

依据教学大纲

优化知识结构

培养学习能力

体现教改成果

新世纪 学习宝典

New Century Study Handbook

3+X

中学数学
高中卷

北京市数学高级教师 阮冬 主编

人民教育出版社编审 蔡上鹤 审定

九州出版社

New Century Study Textbook

新世纪 学习宝典

3+X

中学数学

高中卷

北京市数学高级教师 阮冬 主编
人民教育出版社编审 蔡上鹤 审定

九州出版社

图书在版编目(CIP)数据

中学数学·高中卷/阮冬等编著. - 北京:九州出版社,1999.9

(新世纪学习宝典 3+X)

ISBN 7-80114-456-2

I.中… II.阮… III.数学课-中学-教学参考资料 IV.G634.603

中国版本图书馆 CIP 数据核字(1999)第 44552 号

新世纪学习宝典 3+X

中学数学·高中卷

本卷主编 阮 冬 付用江

*

九州出版社出版

新华书店发行

煤炭工业出版社印刷厂印装

*

开本 850×1168 1/32 印张 48 字数 1300 千字

1999 年 9 月第 1 版 2001 年 9 月第 3 次印刷

ISBN 7-80114-456-2/G·235

定价:53.00 元(共二卷,本卷 28.00 元)

版权所有 翻印必究

如发现印、装质量问题,影响阅读请与九州出版社经营部联系调换

(地址:北京市北三环西路 48 号科技会展中心 3 号楼 6A 邮编:100086 电话:010-62161967)

学习 宝典

《新世纪学习宝典 3+X》

编委会·中学数学(高中卷)

总策划 刘 强 张道林

审 定 顾振彪 人民教育出版社语文编审

蔡上鹤 人民教育出版社数学编审

胡文静 人民教育出版社英语编审

邢蕙兰 人民教育出版社物理副编审

胡美玲 人民教育出版社化学编审

臧 嵘 人民教育出版社历史编审

杨启楠 人民教育出版社政治编审

叶佩珉 人民教育出版社生物编审

刘淑梅 人民教育出版社地理编审

主 编 郑晓龙 山东省著名语文特级教师

明知白 北京市著名数学特级教师

王维翰 北京市著名物理特级教师

王绍宗 北京市著名化学特级教师

陈庆军 山东省著名历史特级教师

林应日 湖北省著名政治特级教师

王运升 河南省著名生物特级教师

孙景沂 湖北省著名地理高级教师

本卷主编 阮 冬 付用江

本卷编者 李 燕 李士其 徐梦海 李 军 孙 华

李 欣 孟华萍 任 春 衣林娜 张 毅

阮 冬 任健龙 郭广学

学习 宝典

《新世纪学习宝典 3 + X》

前言·中学数学(高中卷)

为减轻学生课业负担、加强素质教育,注重能力培养,体现新世纪教育要求,适应应试教育转向素质教育的新形势,我们特组织全国各地著名特高级教师精心编写了该套《新世纪学习宝典 3 + X》丛书。在编写过程中,力求复杂内容简明化、抽象内容形象化、枯燥知识趣味化、能力训练系统化。

《新世纪学习宝典 3 + X》丛书具有以下特点:

依据教学大纲 适用各种版本教材

为了帮助中学生真正学会学习,并从当前应试教育的重负下解脱出来,我们组织全国著名的特级教师担纲主持,对普通中学各学科的教学大纲(课程标准)、教学目标、教学内容,以及学习策略和学习方法等作了认真细致的研究,并进行去伪存真,去粗取精的整理加工,精心编写了这套《新世纪学习宝典 3 + X》丛书。

抽象内容形象化 枯燥知识趣味化

《宝典》各分册将教学大纲要求学生掌握,对以后的学习与实践不可缺少的知识及其内在联系加以提炼,用准确、生动、有趣、流畅的语言表述出来,以增强其可读性和可接受性。

优化知识结构 培养学习能力

根据学习的规律将那些行之有效的学习思路、方法和技巧融合于知识的叙述之中或加以点拨提示,以提高学生的学习技能和自学能力。在编写体例上,各分册均注重形式和内容的有机统一,追求科学性和实用性的完美结合,以学科的知识体系为经线,章、节、目、点层次清晰;以知识、方法、能力和趣味的相互关联以及学科之间的相互渗透为纬线,使识记、理解、运用的要求合理、适度、得体。总之,《学习宝典》汇集了中小学各科教学内容和要求的全部精华,定能成为广大中学生最好的自学教辅书和良师益友。

确保科学性 最具权威性

为保证这套丛书的科学性和权威性,特邀人民教育出版社长期主持教学大纲编订和教科书编写工作的资深编审们参与了前期的策划和书稿的终审。

本套丛书的编写,融入了众多教师的汗水和心血,也是现代教育成果的集中展示。我们由衷地盼望这套丛书对广大中小学生有所补益。由于时间仓促,书中不妥之处在所难免,欢迎广大中小学师生及社会各界朋友不吝赐教,以利再版时修订。

《新世纪学习宝典3+X》编委会



阮冬

中国数学奥林匹克一级教练员，北京市著名数学高级教师，北京市重点中学——北京五中高三年級主任。所带数学班学生在东城区、北京市乃至全国数学竞赛中屡创佳绩；所带年级高考成绩位居东城区及北京市前列。在中学数学教学及辅导竞赛等方面均有较高的造诣。



蔡上鹤

1942年生，上海市人，1964年毕业于华东师范大学数学系近世代数几何专业。现任人民教育出版社中学数学室主任、编审，人教社九年义务教育初中数学系列教材的主编，中国《数学通报》编委，享受国家级突出贡献专家待遇；美国数学学会会员。著有中学数学教科书《数学纵横》等。

新世纪 学习宝典

初高中共18卷

- ★ 新世纪学习宝典3+X 中学语文 (初中卷)
- ★ 新世纪学习宝典3+X 中学语文 (高中卷)
- ★ 新世纪学习宝典3+X 中学数学 (初中卷)
- ★ 新世纪学习宝典3+X 中学数学 (高中卷)
- ★ 新世纪学习宝典3+X 中学英语 (初中卷)
- ★ 新世纪学习宝典3+X 中学英语 (高中卷)
- ★ 新世纪学习宝典3+X 中学物理 (初中卷)
- ★ 新世纪学习宝典3+X 中学物理 (高中卷)
- ★ 新世纪学习宝典3+X 中学化学 (初中卷)
- ★ 新世纪学习宝典3+X 中学化学 (高中卷)
- ★ 新世纪学习宝典3+X 中学政治 (初中卷)
- ★ 新世纪学习宝典3+X 中学政治 (高中卷)
- ★ 新世纪学习宝典3+X 中学历史 (初中卷)
- ★ 新世纪学习宝典3+X 中学历史 (高中卷)
- ★ 新世纪学习宝典3+X 中学地理 (初中卷)
- ★ 新世纪学习宝典3+X 中学地理 (高中卷)
- ★ 新世纪学习宝典3+X 中学生物 (初中卷)
- ★ 新世纪学习宝典3+X 中学生物 (高中卷)

新世纪
学习宝典

最具权威性

注重实用性

体现超前性

选题策划：刘 强

封面设计：唐少文

ISBN 7-80114-456-2



9 787801 144560 >

ISBN 7-80114-456-2/G · 235

定价：53.00元(共二卷，本卷28.00元)

第一章 集合与简易逻辑	(1)
一、集合	(1)
二、含绝对值的不等式解法	(6)
三、一元二次不等式的解法	(9)
四、逻辑联结词和四种命题	(17)
五、充分条件和必要条件	(18)
第一章综合测试题	(22)
课外园地一	(26)
第二章 函数	(31)
一、映射与函数	(31)
二、函数的性质	(36)
三、反函数	(41)
四、指数及其运算	(42)
五、对数及其运算	(45)
六、指数函数和对数函数	(50)
七、函数的应用举例	(56)
第二章综合测试题	(60)
课外园地二	(64)
第三章 数列	(78)
一、数列的一般概念	(78)
二、等差数列和等比数列	(83)
三、数列求和	(98)
四、数列知识的实际应用	(104)
第三章综合测试题	(109)
课外园地三	(113)

第四章 三角函数	(120)
一、任意角的三角函数	(120)
二、两角和与差的三角函数	(135)
三、三角函数的图像和性质	(162)
第四章综合测试题	(189)
课外园地四	(193)
第五章 平面向量	(206)
一、向量及向量的加法及减法	(206)
二、实数与向量的积	(213)
三、平面向量的坐标运算	(217)
四、线段的定比分点	(221)
五、平面向量的数量积	(229)
六、平移	(237)
七、正弦定理、余弦定理	(246)
八、解斜三角形	(255)
第五章综合测试题	(266)
课外园地五	(270)
第六章 不等式	(282)
一、不等式的解法	(282)
二、不等式的证明	(294)
三、不等式的应用	(305)
第六章综合测试题	(319)
课外园地六	(322)
第七章 直线和圆的方程	(339)
一、直线的方程	(339)
二、两条直线的位置关系	(344)
三、简单的线性规划	(362)
四、曲线与方程的概念	(366)
五、圆的方程	(374)
第七章综合测试题	(391)
课外园地七	(394)

第八章 圆锥曲线方程	(404)
第八章综合测试题(一)	(434)
第八章综合测试题(二)	(437)
课外园地八	(441)
第九章(A) 直线、平面、简单几何体	(451)
一、平面的性质	(451)
二、直线和直线的位置关系	(457)
三、直线和平面平行的判定和性质	(464)
四、直线和平面垂直的判定和性质	(471)
五、两个平面位置关系的判定和性质	(484)
六、棱柱	(499)
七、棱锥	(508)
八、多面体	(515)
九、球	(516)
第九章(A) 综合测试题(一)	(521)
第九章(A) 综合测试题(二)	(524)
第九章(B) 直线、平面、简单几何体	(532)
五、空间向量	(532)
第九章(B) 综合测试题(一)	(546)
第九章(B) 综合测试题(二)	(549)
课外园地九	(557)
第十章 排列、组合、二项式定理	(577)
一、排列与组合	(577)
二、排列、组合应用题	(583)
三、二项式定理	(592)
第十章综合测试题	(598)
课外园地十	(600)
第十一章 概率	(608)
概率	(608)
第十一章综合测试题	(613)
课外园地十一	(616)

第十二章 概率与统计	(621)
概率与统计	(621)
第十二章综合测试题	(636)
课外园地十二	(640)
第十三章 极限	(649)
一、数学归纳法	(649)
二、数列的极限	(655)
三、函数的极限	(664)
第十三章综合测试题	(670)
课外园地十三	(674)
第十四章 导数与微分	(685)
一、导数的概念及运算	(685)
二、微分	(693)
三、可导函数的单调性及最大值、最小值	(699)
第十四章综合测试题	(708)
课外园地十四	(713)
第十五章 积分	(722)
一、不定积分的概念和基本积分公式	(722)
二、定积分的概念和简单性质	(727)
三、定积分的应用	(735)
第十五章综合测试题	(743)
课外园地十五	(748)
第十六章 复数	(758)
一、复数的有关概念	(758)
二、复数代数形式的运算	(764)
三、复数的三角形式及其运算	(770)
四、复数的几何表示及其运算	(776)
第十六章综合测试题	(785)
课外园地十六	(789)

第一章 集合与简易逻辑

一、集合

(一)知识精要

本单元要求学生理解集合、子集、交集、并集、补集的概念,了解空集和全集的意义,了解属于、包含、相等关系的意义,能掌握有关的术语和符号,能正确地表示一些较简单的集合.

(二)内容简析

集合是由某些指定对象的全体构成的,研究集合不是研究某一个对象,而是研究“全体”,因此,集合的思想就是把握整体、抓好共性.在描述一个集合时,必须明确对象的确定性,对任何一个对象都能判断它是否属于这个集合.在同一个集合中不允许出现相同元素,这是元素的互异性;在用列举法表示集合时,不必考虑元素的书写顺序,这就是元素的无序性.对集合的三种表示方法,要能根据不同的情况进行选择.

集合中,元素与集合之间的关系用符号 $\in$ 或 $\notin$ 表示,如: $a \notin \{1,2\}$, $b \in \{a, b, c\}$,集合与集合之间的关系用符号 $\subsetneq, \subseteq, =$ 等等表示,如 $\{2\} \subsetneq \{1,2\}$,而 $\{2\} \in \{1,2\}$ 的用法是错误的.求给定的有限集合的子集或真子集的问题,首先应考虑空集是任意集合的子集的规定,还要正确运用分类讨论的思想,考虑给定集合子集中元素的选取规律.

集合的运算有三种,集合的交、并和补集,应该从文字、符号、图形三个方面作出全面理解.如:两个集合 A 与 B 的并集概念,是由它的元素与集合 A 、 B 的关系来定义的,其中“或”的意思与生活中对“或”的理解是有差别的, $A \cup B$ 中的元素有三种可能:属于 A 而不属于 B ;属于 B 而不属于 A ;既属于 A 又属于 B ,而求集合的补集,要注意题目对全集的约定.

名称	A 是 B 的子集	A, B 的交集	A, B 的并集	A 在 U 中的补集
定义	$\{x \mid \text{若 } x \in A, \text{ 则 } x \in B\}$	$\{x \mid x \in A \text{ 且 } x \in B\}$	$\{x \mid x \in A \text{ 或 } x \in B\}$	$\{x \mid x \in U, \text{ 且 } x \notin A\}$
记法	$A \subseteq B$	$A \cap B$	$A \cup B$	$C_U A$
性质	$A \subseteq A, \emptyset \subseteq A$ 若 $A \subseteq B, B \subseteq C$ 则 $A \subseteq C$	$A \cap B = B \cap A$ $A \cap B \subseteq A$	$A \cup B = B \cup A$ $A \cup B \supseteq A$	$A \cap C_U A = \emptyset$ $A \cup C_U A = A$

名称 性质	A 是 B 的子集	A, B 的交集	A, B 的并集	A 在 U 中的补集
	若 $A \subseteq B, B \subseteq A$ 则 $A = B$	$A \cap B \subseteq B$	$A \cup B \supseteq B$	$A \cup (\complement_U A) = A$
	若 $A \subseteq B, A \neq B$ 则 $A \subsetneq B$	$A \cap \emptyset = \emptyset$	$A \cup \emptyset = A$	$(\complement_U A) \cap (\complement_U B) = \complement_U (A \cap B)$ $(\complement_U A) \cup (\complement_U B) = \complement_U (A \cap B)$

集合是高考必考内容,多以选择题形式出现,主要考查集合的概念和运算;集合语言与集合思想的运用.

(三)典型例题

【例 1】 设集合 $A = \{x | x \geq 3\sqrt{3}\}$, $x = 2\sqrt{7}$, 则下列关系中正确的是 ()

- (A) $x \subsetneq A$ (B) $x \notin A$ (C) $\{x\} \in A$ (D) $\{x\} \subsetneq A$

【分析】 首先应该分清楚 x 表示元素, A 和 $\{x\}$ 表示的是集合, 而元素与集合之间的关系用 $\in$ 和 $\notin$ 来表示, 集合与集合之间用 $\subsetneq$ 和 $\subseteq$ 来表示, 因此应排除 (A) 和 (C). 由于 $3\sqrt{3} = \sqrt{27} < \sqrt{28} = 2\sqrt{7}$ 可以断定 $x = 2\sqrt{7}$ 是集合 A 中的元素, 故本题应选 (D).

【例 2】 若集合 $M = \{x | x^2 + x - 6 = 0\}$, $N = \{x | ax + 2 = 0, a \in R\}$ 且 $N \subsetneq M$, 则 a 的取值集合是 _____.

【分析】 $M = \{-3, 2\}$, N 中元素是什么, 需要对 a 的情况分类讨论. 要掌握这一重要的思想和方法.

若 $a = 0$, 则 $N = \emptyset$, 满足 $N \subsetneq M$

若 $a \neq 0$, 则 $N = \{-\frac{2}{a}\}$, 由 $N \subsetneq M$, 有 $-\frac{2}{a} = -3$ 或 $-\frac{2}{a} = 2$, 可得 $a = \frac{2}{3}$ 或 $a = -1$.

所以 a 的取值集合是 $\{0, \frac{2}{3}, -1\}$

【例 3】 已知全集 $I = N_+$, 集合 $A = \{x | x = 2n, n \in N_+\}$, $B = \{x | x = 4n, n \in N_+\}$ 则

- (A) $I = A \cup B$ (B) $I = (\complement_I A) \cup B$ (C) $I = A \cup (\complement_I B)$ (D) $I = (\complement_I A) \cup (\complement_I B)$

【分析】

解法一 由已知判断 A 为正偶数集合, B 为能被 4 整除的正整数集合, 则有 $B \subsetneq A \subsetneq I$, 因此 $\complement_I A \subsetneq \complement_I B$, 故有 $I = A \cup (\complement_I A) = A \cup (\complement_I B)$, 应选 (C).

解法二 由 $B \subsetneq A \subsetneq I$, 如图所示, 易得 (C).

解法三 用列举法表示 A, B

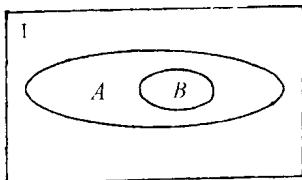


图 1-1

$$\begin{aligned} \therefore A &= \{2, 4, 6, 8, 10, 12, \dots\} \\ B &= \{4, 8, 12, \dots\} \\ C_I B &= \{1, 2, 3, 5, 6, 7, 9, 10, 11, \dots\} \end{aligned}$$

$$\therefore I = A \cup (C_I B), \text{选(C).}$$

【小结】

上述三种方法分别采取了文字语言、图形表示、列举部分元素的途径，是解决集合交并、补集问题的常用方法。

【例4】已知集合 $M = \{y | y = -x^2 + 2, x \in R\}$, $N = \{y | y = -x + 2, x \in R\}$, 则 $M \cap N$ 等于()

- (A) $\{(0, 2), (1, 1)\}$ (B) $\{1, 2\}$
(C) $\{y | y \leq 2\}$ (D) $\{y | 1 \leq y \leq 2\}$

【分析】集合 M 中的元素是二次函数 $y = -x^2 + 2, x \in R$ 的值域, N 中的元素是一次函数 $y = -x + 2, x \in R$ 的值域, 所以 $M = \{y | y \leq 2\}, N = R$, 故 $M \cap N = M$, 应选(C).

【例5】已知全集 $I = \{x | -3 \leq x \leq 3\}$, $M = \{x | -1 < x < 1\}$, $C_I N = \{x | 0 < x < 2\}$, 那么集合 $N = \underline{\hspace{2cm}}$, $M \cap C_I N = \underline{\hspace{2cm}}$, $M \cup N = \underline{\hspace{2cm}}$.

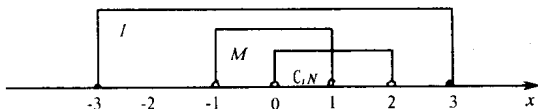


图 1-2

【分析】把全集 I , 集合 $M, C_I N$ 在数轴上表示出来, 运用数形结合的方法, 由图易得:

$$N = \{x | -3 \leq x \leq 0 \text{ 或 } 2 \leq x \leq 3\}, M \cap (C_I N) = \{x | 0 < x < 1\}, M \cup N = \{x | -3 \leq x < 1 \text{ 或 } 2 \leq x \leq 3\}.$$

【说明】对不等式的解集进行集合运算时, 可以借助数轴, 使问题形象化.

【例6】设集合 $A = \{x - y, x + y, xy\}$, $B = \{x^2 + y^2, x^2 - y^2, 0\}$, 若 $A = B$, 求实数 x 和 y 的值及集合 A, B .

【分析】由 $A = B$, 可知 $0 \in A$, 由此讨论求解.

若 $x + y = 0$ 或 $x - y = 0$, 则 $x^2 - y^2 = 0$, 这样 $B = \{x^2 + y^2, 0, 0\}$, 与集合中元素的互异性矛盾, 所以 $x + y \neq 0, x - y \neq 0$.

$$\therefore \begin{cases} xy = 0 \\ x - y = x^2 - y^2 \\ x + y = x^2 + y^2 \end{cases} \quad (\text{I}) \quad \text{或} \quad \begin{cases} xy = 0 \\ x - y = x^2 + y^2 \\ x + y = x^2 - y^2 \end{cases} \quad (\text{II})$$

$$\text{由(I)得} \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases} \text{或} \begin{cases} x = 0 \\ y = 1 \end{cases} \text{或} \begin{cases} x = 1 \\ y = 0 \end{cases}.$$

$$\text{由(II)得} \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases} \text{或} \begin{cases} x = 0 \\ y = -1 \end{cases} \text{或} \begin{cases} x = 1 \\ y = 0 \end{cases}.$$

当 $x=0, y=0$ 时, $x-y=0$, 故舍去.

当 $x=1, y=0$ 时, $x+y=x-y=1$, 故也舍去.

$$\therefore \begin{cases} x=0 \\ y=1 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x=0 \\ y=-1 \end{cases}$$

$$A=B=\{0, 1, -1\}$$

【说明】 集合中的元素具有确定性、互异性和无序性, 解题时应注意.

【例7】 设集合 $A=\{x|2x^2+3px+2=0\}$, $B=\{x|2x^2+x+q=0\}$, 其中 $p, q, x \in R$, 当 $A \cap B = \{\frac{1}{2}\}$ 时, 求 p 的值和 $A \cup B$.

【分析】 由已知条件 $A \cap B = \{\frac{1}{2}\}$, 可得 $\frac{1}{2}$ 既是方程 $2x^2+3px+2=0$ 的根, 又是 $2x^2+x+q=0$ 的根, 则 p, q 可以解出, A, B 也就确定了.

$$\text{解: } \because A \cap B = \{\frac{1}{2}\}$$

$$\therefore 2(\frac{1}{2})^2 + 3p \cdot \frac{1}{2} + 2 = 0 \quad \text{解得 } p = -\frac{5}{3}$$

$$2(\frac{1}{2})^2 + \frac{1}{2} + q = 0 \quad \text{解得 } q = -1$$

$$\therefore A = \{x|2x^2 + 3(-\frac{5}{3})x + 2 = 0\} = \{\frac{1}{2}, 2\}$$

$$B = \{x|2x^2 + x - 1 = 0\} = \{\frac{1}{2}, -1\}$$

$$\therefore A \cup B = \{\frac{1}{2}, 2, -1\}$$

【例8】 已知集合 $A=\{x|x^2-3x+2=0\}$, $B=\{x|x^2-ax+a-1=0\}$, 若 $A \cup B = A$, 求 a 的值.

【分析】 由 $A \cup B = A$ 知 $B \subseteq A$, 现对 A 的子集逐一讨论, 确定 a 的值.

$$A = \{1, 2\}, \therefore B = \emptyset \text{ 或 } \{1\} \text{ 或 } \{2\} \text{ 或 } \{1, 2\}.$$

若 $B = \emptyset$, 则方程 $x^2 - ax + a - 1 = 0$ 无实根, $\Delta = a^2 - 4(a-1) = (a-2)^2 < 0$, 不成立, 此种情况不可能.

若 $B = \{1\}$, 则方程 $x^2 - ax + a - 1 = 0$ 有两等根且根为 1,

$$\text{即 } \begin{cases} \Delta = (a-2)^2 = 0, \\ x_1 = x_2 = \frac{a}{2} = 1 \end{cases} \Rightarrow a = 2.$$

若 $B = \{2\}$, 则方程 $x^2 - ax + a - 1 = 0$ 有两等根且根为 2,

$$\text{即 } \begin{cases} \Delta = (a-2)^2 = 0 \\ x_1 = x_2 = \frac{a}{2} = 2 \end{cases} \Rightarrow a \in \emptyset$$

若 $B = \{1, 2\}$, 则方程 $x^2 - ax + a - 1 = 0$ 有两不等实根, $x_1 = 1, x_2 = 2 \Rightarrow a = 3$
综上所述可知, $a = 2$ 或 $a = 3$.

【说明】 解此题时, 不能直接根据方程 $x^2 - ax + a - 1 = 0$ 的解 $x_1 = 1, x_2 = a-1$ 将集合 B 写成 $\{1, a-1\}$. 因为当 $a = 2$ 时 $a-1 = 1$, 与集合中元素的互异性矛盾.