变量，因此它的理論基础就是“模拟理論”。

連續作用計算裝置常常用于專門的目的，例如：用来控制高射炮群，控制艦艇的炮火，控制飞机和火箭的飞行等。在苏联造成了用来使編制火車运行圖（時刻表）的計算工作自动化的連續計算机。

模拟对于实验研究有着重大的意义。研究控制蒸汽鍋爐，电站的同步發电机等对象的調节系統时，有必要把这些对象从負載上断开；此外还必须制造事故状态以檢驗它們的工作；这对于上述裝置都是不允許的。如果有了模型，就可以免去这些困难。例如可以制造一个方程式和电站的巨型發电机的方程式相同的小容量电机，在实验室里进行試驗：把它和真实的調节設備連接起来，就不难确定應該如何調整調节設備以得到所需的發电机工作指标。現在已經可以模拟整个动力系統，在实验里面研究系統的模型，用从这里得到的实验結果作为設計發电机的調节系統和改善調节系統的特性的依据。

电模型主要用在技术上和物理上为解决某一問題，可以有很多种参数配合方案，需要进行比較以确定最好的参数配合的这种場合；現代技术大量地提出这类問題，以寻求一个裝置的最好的工作指标。

現在講一講解算裝置（Счётно-решающие устройства）的一般特性。

現代的計算裝置分为两大类：（1）計算裝置（Счётные устройства）或不連續机，常常又叫做数字机。（2）求解裝置（Решающие устройства）或連續机，时常还叫做模拟机。

在数字机里是用脉冲电碼来表示問題中的变量的，需要的数学运算都利用脉冲电碼来进行。引入的函数和求得的函数都是把各变量的数值列成表来表示的。数字机在工作时不断地从函数表里面选出函数值，按照确定的順序进行一系列的算数运算，其工作步骤为：引入——运算——輸出結果（数据）或記憶，如此繼續。数字机所作的运算差不多全是利用电子的、半导体的、或是磁的脉冲綫路来进行的，这些脉冲綫路的总数达到好几千。数字计算机从原則上講有无限限制的精确度，因为任何数都可以用不連續的数碼表达到任何事先給定的精确度，只要計算和記憶設備的容量（計算器和記憶設備的位数）足够就行了。現在的通用快速数字机准确度可到 10^{-10} 。

在連續机里引入和求得的函数是用物理量的值来表示的。待解問題的变量用一批物理量来模拟，所进行的数学运算就用这些物理量来做。連續机的准确度取决于各个元件的制造質量和装配的質量，以及慣性誤差。此外，各元件特性的稳定性和电源的稳定度对它的准确度有極大影响。現代的电子連續計算机的准确度为 $5 \sim 10\%$ 。

应当指出，連續机解方程式是瞬时进行的，就是說每一时刻的輸出值就是方程式在当时的解。

对不連續电子计算机來說，解一个方程需要进行好几千次算术运算，这样，即使是用每秒鐘能进行8000次运算的机器也要經過严重的滞后才能得到結果，所以它比連續机要慢得多。

連續机的优点就在于沒有滞后，这对于把解算装置用到閉环自动控制系统中特別显得重要。

目前已經提出要把快速数字计算机的运算速度提高到每秒20~30万次。

在模拟理論和解算技术的發展上俄国和苏联的学者有杰出的貢獻。首先應該指出 П. Л. Чебышев 院士在建立最接近0的差函数的理論方面的工作，这种理論是現代建造近似地用机械方法表

現函數關係的裝置的基礎。他還發明了第一個四則運算器，這種運算器的動作原理在許多現代的加法機和計算機里都得到應用。А. И. Крылов 院士建立了常微分方程機械解法的一般理論，並且為了這個目的第一個做出了積分器。М. В. Кирпичёв 院士在發展模擬的一般理論和熱過程模擬上做出了巨大的貢獻。列寧格勒工業大學的 С. А. Гершгорин 教授從 1926 年起發表了一系列的著作，其中指出了建造表現復變量的代數函數的機構的一般理論，並且設計了具體的機構圖。他第一個證明了利用電路網絡來模擬偏微分方程的差分解法的可能性。在隨後的年代里，在 Л. И. Гутенмахер 的領導下，Н. В. Корольков, Б. А. Волынский, В. П. Лебедев 等做出了電力積分器，並已移交工業部門生產，它的基礎就是 Гершгорин 提出的電路網絡；另外他們還做出了電子管積分器。現在，在蘇聯有非常現代化的電力系統的模式：Д. И. Адирев, П. С. Жданов, И. С. Брук 設計的計算台，В. А. Веников, Г. П. Золотарёв 等設計的包括旋轉電機（發電機的模式）的動態模型。

在設計新計算機和數學模型方面，有蘇聯學者 С. А. Лебедев 院士，И. С. Брук 院士，В. А. Трапезников 通訊院士，В. В. Ушаков, А. А. Фельдбаум, Б. М. Когон, Б. И. Ромеев 等。蘇聯出品的用於自動調節系統和隨動系統的研究的連續計算機是輕型的台式電子計算機，可以模擬研究具有六階微分方程的非線性系統。還有可以解 12 階微分方程的連續機。

第一章 模 拟 理 論

§ 1 模拟理論的概論

a) 数学模拟和物理模拟

模拟可分为数学模拟和物理模拟两类。用物理模拟时，模型和原型(оригинал)的区别只在于大小比例不同，模型和原型中进行的过程其物理本質完全一样，就是說用的是保持同一物理本質的模拟。

用数学模拟(或者叫做类比模拟)时，模型内进行的过程和原型内的过程物理本質不同，但是两种过程遵守同样的方程式。也就是說模型实现的是另一种物理現象，不过这个現象是和原型中的現象用同一类方程描写的。

物理模型(модель)是各种原型(机車火爐，堤壩、运河，电站的發电机等)的精小的縮影，利用它就可以校驗給原型列方程式时所作的假設，研究原型中發生的現象的物理实質，物理模型还可以用于各种数学示范和表演。

数学模拟所利用的是各种現象之間的方程式等形性(изоморфизм уравнений)，就是說可以用同一組方程式来描写内容不同的許多現象。数学模拟的基础是类比(аналогия)，即基于物理本質互异的各种現象的相同的数学描写。В. И. 列宁在“唯物論与經驗批判論”中写道：“自然界的統一性在屬於不同領域的現象的微分方程的《惊人的相似性》中显示出来”(可参閱人民出版社 1953 年版 320 頁——譯者)同一組方程式既可用来解决流体力学的問題，也可用来表达位場理論；液体的漩渦理論和气体摩擦理論表現出与电磁理論惊人地相似；等等。这种惊人的相似性，正是数

学模拟的基础。在技术实践里得到广泛应用的求解装置就是基于数学模拟的原理的。一个设备的数学模型可以是其他的任何一种物理本质不同的装置，只要它们是用一样的数学方程描写的。进行数学模拟时，常常采用电的或机电式的模型；他们比起其他类型的模型来有一系列的优点：电磁过程便于控制，便于测量，电工装置占地小，容易设计，调节简单，等等。

在进行数学模型和物理模拟时都必须知道被模拟系统的方程式。不过数学模拟只有当方程式已经在一定的假设的基础上写出来了，并且已经变换到便于解出的形式之后才可能实现，而物理模拟则可以用一般形式下的，分析法和数学模型不能解的方程式。

下面我们还可看到，利用量纲分析的办法，可以确定相似判据(Критерий Подобия)，有了相似判据就可以进行模拟，而不必列出方程式来。

物理模拟可以把具体的现象重现出来。现象本身比起由观察一系列现象综合所得的规律来，要更丰富、更广泛，所以物理模拟可以比数学模拟更全面地表现被模拟现象。

无论是数学或是物理模拟都可以检验被模拟系统与接在模型上的真实的技术装置共同工作的情况。并且可以事先用实验方法调整这个真实的技术装置。

两种模型都可以用来解微分方程式。但是用数学模型可以很简便地研究原型各个参数的变化对其工作的影响，因为要在数学模型上改变这些参数是很容易的。

不应该把数学模拟和物理模拟看成互相排斥的；它们是互相补充的，应当平行地发展。

物理模拟和数学模拟的基础是相似理论。

到不久以前为止，相似论主要是用于研究各种热力设备工作过程中的对流热交换方面的问题，以及液体动力学和气体动力学方面的问题。目前它的应用已经大大地推广了。包括了物理变化

和化学变化，电学现象和机电的現象等領域。

現在講相似論所要解决的命題。

自然現象的研究是一方面用实验的方法，另一方面用理論的方法来进行的。在大多数情形下，理論研究可以得到用微分方程的形式来表示諸物理量之間的关系的定律(規律)。要解这些微分方程是很困难的，在許多情形下根本是不可能的，如果对某个現象进行了实验研究，并且确定了它的微分方程，那么不必解这些方程式，利用相似論，我們可以把实验結果推广到一大批相似的現象上去。

相似論告訴我們如何去鑒別相似的現象，提供了确定相似判据的方法，它是組織实验，整理实验結果，把这些結果有規律地推广到其他現象上去的科学方法。

6) 現象之相似

相似論研究的是相似現象的性質和确定相似的方法，現象的相似和几何学中講的相似是一样的，但是概念要更广泛些。

在几何学里面，圖形相似就是指它們的相应的角大小相等，相应的边長短成比例，如圖 1。

$$\frac{l_{1a}}{l_{2a}} = \frac{l_{1b}}{l_{2b}} = \frac{l_{1c}}{l_{2c}} = m_l \quad (1-1)$$

如果两个过程相似，則在相应的时刻，第一个过程和第二个过程的相应的变量以及参数之間的比例應該保持常数，举例來說，如果两个电路相似，則在相应的时刻应当保持下列关系(圖 2)。

$$\frac{i_1}{i_2} = m_i \frac{u_1}{u_2} = m_u \frac{R_1}{R_2} = m_R \frac{L_1}{L_2} = m_L \quad (1-2)$$

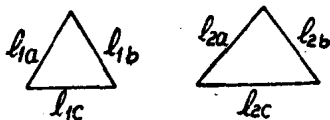


圖 1

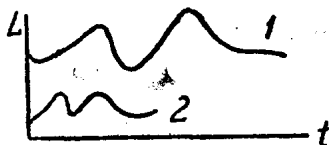


圖 2

相似系数 m_i m_u m_R m_L 在物理模拟时是无量綱的純数——比例系数，在数学模拟时它們具有确定的量綱。因为相应的变量有

着不同的量綱。

进行模拟时要求在各相似系数之間保持一定的关系，这些关系是从相似判据推导出来的。相似判据总是沒有量綱的，它們是一些物理量按照一定規則組成的无量綱的結合，可以和物理量一样在同样的程度上用来形容任何具体現象。确定相似判据之間的函数关系比确定物理量之間的函数关系要容易些。确定相似判据之間的关系后很容易轉到物理量本身的关系上去。这样，在許多情况里用相似判据来求所研究过程的方程式就可使推导工作簡化。

相似現象的相似判据是相等的：

$$\pi = idem$$

它們的同样的函数之間也是相等的：

$$f(\pi) = idem$$

в) 相似定理 (Теоремы подобия)

相似理論建立在三个基本定理的基础上。

第一定理断言：相似系統應該有同样的相似判据。

确定相似系統这种性質的第一相似定理是牛頓首先建立的，它可以从牛頓第二定律直接証明出来。

假定两个質点系統相似，那么对于每一对相应的点來說其相应物理量之間的比例應該保持常数：

$$\frac{F_1}{F_2} = m_F \frac{M_1}{M_2} = m_M \frac{l_1}{l_2} = m_l \quad (1-3)$$

F_1, F_2 ——力 M_1, M_2 ——質量 l_1, l_2 ——距离。

一般說来，時間的比例尺也可以不同： $\frac{t_1}{t_2} = m_t$ 。

根据牛頓第二定律，对第一个系統我們有方程式

$$F_1 = M_1 \cdot \frac{d^2 l_1}{dt_1^2} \quad (1-4)$$

对第二个系統

$$F_2 = M_2 \cdot \frac{d^2 l_2}{dt_2^2} \quad (1-5)$$

将(1-4)中各量用第二系統的相应量置換，根据(1-3)得到：

$$F_2 m_f = M_2 m_M \frac{d^2 l_2}{dt_2^2} \cdot \frac{m_l}{m_t^2} = \frac{m_M M_l}{m_t^2} \cdot M_2 \frac{d^2 l_2}{dt_2^2} \quad (1-6)$$

微分号之后的置换： $l_1 = m_l l_2$ $t_1 = m_t t_2$ 是可以容許的，因为变量的绝对量并不影响变量的变化規律。因此我們可以得到速度的关系为

$$V_1 = \frac{dl_1}{dt_1} = \frac{dl_2}{dt_2} \cdot \frac{ml}{mt} = V_2 \frac{ml}{mt}$$

因为

$$\frac{d^2 l_1}{dt_1^2} = \frac{dv_1}{dt_1}$$

得

$$\frac{d^2 l_1}{dt_1^2} = \frac{dv_2}{dt_2} \cdot \frac{m_l}{m_t}$$

这样就从(1-4)得到了(1-6)。

把(1-6)各項用(1-5)各項来除，于是得到

$$m_F = \frac{m_M m_l}{m_t^2}$$

或写作

$$\frac{m_M m_l}{m_F m_t^2} = 1 \quad (1-7)$$

所以，在力学相似系統中，質量、距离、力、時間的比例尺之間應該保持(1-7)的关系。

参照(1-3)，可以从(1-7)求得物理量本身之間的比例應該符合下列关系：

$$\frac{M_1 l_1}{F_1 t_1^2} = \frac{M_2 l_2}{F_2 t_2^2} \quad (1-8)$$

这个无量綱的比例就是力学系統の相似判据，它对于所有相似系統是相同的。把足标去掉，就可以把这个相似模数写成更一般的形式。

$$\pi = \frac{Ml}{Ft^2} \quad (1-9)$$

一些最常見的重要的相似模数是以發現者的名字命名的，(1-9)的相似模数就叫做牛頓模数，記作

$$N_e = idem$$

另外还有 Эйлер 判据，Кирпичёв 判据等等。

相似第二定理又叫 π 定理，是 А. Федерман 和 Е. Букингэм 創立的。

π 定理可以讓我們利用量綱分析找到描述一个具体現象的相

似判据的个数，并确定这些判据的表达式。

第一定理和第二定理明确了相似现象的性质，但是并没有告诉我们判断相似性所需的条件，以及进行模拟时应该在变量以及参数间保持何等的比例关系。

由 М. В. Кирпигёв 证明的相似第三定理补足了前面两个定理，说明了判断相似性的充分和必要条件，第三定理断言：现象是相似的，如果它们的单值条件 (Условия однозначности) 相似，并且从单值条件引出来的相似判据数值相等。

第三定理使相似论终于成为组织实验和进行模拟的科学方法。

所谓单值条件是指决定一个现象的特性 (个性) 从一群现象中把一个具体现象区分出来的那些条件，属于单值条件的有下列因素：系统的几何性质，介质和系统中物体的对于所研究现象有重大影响的物理参数，系统的起始状态，边介条件。

遵照第三定理，要求现象相似必须使单值条件相似。下面就来研究上述每种条件的相似。

几何相似 如果现象是在一个有限的，具有确定形状和大小空间之内进行的，则在几何相似的系统中任何相应点的坐标应满足比例：

$$\frac{l_1}{l_2} = m_l。$$

在进行物理模拟以及物理场的数学模拟时必须保证几何相似，对于模拟具有集中参数的系统，则不要求保持几何相似这种单值条件的相似。

时间相似 在随时间而变化的过程里 (包括过渡过程在内)，每一时刻都对应着各物理量的一批确定的数值。若原型和模型同步运行，那末如果说在某一时间 t 原型中各物理量取得某一批数值，则在同一个时间模型中各物理量将取得相似的，仅仅相差一个不变的相似系数的数值。假若模型中的过程是加速地或延缓地进行的，则将在 t' 时出现相似的数值，在这种情况下，时间要保

持不变的比例关系 $t' = m_t t$ 。这种时间的对应关系叫做时諧性 (Гомохронность)。

系数 m_t 在整个过程中都保持不变。时间相似在物理模拟和数学模拟中都是必要的。

物理参数的相似 如果原型的物理参数 (例如电容, 电感电阻) 的数值是 C, L, R , 则在模型中相应点上的参数应该满足。

$$C' = C \cdot m_C \quad L' = L \cdot m_L \quad R' = R \cdot m_R$$

这个条件对物理模拟和数学模拟都是必要的。对数学模拟说来系数 m 是有量綱的。

起始条件的相似 过程的进行一方面取决于过程的性质, 另外也取决于起始条件, 起始条件包括变量的起始值, 起始速度及加速度等等。

相应起始条件之间的比例应该等于相当的相似系数, 例如 $i_{20} = m_i i_{10}$ 其中 m_i 就是电流的相似系数。起始条件的相似对于物理模拟学模拟都是必要的。

对于自动调节过程說起始条件有着極重大的影响。例如当被調系統有某些非綫性时, 在某些起始条件下系統是稳定的, 而当起始条件是另外一种情况时就可能不稳定。所以, 在用模型研究調节系統时, 恰当的选择和正确地表现起始条件是非常重要的。

边介条件的相似 在研究一个现象时, 需要限制它的进行区域 (范围), 在这个区域的边介上可能有別的现象在进行, 这些现象不依赖于被研究现象, 但是对后者有影响, 这样就不能只依靠描写被研究现象的方程式来判断各变量間的相互作用, 必須考虑到在所研究的空間区域内以及与此空間区域接壤的区域内进行的所有现象。因此模拟某个过程时, 必須保持边介条件的相似。

应当指出边介条件也可能随時間而变化, 这时就还要保持边介条件在時間上的相似, 也就是組成边介条件的物理量的時間相似。

边介条件之相似对物理和数学模拟都是必須保持的。

必須指出，單值条件决定了过程的变量和物理参数的大小規模。在方程式全等的情况下，單值条件相似就是現象相似的充分 and 必要条件。

除上述基本定理外，В. А. Веников 又补充了一些适用于局部情况的規則，对于进行模拟頗有帮助，他指出了适用于电工問題的四条規則：

1. 由几个相似的系統組成的复合系統也互相相似，只要各个系統（因子系統）的公共元件相似，也就是說只要边界条件相似。

2. 适用于綫性系統的相似条件，也可以推广到非綫性系統，只要滿足附加条件——它們的可变参数的相对特性曲綫是一样的，即該可变参数对某一变量的函数关系相同。

3. 适合于各向同性的系統以及在某种意义上說适合于均質系統的相似条件，可以推广到各向异性的和非均質的系統上，只要进行比较的系統的非均質性和各向异性的情况相对地講是相同的。

4. 在几何上不相似的空間内进行的諸現象也可以相似，并且一个系統的空間上每一点都对应着另一个与之有物理相似的系統的空間上完全确定的一点。这种相似叫作仿射相似（аффинное подобие）。

г) 相似判据的确定

确定相似判据有两个办法：利用 π 定理和量綱分析的方法以及分析方程式的方法。两个方法給出同样的結果，但是用不同的方法来对过程作数学描写。

进行量綱分析时必须看清楚有那些物理量参加所研究的現象，并且要知道测量这些量的單位系統据以建立的規則，也就是要知道这个單位系統的量綱方程式。

用量綱分析的办法之所以能够得出电磁过程及其他过程的相