根据2001年试验修订版大纲和教材编写

点拨

DIANBO

特高级教师点拨

高二数学

丛书总主编 荣德基

综合思维 应用思维 创新思维

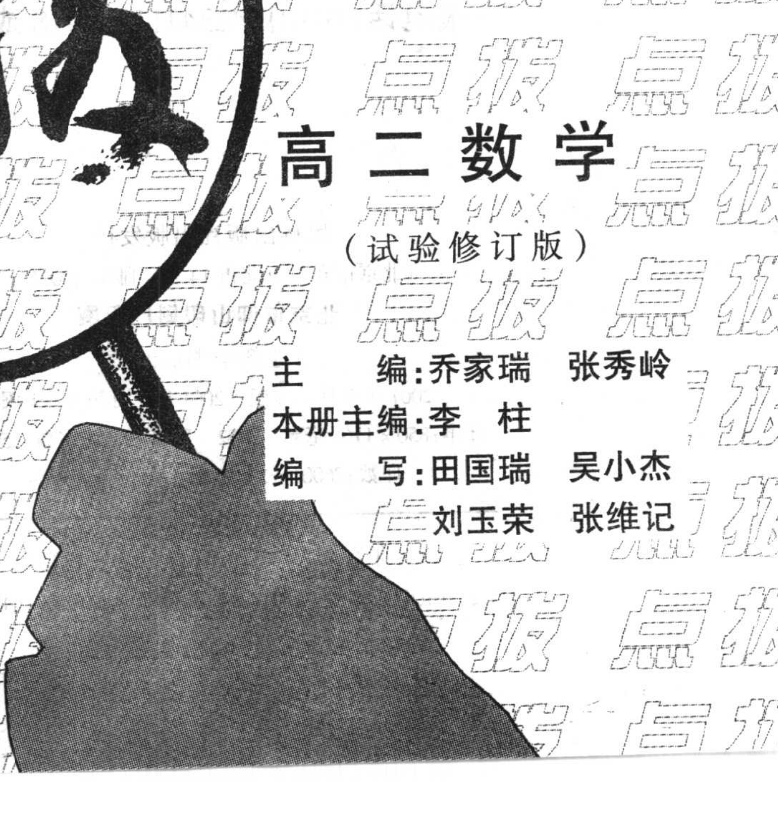
民族出版社

特高级教师

点拨

高二数学

（试验修订版）



主　　编：乔家瑞　张秀岭
本册主编：李　柱
编　　写：田国瑞　吴小杰
　　　　　刘玉荣　张维记

责任编辑:覃代伦　李有明

图书在版编目(CIP)数据

特高级教师点拨高二数学/乔家瑞主编. - 北京:民族出版社,1998.8

(三精丛书)

ISBN 7-105-03164-6

Ⅰ.特… Ⅱ.①乔… ②彭… Ⅲ.数学课 - 高中 - 教学参考资料 Ⅳ.G633.603

中国版本图书馆 CIP 数据核字(98)第 22716 号

民族出版社出版发行

(北京市和平里北街 14 号　邮编 100013)

北京市仰山印刷厂印刷

各地新华书店经销

2001 年 7 月第 4 版　2001 年 7 月第 4 次印刷

开本:850×1168 毫米　1/32　印张:9.5　字数:250 千字

印数:26001—34000 册　定价:10.50 元

该书如有印装质量问题,请与本社发行部联系退换

(总编室电话:010 - 64212794;发行部电话:010 - 64211734)

高考在平时，成功在点拨
——《点拨》丛书第5次修订版序

《点拨》丛书自1997年问世以来，多年修订，年年再版，畅销不衰，已成为全国文教图书的一个闪亮品牌，得到全国各地成千上万师生的厚爱。魅力何在?

在学生心求通而未得，口欲言而未能的时候，用精辟的语言点透之，开其意，达其辞，使其顿悟、通透，这就是点拨。

1. 独创的三种综合题，适应理科综合、文科综合、文理综合不同考试的需要

单综合题：即学科内综合题。本学科内的综合性题目，以本节本章本学科的知识交叉、关联点为主命题，着力培养学生的学科综合能力。

小综合题：数、理、化、生四科之间的跨学科综合性题目，适应高考“理科综合”能力考试的需要；政、史、地之间的跨学科综合性题目，适应高考“文科综合”能力考试的需要。

大综合题：理、化、生与政、史、地之间的跨科之间的综合性题目，适应高考文理大综合能力测试的需要。

《点拨》丛书独创的单综合题、小综合题、大综合题，能满足全国各地师生“各取所需”之要求，是本丛书的重要特色，也是2002版修改的主要内容。

2. 独创的综合题、应用题、创新题、实验题、高考题体系，闪耀着无限的魅力

综合题：包括学科内综合题(单综合题)和跨学科综合题(文科综合题、理科综合题、文理大综合题)，着力培养学生的综合能力。

应用题：以现实生活中的有关理论问题和实际问题命题，结合所学知识，联系实际，使学生在做题时，联系到工农业生产和日常生活。着力培养学生的应用能力。

创新题：创新的形式应该是多样的，新的解题思路、新的解题方法，新信息、新观念、新模型，着力培养学生的创新精神和创造能力。

……

这5种类别的题，从不同的角度训练学生的思维，将会开启学生学习知识的智慧之门，大大增强学生的学习兴趣。

3. 目标鲜明：以高考为目标

本丛书以学生怎样才能在高考中取得好成绩、考上理想大学为目标，鲜明地提出了“**高考在平时**”的口号，书中每章节中的“高考思维点拨”和课后练习题中的“高考题”，能使学生从高一的第一天开始，就可以利用这套丛书逐渐地了解高考、认识高考、熟悉高考，培养高考意识和应试能力。

4. 突出“点拨”特色，使学生能无师自通

各种例题、练习题、测验题等的答案大多包括“所考知识点、解题过程及答案、解题点拨”三个部分，使学生不但知其然，还要知其所以然。使本丛书能够成为“减负”后学生的“课外老师”。**特别有利于学生自学，更应成为非全日制学生和社会青年参加高考的自学读物。**

5. 新颖、科学的内容体系

每章节（或单元、课）包括高考目标要求、必记知识精粹、重点难点注意点导析、易错点和易忽略点突破、综合应用创新思维点拨、强化练习题（A卷为教材跟踪练习题；B卷为综合题、应用题、创新题、高考题；C卷为竞赛趣味题）、课外参考和全章总结。

6. 平时以高考题为标准衡量，找到差距和不足

各种训练题、检测题，以高考题为标准，大多给出了每道题的**难度**（表示方法：容易题用Y表示；中等难度题用Z表示；难题用N表示）、**做题时间**（分钟）、**分值**（分），例如【Y 5 六】分别表示容易题、5分钟做完、本题分值6分。通过衡量，学生可知自己离大学校门还有多远。

7. 建议配套使用《点拨》丛书的姊妹篇《综合应用创新题·典中点》丛书

《典中点》丛书是《点拨》丛书的姊妹篇，亦由荣德基先生编写，从初一到中考、高一到高考各科均有，以综合题、应用题、创新题为特色，在学好课本的基础上，辅之以《点拨》，再用《典中点》进行强化训练，是你取得优异考试成绩的成功捷径。

这7大特色，已成为全国各地学生及老师选择教辅书的重要参照系，是你不悔的选择。在今后的高考中，对学生“能力”和“素质”的考查，会体现和反映在综合题、应用题、创新题中，而且比例会逐年增大。而这对于学生，正是难点所在，它会拉开考分，决定你能否成为一名学习成绩优异的学生。**本书的特色，能使你更好地把握好这种转变。**

只有用汗水铺就的人生道路才会留下坚实的脚印，也只有用智慧营造的云梯才能帮你登上成功的顶峰。我们所做的，只是指一条路，助一把力。高考在平时，成功在点拨。当你被鲜花簇拥时，当你被掌声包围时，那就是我们期盼的时刻。

尽管我们对本丛书的编写工作高度重视，作风严谨，态度认真，但疏漏之处在所难免，恳请读者不吝赐教。**来函请寄：100073　北京100073－47信箱丛书编委会　李德宁老师收。**也可按该地址邮购《点拨》丛书和《典中点》丛书（只按书的订价收费，免邮寄费）。咨询热线：(010)8788 8319

荣德基

2001年7月于北京

目录

第六章 不等式

高考目标要求

高考知识点	高考要求		出现高考题年份	分值
	能力层次	具体要求		
不等式	了解	理解不等式的概念 掌握判断符号法则	91、92	10′3′
不等式性质	掌握	记准性质、熟练运用	93、2000	3′5′
不等式证明	掌握	运用均值不等式熟练求最值，掌握比较法、分析法、综合法、放缩法	92、93、94、95、96、97、98、99、	12′12′12′12′12′12′12′4′
不等式解法	掌握	熟练掌握二次、无理、分式、高次、指数、对数不等式及含参数的不等式	90、91、91、94、95、96、97、98、99、99、2000	12′4′12′8′4′11′5′5′5′10′12′
含有绝对值不等式	掌握	掌握绝对值不等式定理 掌握含绝对值不等式的解法	89、90、96	3′3′12′

说明：不等式在生产实践和相关的学科中应用广泛，又是学习高等数学的重要工具，所以不等式是高考数学命题的重点. 从近几年全国试题上看，考查不等式知识有加强的趋势.

本章在高考中近年都有二至三个题，分值都在 22 分以上，可见不等式的内容在高考中是个比较稳定的热点，高考试卷中除单独考查不等式的试题外，常在函数、数列、立几、解几和实际应用问题中涉及不等式的内容，预计今后几年中，不等式仍将是高考的重点内容之一，本章内容在高考试卷中形式多样，既有选择题、填空题，又有解答题，既有容易题，又有中档题和难题.

本单元能力要求、试题类型在各知识点中的体现如下：

1. 不等式的性质的考查常与二次函数、指数函数、对数函数的性质考查结合起来，一般多以选择题的形式出现，有时与充要条件的知识结合起来. 此类试题要求学生要有较好、较全面的基础知识，一般难度不大.

2. 解不等式的试题常以填空题和解答题形式出现，在解答题中，含字母参数不等式较多，需要对字母参数进行恰当地分类讨论.

3. 证明不等式是理科考查的重点，经常用一次函数、二次函数、对数函数为背景来考查，近几年常在函数、不等式、数列、解析几何各种知识网络的交汇点处考查如 1996 年理科试题、1997 年理科试题、1999 年理科试题等. 这就要求学生提高分析综合能力，能根据题目特点，选择合理的证明方法，并能灵活运用不等式性质、函数的性质，进行推理、证明.

4. 应用问题常与不等式知识结合考查. 应用问题是近年数学高考命题的热点，而应用问题多与不等式相关，需根据题意建立不等式，设法求解，或者用均值不等式或者用函数单调性求出最值. 这就要求学生具备建立数学模型、抽象数学表达式、解决实际问题的能力. 进而增强应用、创新意识.

5. 含有绝对值不等式. 这类知识经常出现在高考试卷中. 因此，应总结解(或证明)绝对值不等的规律，会准确地去掉绝对值符号，把绝对值不等式等价变形为不含绝对值的不等式.

第 1 节 不等式的性质

Ⅰ. 基础知识必备

一、必记知识精粹

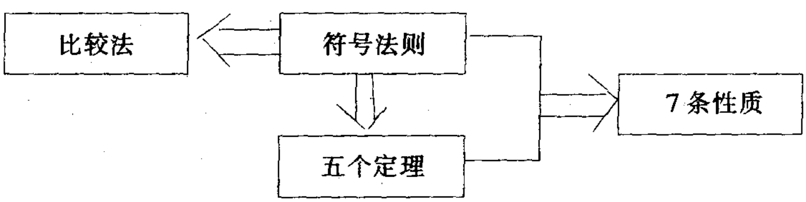
序号	记忆项目	必记知识	必记知识讲解	巧记方法	学习札记
1	公式	$a-b>0 \quad a>b$ $a-b=0 \quad a=b$ $a-b<0 \quad a<b$	这是不等式的基本性质，是比较两实数大小的依据	由 $a-b$ 的符号定 a,b 的大小	比较大小可作差. 常用因式分解、通分、配方、函数的性质等变形来判断差的符号

续表

序号	记忆项目	必记知识	必记知识讲解	巧记方法	学习机记
2	公式	$a>b,c>d\Rightarrow a+c>b+d$	大+大>小+小	加法	同向不等式只能相加,不能相减
3	公式	$a>b,c<d\Rightarrow a-c>b-d$	大−小>小−大	减法	
4	公式	$a>b>0,c>d>0\Rightarrow ac>bd$	大×大>小×小	乘法	勿忘正数条件常成考点
5	公式	$a>b>0,0<c<d\Rightarrow \frac{a}{c}>\frac{b}{d}$	$\frac{大}{小}>\frac{小}{大}$	除法	
6	公式	$ab>0,a>b\Rightarrow \frac{1}{a}<\frac{1}{b}$	$\frac{1}{大}<\frac{1}{小}$	倒数	$ab>0$ 常受忽视
7	公式	$a>b>0,P>0,P\in R\Rightarrow a^P>b^P$	$大^P>小^P$	幂	本质是 $y=x^P$ 的单调性

二、重点难点注意点导析

不等式性质的理解和记忆是本节的重点,可用下面的方式从逻辑上系统掌握.



由于不等式性质是不等式同解变形和证明不等式的理论依据,必须透彻理解不等式性质的条件和结论.弄清是充分条件、必要条件,还是充要条件如 $ab>0,a>b\Rightarrow\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$,$ab>0$ 是必要条件.再如 $a>b>0,c>d>0\Rightarrow ac>bd$,$a>b>0,c>d>0$ 是充分条件.利用不等式性质证明不等式是本节的难点.要突破这个难点,必须抓住不等式性质条件及结论的式子结构、看它们是+,−结构还是×,÷结构,联想相应不等式性质即可得证.提醒注意不等式性质在应用时,小心性质条件是否具备,作到有根有据,如 $a>b\Rightarrow ac^2>bc^2$ 是错误的,$c=0$ 时就不成立,又如 $a>b,c>d\Rightarrow ac>bd$ 也是常见错误.

三、易错点和易忽略点突破

(1)作差法适用于任何两实数的大小比较,但是要注意恒等变形彻底后,才能作出差是大于零或小于零,然后判定两个数的大小.

【例】当 $x_1<x_2<0$ 时,比较 $\sqrt{1+x_1^2}$ 与 $\sqrt{1+x_2^2}$ 的大小

解:$\sqrt{1+x_1^2}-\sqrt{1+x_2^2}=\dfrac{x_1^2-x_2^2}{\sqrt{1+x_1^2}+\sqrt{1+x_2^2}}=\dfrac{(x_1-x_2)(x_1+x_2)}{\sqrt{1+x_1^2}+\sqrt{1+x_2}}$

这里:$x_1<x_2$ $\therefore$ $x_1-x_2<0$,又 $x_1<x_2<0$ $\therefore$ $x_1+x_2<0$

且 $\sqrt{1+x_1^2}+\sqrt{1+x_2^2}>0$

由此:$\sqrt{1+x_1^2}-\sqrt{1+x_2^2}>0$ 即 $\sqrt{1+x_1^2}>\sqrt{1+x_2^2}$

此题若在第一步就根据函数 $y=\sqrt{1+x^2}$ 的单调性对 $\sqrt{1+x_1^2}$ 与 $\sqrt{1+x_2^2}$ 进行比较,就失去了作差比较的意义.

通过有理化、因式分解后再加以判断,这是作差比较的实质.

(2)作商比较应特别注意,两数必须是均正的.

【例】若 $0<a<b,c\neq0$,试比较 ac 与 bc 大小,当然此小题用作差比较最好:$ac-bc=c(a-b)$,又 $a<b\Rightarrow a-b<0$,

可知,当 $c>0$ 时 $ac<bc$;当 $c<0,ac>bc$.

若采用作"商"法:$\dfrac{bc}{ac}=\dfrac{b}{a}$ 由于 $0<a<b,\Rightarrow\dfrac{b}{a}>1$

即 $bc>ac$,这一结论显然是错误的,其原因主要在于 $ac<0,bc<0$,两负数作商比较是没有根据的.(下一节我们具体研究作商比较法的根据).

➡ Ⅱ.综合应用创新思维点拨

层层用性质,步步有依据是本节应当培养的数学思维品质,也是不等式性质运用的解题模式.要真正掌握性质及其运用.一要自己解题体会解题思路,提高分析问题,解决问题的能力;二要善于挖掘性质的深层含义如 $a>b$,$b>c\Rightarrow a>c$(传递性)本身是放缩法的理论依据,即要证 $a>c$ 一般将 a 缩为 b,证明 $b>c$;或将 c 放为 b,证明 $a>b$.

一、综合思维点拨

本节综合点主要在自身知识点上,体现在各性质的综合应用,以及相关的恒等变形象因式分解、乘法公式、分式性质等.高考试题经常在小综合上命题.

【例 1】若 $a>b>0,c<d<0,e<0$,则 $\dfrac{e}{a-c}>\dfrac{e}{b-d}$

所考知识点:不等式性质.

证: $\left.\begin{matrix}a>b>0\\c<d<0\end{matrix}\right\}\xRightarrow{\text{相减法则}} a-c>b-d>0 \xRightarrow{\text{倒数法则}}$

$\left.\begin{matrix}\dfrac{1}{b-d}>\dfrac{1}{a-c}\\e<0\end{matrix}\right\}\xRightarrow{\text{乘常数法则}}\dfrac{e}{b-d}<\dfrac{e}{a-c}\xRightarrow{\text{对称法则}}\dfrac{e}{a-c}>\dfrac{e}{b-d}$

点拨:步与步之间,可根据形和形的变化,联想相应的不等式性质.因此这类问题我们常从条件和结论的形式人手,如本题未知部分有 $a-c,b-d$ 差,

联想相减法则，$\frac{e}{a-c}$，$\frac{e}{b-d}$分式，联想倒数法则或相除法则，左、右两侧都有e，联想乘常数法则.

【例2】已知$a>b>c>d>0$，且$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$，求证$a+d>b+c$

所考知识点：不等式性质，比例定理.

证：$\because \frac{a}{b}=\frac{c}{d}$　$\therefore \frac{a-b}{b}=\frac{c-d}{d}$

$\therefore (a-b)d=(c-d)b$　又$\because b>d>0$　$\therefore \frac{a-b}{c-d}=\frac{b}{d}>1$，而$c-d>0$

$\therefore a-b>c-d$　$\therefore a+d>b+c$

点拨：不等式性质和比例定理联合运用，使式子形与形之间的转换更迅速.这道题不仅有不等式性质应用的信息，更有比例的信息，因此这道题既要重视性质的运用技巧，也要重视比例定理的应用技巧.

二、应用思维点拨

不等式性质作为研究不等关系问题的理论依据，在最值、不等关系等实际问题中发挥重要作用.

【例1】某顾客第一次在商店买x件某种商品花去$y(y\geqslant 1)$元，第二次再买这种商品发现该商品已降价，且120件恰好降价8元，第二次比第一次多买10件，共花去2元，那么他第一次至少买这种商品几件?

所考知识点：函数，不等式性质.

解：依题有$\begin{cases} y\geqslant 1 & (1)\\ (x+10)(\frac{y}{x}-\frac{8}{120})=2 & (2)\end{cases}$

由(2)得$y=(\frac{2}{x+10}+\frac{1}{15})x=\frac{x(x+40)}{15(x+10)}\geqslant 1$　$\because x+10>0$

$\therefore x(x+40)\geqslant 15(x+10)$　$\therefore x^2+25x-150\geqslant 0$　$\therefore (x+30)(x-5)\geqslant 0$

$\because x+30>0$　$\therefore x-5\geqslant 0$　$\therefore x\geqslant 5$

答：第一次至少买5件商品.

三、创新思维点拨

本节的创新思维主要在本节知识与本学科内的知识综合上和解题过程的处理方法上.

【例1】已知$\frac{\pi}{2}<\beta<\alpha<\frac{3\pi}{4}$，$\cos(\alpha-\beta)=\frac{12}{13}$，$\sin(\alpha+\beta)=-\frac{3}{5}$.求$\sin 2\alpha$的值.

所考知识点：三角公式的应用，利用不等式性质推导角的范围.

解：$\because \frac{\pi}{2}<\beta<\alpha<\frac{3\pi}{4}$，$\therefore \pi<\alpha+\beta<\frac{3\pi}{2}$

又$\frac{\pi}{2}<\alpha<\frac{3\pi}{4}$，$\therefore -\frac{3\pi}{4}<-\beta<-\frac{\pi}{2}$，$-\frac{\pi}{4}<\alpha-\beta<\frac{\pi}{4}$，又$\beta<\alpha$　$\therefore \alpha-\beta>0$

即：$0<\alpha-\beta<\dfrac{\pi}{4}$

$\therefore \sin(\alpha-\beta)=\dfrac{5}{13}, \cos(\alpha+\beta)=-\dfrac{4}{5}$

$\therefore \sin 2\alpha=\sin[(\alpha+\beta)+(\alpha-\beta)]=\sin(\alpha+\beta)\cos(\alpha-\beta)+\cos(\alpha+\beta)\sin(\alpha-\beta)$

$=(-\dfrac{3}{5})\cdot\dfrac{12}{13}+(-\dfrac{4}{5})\dfrac{5}{13}=-\dfrac{20}{65}-\dfrac{36}{65}=-\dfrac{56}{65}$

点拨：本题注意点是由角范围确定 $\sin(\alpha-\beta)$，$\cos(\alpha+\beta)$ 符号，创新点是把 2α 表示成 $(\alpha+\beta)+(\alpha-\beta)$ 的形式.

【例 2】已知 $f(x)=ax^2-c$，且 $-4\leqslant f(1)\leqslant -1$，$-1\leqslant f(2)\leqslant 5$，求 $f(3)$ 的取值范围.

所考知识点：不等式性质.

解：把 $f(3)$ 用 $f(1)$，$f(2)$ 表示

$\because f(x)=ax^2-c$， 不妨设 $f(3)=mf(1)+nf(2)$

$\therefore 9a-c=m(a-c)+n(4a-c)=(m+4n)a-(m+n)c$

$\therefore \begin{cases} m+4n=9 \\ -(m+n)=-1 \end{cases} \quad \therefore \begin{cases} m=-\dfrac{5}{3} \\ n=\dfrac{8}{3} \end{cases} \quad \therefore f(3)=-\dfrac{5}{3}f(1)+\dfrac{8}{3}f(2)$

又 $\because -4\leqslant f(1)\leqslant -1$， $-1\leqslant f(2)\leqslant 5$ $\therefore -1\leqslant f(3)\leqslant 20$

点拨：若本题由 $\begin{cases} -4\leqslant f(1)\leqslant 1 \\ -1\leqslant f(2)\leqslant 5 \end{cases}$ 可得：$\begin{cases} -4\leqslant a-c\leqslant 1 & ① \\ -1\leqslant 4a-c\leqslant 5 & ② \end{cases}$

由①$\Rightarrow -1\leqslant c-a\leqslant 4$③，③+④$\Rightarrow -\dfrac{2}{3}\leqslant a\leqslant 3$ ⑤ $\Rightarrow -6\leqslant 9a\leqslant 27$

又⑤$\Rightarrow -3\leqslant -a\leqslant \dfrac{2}{3}$⑥，⑥+①$\Rightarrow -7\leqslant -c\leqslant \dfrac{5}{3}$

可知：$f(3)=9a-c\in[-13, 28\dfrac{2}{3}]$. 这是错误的解法，因为这一结果比 $[-1,20]$ 显然扩大了. 所以相对来说 $[-1,20]$ 就更精确. 为什么出现范围扩大了呢？这可以由下一章中线性规划一节中得到圆满解释. 因此，解此类题应从要确定范围的式子是已知给定范围的两个式子的线性关系入手.

四、高考思维点拨

不等式性质是解不等式和证明不等式的依据，又是高考的热点. 它经常出现在选择填空中，其主要类型有：比较大小；求函数的定义域、值域；研究方程实根的分布，判别二次方程实根个数；求解析几何区域问题.

【例 1】(89 上海)若 $a<b<0$，则下列不等式中，不能成立的是(　　)

A. $\dfrac{1}{a}>\dfrac{1}{b}$　　B. $\dfrac{1}{a-b}>\dfrac{1}{a}$　　C. $|a|>|b|$　　D. $a^2>b^2$

所考知识点：不等式性质

解：解法 1：　$\because a<b<0$ 　$\therefore a-b<0, a<0$

$\therefore$将$\dfrac{1}{a-b}>\dfrac{1}{a}$两边同乘$a(a-b)>0$,可得$a>a-b$.

$\therefore b>0$与已知矛盾,故选B.

解法2:(淘汰法)$a<b<0\Rightarrow\dfrac{1}{a}>\dfrac{1}{b}$倒数法则A对;$a<b<0\Rightarrow -a>-b>0\Rightarrow a^2>b^2$乘方法则D对;$a<b<0\Rightarrow|a|>|b|$绝对值定义则C对.故选B.

解法3:特殊值法$a=-2,b=-1$代入,选B.

点拨:本题一要注意是找不能成立的选项.二、这是一个不等式性质的考题要善于抓住形,由形联想性质.三、解答这类问题方法不唯一,可正面可反面,也可特例.

【例2】(94上海)若$0<a<1$,则下列不等式中正确的是(　　)

A. $(1-a)^{\frac{1}{3}}>(1-a)^{\frac{1}{2}}$　　　B. $\log_{1-a}(1+a)>0$

C. $(1-a)^3>(1+a)^2$　　　D. $(1-a)^{1+a}>1$

所考知识点:不等式性质,幂、指、对函数的单调性

解:解法1　$\because 0<a<1$　$\therefore 0<1-a<1$　而指数函数$y=b^x(b>0$且$b\neq1)$在$0<b<1$时是减函数,则$(1-a)^{\frac{1}{3}}>(1-a)^{\frac{1}{2}}$,故选A.

解法2:(特例法)令$a=\dfrac{1}{3}$可直接得A对.

【例3】(90三南,10分)若$0<x<1,a>0$且$a\neq1$,比较$|\log_a(1-x)|$与$|\log_a(1+x)|$的大小.

所考知识点:对数运算公式,实数大小比较,对数性质.

解法1:(作差法)记$A=|\log_a(1-x)|-|\log_a(1+x)|=\left|\dfrac{\lg(1-x)}{\lg a}\right|-\left|\dfrac{\lg(1+x)}{\lg a}\right|=\dfrac{1}{|\lg a|}[|\lg(1-x)|-|\lg(1+x)|]$

由于$0<x<1,\therefore 0<1-x<1,1+x>1$

可知:$\lg(1-x)<0,\lg(1+x)>0$.

因此,$A=\dfrac{1}{|\lg a|}[-\lg(1-x)-\lg(1+x)]=\dfrac{1}{|\lg a|}[-\lg(1-x^2)]$

$\because 0<x<1,\therefore 0<1-x^2<1$　$\therefore \lg(1-x^2)<0$.

故　$A=\dfrac{1}{|\lg a|}[-\lg(1-x^2)]>0$.

$\therefore|\log_a(1-x)|>|\log_a(1+x)|$.

解法2:(作商法)显然$|\log_a(1-x)|>0,\log_a(1+x)>0$.

又由$0<x<1$　知$0<1-x<1,1+x>1$　那么　$\log_{(1+x)}(1-x)<0$

$$\because A=\frac{|\log_a(1-x)|}{|\log_a(1+x)|}=|\log_{(1+x)}(1-x)|=-\log_{(1+x)}(1-x)$$

$$=\log_{(1+x)}\frac{1}{1-x}$$

这里：$(1+x)-\frac{1}{1-x}=\frac{-x^2}{1-x}<0$，$\therefore 1+x<\frac{1}{1-x}$

又$\because$以$(1+x)>1$为底的对数函数为增函数

$\therefore \log_{(1+x)}\frac{1}{1-x}>\log_{(1+x)}(1+x)=1$

即：$A>1$

因此：$|\log_a(1-x)|>|\log_a(1+x)|$

解法 3：(平方作差法)$\because |\log_a(1-x)|>0, |\log_a(1+x)|>0$

$$\begin{aligned}\therefore A &= |\log_a(1-x)|^2-|\log_a(1+x)|^2=\log_a^2(1-x)-\log_a^2(1+x)\\ &=[\log_a(1-x)+\log_a(1+x)][\log_a(1-x)-\log_a(1+x)]\\ &=\log_a(1-x^2)\cdot\log_a\frac{1-x}{1+x}=\frac{\lg(1-x^2)\log\frac{1-x}{1+x}}{\lg^2 a}.\end{aligned}$$

$\because 0<x<1$ $\therefore 0<1-x^2<1, 0<\frac{1-x}{1+x}<1$ $\therefore \lg\frac{1-x}{1+x}<0$. $\lg(1-x^2)<0$.

$\therefore A>0$，即$|\log_a(1-x)|>|\log_a(1+x)|$

解法 4：(对 a 进行讨论后作差)

$\because 0<x<1, \therefore 0<1-x<1, (1+x)>1, 0<1-x^2<1.$

(1)当 $a>1$ 时，$\log_a(1-x)<0, \log_a(1+x)>0, \log_a(1-x^2)<0$

$\therefore A=|\log_a(1-x)|-|\log_a(1+x)|=-\log_a(1-x)-\log_a(1+x)$

$=-\log_a(1-x^2)>0$ $\therefore |\log_a(1-x)|>|\log_a(1+x)|$

(2)当 $0<a<1$ 时，$\log_a(1-x)>0, \log_a(1+x)<0, \log_a(1-x^2)>0$.

$\therefore A=|\log_a(1-x)|-|\log_a(1+x)|=\log_a(1-x)+\log_a(1+x)$

$=\log_a(1-x^2)>0$ $\therefore |\log_a(1-x)|>|\log_a(1+x)|$

综合(1)(2)可知$|\log_a(1-x)|>|\log_a(1+x)|$

点拨：抓住式子结构特点，选择恰当方法，是比较大小的常用策略。注意：脱掉绝对值符号之前要讨论绝对值里面式子的符号；使用作商比较必须事先保证两数均正；平方后作差比较，必须事先保证两数均为非负数，才能合理进行.

➡Ⅲ．强化练习题

A题 教材跟踪练习题

一、判断题：判断下列命题是否正确，正确的画"√"，错误的画"×"(Y,24,六)

(1)$a>b\Rightarrow\frac{a}{b}>1$(　　)　　(2)$a>b\Rightarrow|a|>b$(　　)

(3)$a>b\Rightarrow a^{2n}>b^{2n}$(　　)　　(4)$a>|b|\Rightarrow a>b$(　　)

(5) $a>b\Rightarrow\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$(　　)　　(6) $a>b\Rightarrow a^{\frac{1}{3}}>b^{\frac{1}{3}}$(　　).

(7) $a>b,c>d\Rightarrow ac>bd$(　　)　　(8) $\sqrt[n]{a^2}>\sqrt[n]{b^2}\Rightarrow a>b,n\in N$(　　)

(9) $ac^2>bc^2\Rightarrow a>b(c\in R)$(　　)　　(10) $a>-b\Rightarrow c-a<b+c$(　　)

(11)若 $a>b>c$, $\frac{1}{a}<\frac{1}{b}<\frac{1}{c}$,则 $a,b,c>0$

(12)若 $a\geqslant b,ac\geqslant bc$ 则 $c\geqslant 0$ (　　).

二、填空题:在空格上填上适当条件,使下列命题成立　　(Y,15,四)

(1)若 $ac^2>bc^2$ 且____,则 $a>b$　　(2)若 $a>b$ 且____则 $a^2>b^2$

(3)若 $a^2>b^2$ 且____则 $a<b$　　(4)若 $x>y$ 若$\frac{1}{x}>\frac{1}{y}$同时成立,则____

(5)若 $a>b>0$ 且____则$\frac{a}{x}>\frac{b}{y}$

三、选择题　　(Y,16,八)

(1)已知四个条件,① $b>0>a$　② $0>a>b$　③ $a>0>b$　④ $a>b>0$ 能推得$\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$成立的有(　　)

A. 1个　　B. 2个　　C. 3个　　D. 4个

(2)下列推导中,不正确的是(　　)

A. $c-a<c-b\Rightarrow a>b$　　B. $\left.\begin{array}{l}\frac{c}{a}<\frac{c}{b}\\ c>0\end{array}\right\}\Rightarrow a>b$

C. $\left.\begin{array}{l}a>b>0\\ c>d>0\end{array}\right\}\Rightarrow\sqrt{\frac{a}{d}}>\sqrt{\frac{b}{c}}$　　D. $\sqrt[n]{a}<\sqrt[n]{b}(n\in N,n\geqslant 2)\Rightarrow a<b$

(3)若 $x+y=2,b<x<a$ 则下列不等式正确的是(　　)

A. $2-a<y<2-b$　　B. $2-b<y<2-a$

C. $b+2>y>a+2$　　D. $b+2<y<a+2$

(4)已知 $1<x<10$ 则下列关系正确的是(　　)

A. $\lg^2x>\lg x^2>\lg\lg x$　　B. $\lg\lg x>\lg x^2>\lg^2x$

C. $\lg x^2>\lg^2x>\lg\lg x$　　D. $\lg^2x>\lg\lg x>\lg x^2$

四、解答题

1. 已知 $a,b,c,d\in R^+$,且$\frac{a}{b}>\frac{c}{d}$,求证$\frac{a+c}{b+d}>\frac{c}{d}$　　(Z,10,九)

2. 已知 $f(x)=ax^2+bx$ 且 $1\leqslant f(-1)\leqslant 2,2\leqslant f(1)\leqslant 4$,求 $f(-2)$的取值范围.　　(Z,10,九)

B卷 综合应用创新练习题

一、综合题

1. 设 $a\in R$, $f(x)=\dfrac{a\cdot 2^x+a-2}{2^x+1}(x\in R)$是奇函数 (N,12,十)

(Ⅰ)求 a 值 (Ⅱ)判定 $f(x)$单调性并证明

(Ⅲ)当 $K>0$ 时,解关于 K 的不等式 $f^{-1}(x)>\log_2\dfrac{1+x}{K}$

2. 若不等式 $\log_{a-2}|(a-1)x^2+2x+2|>1$ 对任意实数 x 恒成立.求实数 π 的取值范围. (N,10,十)

3. 设关于 x 的方程 $\lg^2x-\lg x^2+3P=0$ 的两个实根 α,β

(Ⅰ)求实数 P 的取值范围;(Ⅱ)把 $q=\log_\beta\alpha+\log_\alpha\beta$ 表示成P 的函数;

(Ⅲ)求 q 的取值范围. (N,10,十)

4. 设二次函数 $f(x)=ax^2+bx+c$ 其中$a,b,c\in R$,若对某常数 t 有$af(t)<0$,求证 $f(x)=0$ 有两个不同的实根,其中一个实根比 t 小,一个实根比 t 大. (N,10,十)

5. 已知 $1\leqslant a-b\leqslant 2$,$2\leqslant a+b\leqslant 4$,求:$5a-b$ 的取值范围. (Z,8,八)

6. 已知 $a,b\in(0,+\infty)$,试比较 a^ab^b 与 b^aa^b 的大小 (Z,8,六)

7. 已知 $a,b\in(0,+\infty)$,试比较$\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b}$与$\sqrt[3]{a-b}$的大小关系. (N,8,六)

8. 已知 $a>5$,求证$\sqrt{a-5}-\sqrt{a-3}<\sqrt{a-2}-\sqrt{a}$. (Z,6,六)

9. 已知函数 $f(x)=\log_2(1+x)+a\log_2(1-x)$是奇函数

(1)求 $f(x)$的解析式。

(2)设常数 $m>0$,解关于 x 的不等式 $f^{-1}(x)<m$ (N,12,十二)

10. 已知 a、b、c、d 是互不相等的正数,其中 a 最大,且 $bc=ad$,比较 $a+d$ 与 $b+c$ 的大小. (N,8,八)

11. 设 $a,b\in R^+$,且 $a^3+b^3=2$ 求证:$a+b\leqslant 2$ (N,10,十)

12. 在$\triangle ABC$ 中,$\angle A\geqslant 120^\circ$,求 a 与最小边比值的范围. (N,10,十)

二、应用题

某水库有 10 个泄洪闸,现在水库的水位已经超过安全线,上游河水还在按一成不变的速度增加.为了防洪,需调节泄洪速度.假设每个闸门的泄洪速度相同,经测算,若打开一个泄洪闸,30 个小时水位降至安全线,若打开两个泄洪闸,10 个小时降至安全线,现在抗洪指挥部要求 3 个小时使水位降至安全线以下,问至少同时打开几个闸门? (N,10,十)

三、创新题

设不等式$(2x-1)>a(x^2-1)$对满足$|a|\leqslant 2$ 的一切实数 a 的值都成立,求 x 的取值范围. (N,10,十)