高等医药院校试用教材

药用物理学

（供中药、制药、鉴定、药学专业用）

主编　余国建　李德才

高等医药院校试用教材
药用物理学
余国建　李德才　主编
中医古籍出版社出版发行
（北京东直门内北新仓18号）
东北师范大学校办印刷厂印刷
787×1092毫米　16开本　20.5印张　512千字
1990年6月第1版　1990年6月第1次印刷
印数：0001－5620册
ISBN　7—80013—319—2/R·316
定价：5.95元

主　审　谈正卿（北京中医学院）

主　编　余国建（湖南中医学院）

　　　　　李德才（长春中医学院）

副主编　冯绍康（北京中医学院）

　　　　　徐礼维（安徽中医学院）

　　　　　崔桂珍（南[illegible]中医学院）

　　　　　方荣福（江[illegible]中医学院）

编　委　（按姓氏笔[illegible]为序）

　　　　　刘公衡（广西中医学院）

　　　　　朱翠玲（山东中医学院）

　　　　　杨惠英（湖南中医学院）

　　　　　唐志伦（贵阳中医学院）

　　　　　袁邦灿（云南中医学院）

　　　　　党春兰（河南中医学院）

　　　　　高　萍（长春中医学院）

　　　　　徐培莫（黑龙江中医学院）

前　言

本书是根据1983年8月全国高等中医院校普通课、西医课教材编写会议制定的中药等专业物理学教学大纲，并考虑近年来各院校专业设置的实际情况，由全国十二所中医学院共同编写而成的。可供高等中医药院校中药、制药、鉴定、药学等专业使用，也可供相近专业选用。

药用物理学是中药、药学各专业的普通基础课，它既为将来从事中药和药学工作提供基本理论和方法，也是学习后继课程的必备基础，同时有助于树立辩证唯物主义世界观，培养分析问题解决问题的能力。

在编写过程中，我们以辩证唯物主义为指导，一切从专业的培养目标和实际需要出发，力求既保证教学内容的科学性、系统性和完整性，又贯彻理论联系实际和“少而精”的原则，在广泛吸收近年来各校教学经验的同时，也充实了一些近年来运用物理学理论和方法研究中医药的新内容，并力求做到以下几点：（1）服务专业，突出药用。本书充实和加强了与中药和药学密切相关的基本知识和基本理论，增加了一些物理学在药学上的应用实例。（2）突出重点，减少重复。本书在注意和中学内容衔接的前提下，精减了某些与中学内容重复较多的部分，如质点力学。（3）培养分析问题解决问题的能力，便于自学是本书编写的目标之一。我们在各章后编排了本章小结、思考题和小字内容，就是为此目标而采取的具体措施。（4）文字通顺，好教好学。这是本书编写的又一个目标。

此外，书中的物理量、单位和符号采用我国的国家标准。书末编写了一些常用的物理量的名称、符号，常用数据等。

在本书编写过程中，一直得到北京中医学院谈正卿教授的指导和帮助，各兄弟院校的老师提出了许多宝贵意见，在此深表谢意。

由于我们水平有限，经验不足，缺点错误在所难免，恳请广大师生和读者提出宝贵意见，以便今后改进。

编者

1990年3月于北京

目　录

第一章 刚 体 的 转 动

对于机械运动的研究，以往我们忽略了物体的形状和大小，把物体看成是质点。但是在很多问题中，例如在讨论地球自转、陀螺的运动等问题时，就不能忽略它们的形状和大小，再把这些物体看成质点了。

固体在外力作用下，形状和大小一般都要发生变化，即物体各部分之间会有相对运动，这使问题变得很复杂。但大多数固体在外力作用下其大小和形状改变不很大，可以作为次要因素忽略不计。这样，我们引进**刚体**这一理想模型，即**在外力作用下，物体的大小和形状不发生变化的物体称为刚体**。

刚体最简单和最基本的运动是平动和定轴转动。当刚体运动时，如果刚体内任一条给定的直线，在运动中始终保持它的方向不变，这种运动称为**平动**。根据平动的定义不难看出，刚体作平动时，其上各点的运动情况完全相同，只要知道刚体上任一点的运动情况，整个刚体的运动情况也就知道了。因此，作平动的刚体可以看成是质点。描述质点运动的各种物理量以及质点力学的规律都适用于刚体的平动。本章将讨论刚体作定轴转动时所遵循的规律。

1-1 刚体定轴转动的描述

刚体运动时，如果刚体的各个质点在运动中都绕同一直线作圆周运动，这种运动称为**转动**。这一直线称为**转轴**。转轴固定不动的，就称为**定轴转动**。如电动机的转子绕它的轴转动就是定轴转动。

刚体定轴转动的特点是：（1）刚体上各个质点都在做圆周运动，但各质点圆周运动的半径不一定相等；（2）各质点圆周运动的平面垂直于轴线，圆心是平面与轴线的交点；（3）各质点的矢径，在相同时间内转过的角度是相同的。

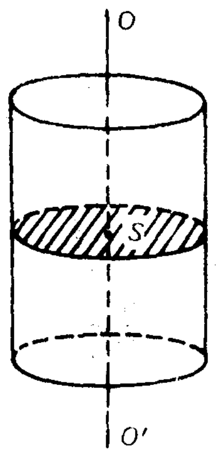


图1—1
刚体转动的描述

根据定轴转动的特点，描写刚体的转动，通常取任一垂直于定轴OO'的平面S作为转动平面，如图1—1所示。了解了转动平面的运动情况，就可以了解整个刚体的运动情况。但是，当刚体定轴转动时，转动平面上各点的位移、速度和加速度各不相同，显然仅用这些物理量来描述刚体的运动情况是不够的，为此，我们引进角位移、角速度和角加速度等物理量。

一 角坐标与角位移

我们研究转动平面上任意一点P，假定规定水平向右为参考方向，如图1—2所示，则从圆心O到P点的联线（P点的矢径），与参考方向的夹角θ就是**角坐标**。它是描写刚体位置的一个参量。当然选取不

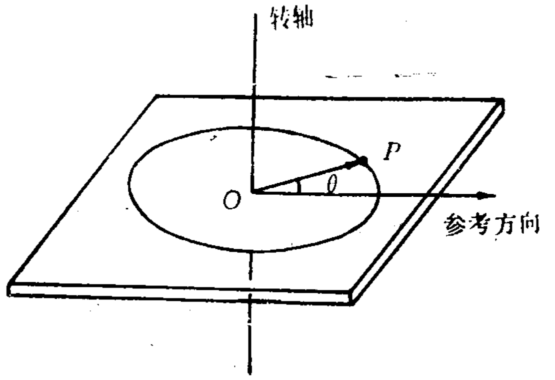


图 1 —2　角坐标

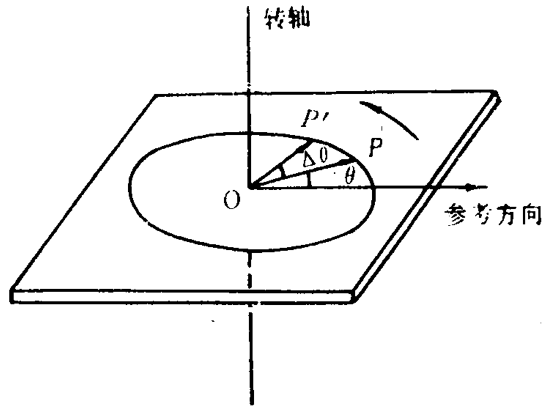


图1—3　角位移

同的参考方向，角坐标也是不同的。我们规定：以参考方向为准，矢径OP沿逆时针方向旋转，角坐标为正（$\theta>0$），矢径OP沿顺时针方向旋转，角坐标为负（$\theta<0$）。刚体作定轴转动时，其角坐标θ将随时间而变，函数$\theta=f(t)$就是转动时的运动方程。角坐标的单位是弧度（rad）。

如图 1 — 3 所示，设t时刻质点在P点，角坐标为θ。在$t+\Delta t$时刻，质点到达P'点，角坐标为$\theta+\Delta\theta$，则角坐标的增量$\Delta\theta$称为**角位移**。

对于定轴转动来说，由于只有两个转动方向，所以可用正、负号表示。一般规定沿逆时针方向转动的角位移为正，沿顺时针方向转动的角位移为负。角位移的单位也是弧度（rad）。

二　角　速　度

为了描述刚体转动的快慢，我们引进角速度的概念。设刚体在t—$t+\Delta t$时间内的角位移为$\Delta\theta$，则角位移与所用时间之比称为这段时间Δt的**平均角速度**，用$\overline{\omega}$表示，即

$$\overline{\omega}=\frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

当$\Delta t\to 0$时，平均角速度的极限值称为t时刻的**瞬时角速度**，用ω表示，即

$$\omega=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\theta}{\Delta t}=\frac{d\theta}{dt}\qquad(1—1)$$

角速度的单位为弧度/秒（rad/s）。

角速度是矢量，其方向由右手螺旋法则确定：将右手拇指伸直，其余四指弯曲，弯曲的方向与刚体的转动方向一致，这时拇指的方向就是角速度ω的方向，如图 1 — 4 所示。

在任意相等的时间内，刚体转过的角位移都相等，这种转动称为**匀角速转动**。

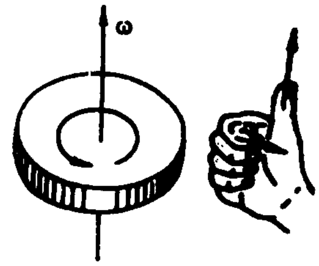


图1—4　螺旋法则

三　角加速度

质点在某一时刻的角速度为ω_0，经过时间Δt后，角速度为ω，则角速度的增量$\Delta\omega=\omega-\omega_0$。角速度的增量$\Delta\omega$与时间$\Delta t$之比，称为在$\Delta t$这段时间内质点

对O点的**平均角加速度**，用$\overline{\alpha}$表示，即

$$\overline{\alpha}=\frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$

当Δt趋近于零，那末比值就趋近某一极限值

$$\alpha=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\omega}{\Delta t}=\frac{d\omega}{dt} \qquad (1-2)$$

α称为在某一时刻，质点对O点的瞬时角加速度，简称**角加速度**。角加速度的单位是弧度/秒^2 (rad/s^2)。

角加速度α也是矢量，依$\alpha=\frac{d\omega}{dt}$定义，对于定轴转动，当刚体转动加快时$\alpha$和$\omega$方向相同，当刚体转动减慢时$\alpha$与$\omega$方向相反。

刚体作匀速和匀变速转动时，用角量表示的运动方程与匀速直线运动和匀变速直线运动的运动方程相似。匀速转动的运动方程为

$$\theta=\theta_0+\omega t \qquad (1-3)$$

匀变速转动的运动方程为

$$\begin{aligned}\omega&=\omega_0+\alpha t\\ \theta&=\theta_0+\omega t+\frac{1}{2}\alpha t^2\\ \omega^2&=\omega_0^2+2\alpha(\theta-\theta_0)\end{aligned} \qquad (1-4)$$

式中θ、θ_0、ω、ω_0和α分别表示角坐标、初角坐标、角速度、初角速度和角加速度。

四 角量与线量的关系

我们通常把描写质点运动的量叫**线量**，把描写转动的量叫做**角量**。由于刚体做定轴转动时，刚体上的每个质点都作圆周运动，所以，从描写质点运动的角度来说，用的是线量；从描写整个刚体转动的角度来说，用的是角量。因此，线量与角量之间必然有一定的关系。

如图1—5所示，刚体在Δt时间内角位移为$\Delta\theta$，P点在这段时间内的位移为Δs，当Δt极小时，弦长可以认为等于弧长，所以有

$$ds=r\,d\theta$$

两边除以dt，则得

$$\frac{ds}{dt}=r\frac{d\theta}{dt}$$

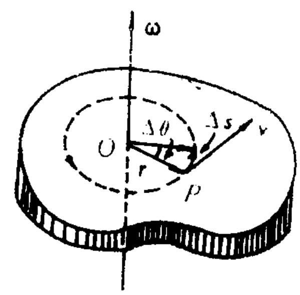


图1—5 线量与角量的关系

而$v=\frac{ds}{dt}$，$\omega=\frac{d\theta}{dt}$，所以上式改写为

$$v=r\omega \qquad (1-5)$$

写成矢量式为

$$\mathbf{v}=\boldsymbol{\omega}\times\mathbf{r} \qquad (1-6)$$

将（1—5）式两边对t求导数，由于r是恒量得

$$\frac{dv}{dt}=r\frac{d\omega}{dt}$$

即

$$a_t=r\alpha \qquad (1-7)$$

这就是切向加速度与角加速度之间的关系式。把$v=r\omega$代入向心加速度的公式$a_n=\frac{v^2}{r}$，可以得到

$$a_n=v\omega=r\omega^2 \qquad (1-8)$$

这就是向心加速度与角速度之间的关系式。

1-2 转动动能 转动惯量

本节先讨论刚体以角速度ω绕定轴转动时的转动动能，然后再引入转动中的一个重要的概念，即转动惯量。

一 转动动能

刚体可以看成是由许多质点所组成的。设各质点的质量分别为Δm_1、Δm_2、……Δm_n，各质点与转轴的距离分别为r_1、r_2、……r_n。当刚体绕定轴转动时，各质点的角速度ω相等，但线速度各不相同。设其中第i个质点的线速度为v_i，其大小为$v_i=r_i\omega$，则相应的动能为

$$\frac{1}{2}\Delta m_i v_i^2=\frac{1}{2}\Delta m_i r_i^2\omega^2$$

整个刚体的动能是所有各质点的动能之和，即

$$\begin{aligned}E_k&=\frac{1}{2}\Delta m_1v_1^2+\frac{1}{2}\Delta m_2v_2^2\cdots\cdots+\frac{1}{2}\Delta m_nv_n^2\\&=\frac{1}{2}\Delta m_1r_1^2\omega^2+\frac{1}{2}\Delta m_2r_2^2\omega^2+\cdots\cdots+\frac{1}{2}\Delta m_nr_n^2\omega^2\\&=\Sigma\frac{1}{2}\Delta m_ir_i^2\omega^2\end{aligned}$$

因$\frac{\omega^2}{2}$对各质点都相同，可从累加号内提出，所以**刚体转动动能为**

$$E_k=\frac{1}{2}\left(\sum\Delta m_ir_i^2\right)\omega^2 \qquad (1-9)$$

（1—9）式中括号内的量常用I来表示，叫做刚体对给定转轴的**转动惯量**，因此刚体的转动动能可写成

$$E_k=\frac{1}{2}I\omega^2 \qquad (1-10)$$

式中

$$I=\sum\Delta m_ir_i^2 \qquad (1-11)$$

二 转动惯量

由（1—11）式可知转动惯量等于刚体中每个质点的质量与这一质点到转轴距离平

方的乘积之总和。把转动动能与平动时的动能公式相比较，可知转动惯量相当于平动时的质量，是物体在转动时惯性大小的量度。

对于质量连续分布的物体，（1—11）式应写成积分形式

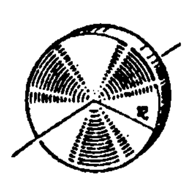
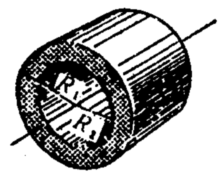
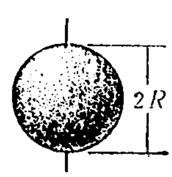
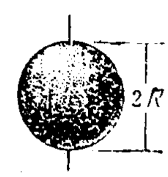
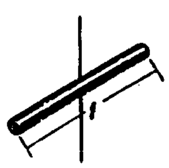
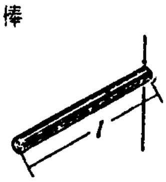
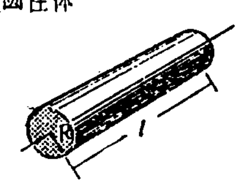
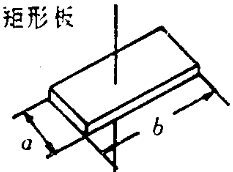
$$I=\int r^{2}\mathrm{d}m=\int r^{2}\rho\mathrm{d}V \qquad (1—12)$$

式中$\mathrm{d}V$表示相应于$\mathrm{d}m$的体积元，ρ表示体积元处的密度，r是体积元与转轴之间的距离。转动惯量的单位是千克·米^{2}（$\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}^{2}$）。

从转动惯量的定义式可以看出，刚体的转动惯量决定于刚体各部分质量对给定转轴的分布情况。具体地说，刚体的转动惯量与下面三个因素有关：（1）与刚体的质量有关。（2）在质量一定的情况下，还与质量的分布有关，即与刚体的形状、大小和各部的密度有关。例如，同质料的质量相等的空心圆柱和实心圆柱，对于圆柱的轴来说，前者的转动惯量较大。（3）转动惯量与转轴的位置有关。例如同一均匀细长棒，对于通过棒的中心并与棒垂直的转轴和通过棒的一端并与棒垂直的另一转轴，转动惯量是不相同的，后者较大。所以只有指出刚体对某一转轴的转动惯量才有明确意义。

几何形状简单的、密度均匀的几种物体对不同转轴的转动惯量如表1—1所示。

表1—1　　　　**转　动　惯　量**

薄圆盘	圆筒	球体	球壳
			
转轴通过中心与盘面垂直	转轴沿几何轴	转轴沿直径	转轴沿直径
$I=\frac{1}{2}mR^{2}$	$I=\frac{m}{2}(R_1^{2}+R_2^{2})$	$I=\frac{2}{5}mR^{2}$	$I=\frac{2}{3}mR^{2}$
细棒	细棒	圆柱体	矩形板
			
转轴通过中心与棒垂直	转轴通过端点与棒垂直	转轴沿几何轴	轴线通过板中心并与板垂直
$I=\frac{1}{12}ml^{2}$	$I=\frac{1}{3}ml^{2}$	$I=\frac{1}{2}mR^{2}$	$I=\frac{1}{12}m(a^{2}+b^{2})$

例1—1 图1—6所示是质量为m，半径R为的均匀薄圆盘。求其对通过盘中心且垂直于盘面的轴的转动惯量。

解 设圆盘每单位面积所具有的质量为σ，$\sigma=\frac{m}{\pi R^2}$，取宽为dr，半径为r的细圆环作为质量元dm，则$dm=\sigma ds=\frac{m}{\pi R^2}\cdot 2\pi r dr$，所以质量元对给定的转轴之转动惯量$dI$为

$$dI=r^2dm=\frac{m}{\pi R^2}2\pi r^3dr$$

于是，圆盘对给定轴的转动惯量I为

$$I=\int dI=\int_0^R\frac{m}{\pi R^2}2\pi r^3dr=\frac{2m}{R^2}\int_0^R r^3dr=\frac{1}{2}mR^2$$

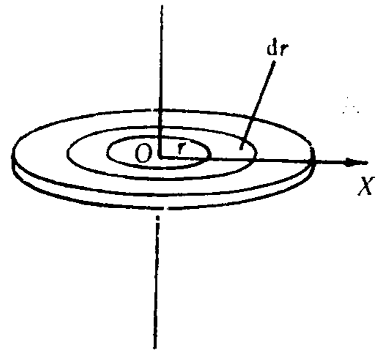


图1—6 均匀薄圆盘

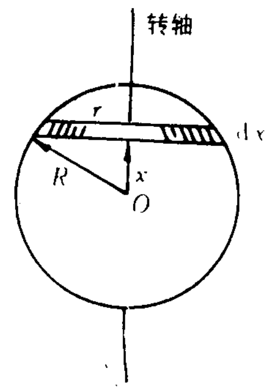


图1—7 均匀实心球体

例1—2 求一质量为m，半径为R的均匀实心球对通过球心的轴之转动惯量。

解 设球体的密度为ρ，$\rho=\frac{m}{\frac{4}{3}\pi R^3}$，如图1—7所示，取垂直于转轴的厚度为$dx$，半径为$r$的薄圆盘质量元为$dm$，则$dm=\rho\cdot dV=\rho\pi r^2dx=\rho\pi(R^2-x^2)dx$，根据上题结果，该质量元对所给定轴的转动惯量$dI$为

$$dI=\frac{1}{2}r^2dm=\frac{\pi\rho}{2}(R^2-x^2)^2dx$$

这样，球体对所给轴的转动惯量为

$$I=\int dI=\frac{\rho\pi}{2}\int_{-R}^{+R}(R^2-x^2)^2dx=\frac{8x\rho}{15}R^2=\frac{2}{5}mR^2$$

1-3 转动定律

本节讨论刚体绕定轴转动时的运动规律。首先，引入力矩这一概念。然后，再讨论刚体的角加速度，刚体的转动惯量和所受外力矩之间的定量关系。

一 力矩

一个具有固定轴的静止物体，在外力作用下可能发生转动，也可能不发生转动。由

事实可知，物体转动状态的改变不仅与力的大小、方向有关，而且与力的作用线到转轴的距离有关。例如，当我们开关门窗时，如果作用力与转轴平行或通过转轴，那末不论多大的力也不能把门窗打开或关上。因此，在转动中必须研究力矩的作用。

设刚体所受外力$\boldsymbol{f}$在垂直于转轴OO'的平面内如图1—8所示，力的作用线和转轴之间的垂直距离d称为力对转轴的**力臂**。则力和力臂的乘积称为力对转轴的**力矩**，用M表示。即

$$M = fd$$

设力的作用点是P，P点至转轴OO'的垂直距离为r，相应的矢径为$\boldsymbol{r}$。从图1—8可知，$d = r\sin\phi$，ϕ角是力$\boldsymbol{f}$与矢径$\boldsymbol{r}$之间的夹角，所以上式也可写成

$$M = fr\sin\phi \qquad (1—13)$$

力矩是矢量，它的方向按右手螺旋定则确定，即由右手四指沿矢径$\boldsymbol{r}$的方向，经过小于平角的角度转到力$\boldsymbol{f}$的方向，此时拇指的方向就是力矩$\boldsymbol{M}$的方向。（1—13）式写成矢量式为

$$\boldsymbol{M} = \boldsymbol{r} \times \boldsymbol{f} \qquad (1—14)$$

如果刚体所受的作用力不在垂直于转轴的平面内，那就必须把外力分解为两个互相垂直的分力，一个是与转轴平行的分力$\boldsymbol{f}_1$；它不能使物体转动；另一个是与转轴垂直的分力$\boldsymbol{f}_2$，它能使物体转动。如图1—9所示。力矩的单位为米·牛顿（m·N）。

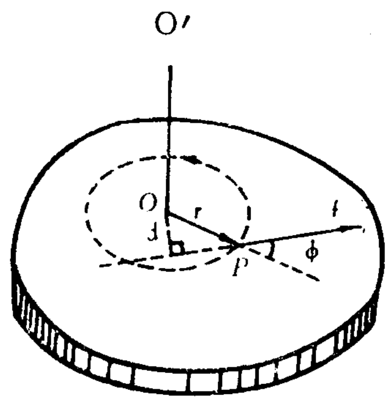


图1—8 外力垂直于转轴的平面

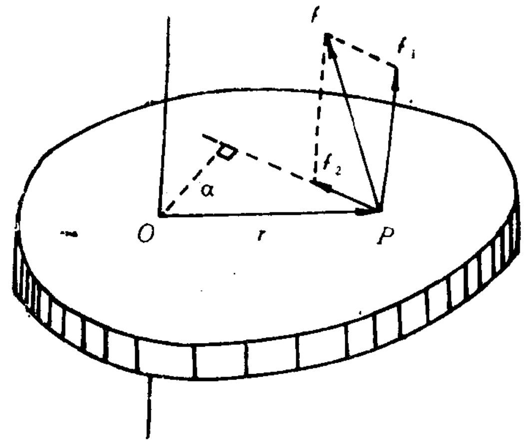


图1—9 外力不在垂直于转轴平面上的力矩

二 力矩的功

如图1—10所示，刚体在垂直于转轴的平面上的合外力$\boldsymbol{f}$作用下，在dt时间内绕轴转过一极小的角位移$d\theta$，力$\boldsymbol{f}$作用点P的位移为$ds = rd\theta$，r为P点到转轴的垂直距离，位移$d\boldsymbol{s}$与OP垂直，与$\boldsymbol{f}$的夹角为θ，根据功的定义，力$\boldsymbol{f}$在这段位移中所做的功为

$$dA = f\cos\theta ds = fr\cos\theta d\theta$$

因$\theta + \phi = 90°$，所以$\cos\theta = \sin\phi$ 又因$M = fr\sin\phi$，故上式可写成

$$dA = Md\theta \qquad (1—15)$$

即刚体在力矩的作用下，在产生角位移$d\theta$的过程中，力矩所作的元功dA等于力矩M和角位移$d\theta$的乘积。

当刚体在恒力矩M作用下转过θ角时，力矩所作的功为

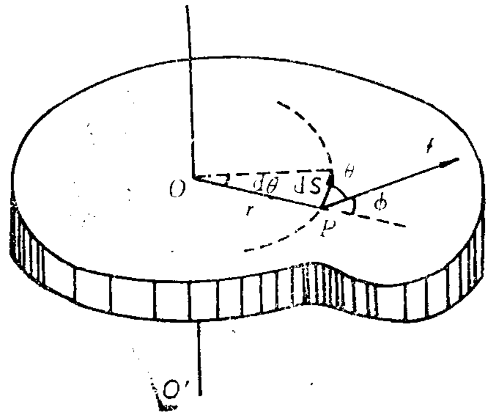


图1—10　力矩的功

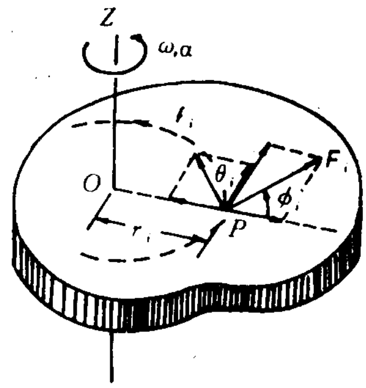


图1—11推导转动定律用图

$$A = M\theta \tag{1—16}$$

刚体在变力矩作用下所作的功为

$$A = \int M \mathrm{d}\theta \tag{1—17}$$

由以上讨论可知，在刚体作定轴转动情况下，合外力对刚体作功是以合外力矩的形式表现出来。又由于刚体内部各质量元的相对位置保持不变，所以合外力矩只能使刚体作整体运动。

三　转动定律

刚体运动的规律可以在质点运动的最基本规律——牛顿运动定律的基础上演绎推导出来。两者之间有极其深刻的内在联系。

图1—11表示一个绕固定轴OZ转动的刚体，其中P点表示刚体中的一质点，质量为Δm_i，P点离转轴的距离为r_i，相应的矢径为$\boldsymbol{r}_i$。设刚体绕轴转动的角速度和角加速度分别为ω和α，此时质点P所受外力$\boldsymbol{F}_i$（其它$\triangle m_i$物体对所施作用力的矢量和），内力$\boldsymbol{f}_i$（刚体中其它各质点所施作用力的矢量和）。$\boldsymbol{F}_i$、$\boldsymbol{f}_i$与$\boldsymbol{r}_i$的夹角分别为ϕ_i和θ_i。根据牛顿第二定律

$$\boldsymbol{F}_i + \boldsymbol{f}_i = (\Delta m_i)\boldsymbol{a}_i \tag{1}$$

式中的$\boldsymbol{a}_i$是质点P的加速度。质点P绕转轴作圆周运动，把力和加速度都沿径向和切向分解，可写成径向和切向分量的方程如下：

$$-(F_i\cos\phi_i + f_i\cos\theta_i) = (\Delta m_i)a_{in} = (\Delta m_i)r_i\omega^2 \tag{2}$$

$$F_i\sin\phi_i + f_i\sin\theta_i = (\Delta m_i)a_{it} = (\Delta m_i)r_i\alpha \tag{3}$$

式中$a_{in} = r_i\omega^2$和$a_{it} = r_i\alpha$分别是质点P的向心加速度和切向加速度。式（2）左边表示质点P所受的向心力，式（3）左边表示质点P所受的切向力。向心力的作用线是通过转轴的，其力矩为零，我们不予考虑。在式（3）的两边各乘以r_i可得到：

$$F_i r_i\sin\phi_i + f_i r_i\sin\theta_i = (\Delta m_i)r^2{}_i\alpha \tag{4}$$

式（4）左边的第一项是外力对转轴的力矩，第二项是内力$\boldsymbol{f}_i$对转轴的力矩。

同理，对刚体中全部质点都可写出和（4）相当的方程。把这些式子全部相加，则有：

$$\sum_i F_i r_i \sin\phi_i + \sum_i f_i r_i \sin\theta_i = (\sum_i \Delta m_i r_i^2)\alpha \qquad (5)$$

因为力f_i中的每一对作用与反作用的力矩相加为零，所以式（5）左边表示所有内力力矩之和的第二项等于零，即

$$\sum_i f_i r_i \sin\theta_i = 0$$

于是（5）式可写成

$$\sum_i F_i r_i \sin\phi_i = (\sum_i \Delta m_i r_i^2)\alpha \qquad (6)$$

式（6）左边是刚体所受外力对转轴力矩的总和，称为合外力矩，用M表示，式（6）右边的$\sum_i \Delta m_i r_i^2$是转动惯量I，（6）式可写成

$$M = I\alpha \qquad (1-18)$$

此式表明，刚体作定轴转动时，刚体所受合外力矩等于刚体的转动惯量和角加速度的乘积。这个关系称为**转动定律**。

用矢量式表示时，转动定律可写作

$$\boldsymbol{M} = I\boldsymbol{\alpha} = I\frac{d\omega}{dt} \qquad (1-19)$$

从转动定律$M = I\alpha$出发可以推导出刚体定轴转动中的动能定理。

因
$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d\omega}{d\theta}\cdot\frac{d\theta}{dt} = \omega\frac{d\omega}{d\theta}$$

而
$$M = I\left(\omega\frac{d\omega}{d\theta}\right)$$

于是有

$$M d\theta = I\omega d\omega = d\left(\frac{1}{2}I\omega^2\right)$$

当刚体的角速度从t_1时刻的ω_1改变为t_2时刻的ω_2时，在这过程中，合外力矩对刚体所作的功为

$$A = \int_{t_1 - t_2} M d\theta = \int_{\omega_1}^{\omega_2} d\left(\frac{1}{2}I\omega^2\right) = \frac{1}{2}I\omega_2^2 - \frac{1}{2}I\omega_1^2 \qquad (1-20)$$

（1—20）式表明：合外力矩对定轴刚体所作的功等于刚体转动动能的增量。这一关系称为刚体定轴转动中的**动能定理**。

例1—3 均匀圆盘，半径为R，质量为m，使它通过中心与盘面成垂直的转轴转动，在盘边缘上施拉力T，求此圆盘的角加速度及圆盘边缘上切向加速度（摩擦力不计）。

解 依题意圆盘的转动惯量$I = \frac{1}{2}mR^2$，力矩$M = TR$，把上两关系式代入$M = I\alpha$中，则得下面等式

$$TR = \frac{1}{2}mR^2\alpha$$

求得圆盘的角加速度

$$\alpha = \frac{2T}{mR}$$

圆环边缘上切向加速度为

$$a_t = R\alpha = \frac{2T}{m}$$

例1—4 在上题中，如果在拉力线的一端悬挂一质量为的m'物体，仍以拉力 T 使物体下落h时，试证系统的机械能守恒。

解 已知拉力线上的张力为T，取物体m'为研究对象，取加速度a向下为正，由牛顿第二定律有

$$m'g - T = m'a \qquad (1)$$

取圆盘为研究对象，由转动定律

$$TR = \frac{1}{2}mR^2\alpha \qquad (2)$$

又因 $a = R\alpha$ （3）

（1）、（2）、（3）式联立得

$$a = \frac{2m'}{m + 2m'}g$$

现在物体m'下落的距离为h，物体具有的速度为v，有$v^2 = 2ah$的关系式成立。系统失去的势能为$m'gh$，系统的动能应包括圆盘的转动动能$\frac{1}{2}I\omega^2$和物体m'的平动动能$\frac{1}{2}mv^2$。系统机械能守恒须满足下关系式

$$m'gh = \frac{1}{2}I\omega^2 + \frac{1}{2}m'v^2 \qquad (4)$$

而

$$m'gh = m'g\frac{v^2}{2a} = \frac{1}{2}m'v^2\left(\frac{g}{a}\right)$$

$$= \frac{1}{2}m'v^2\left(\frac{m+2m'}{2m'}\right)$$

$$= \frac{1}{4}(m+2m')v^2$$

又

$$\frac{1}{2}m'v^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{1}{2}m'v^2 + \frac{1}{2}\times\frac{1}{2}mR^2\left(\frac{v^2}{R^2}\right)$$

$$= \frac{1}{4}(m+2m')v^2$$

因此（4）式成立，系统机械能守恒。

1-4 角动量原理 角动量守恒定律 进动

一 角动量

动量是描写物体平动状态的物理量，对于转动状态是不能用动量来描写的。例如，一个绕通过中心并垂直于盘面的转轴转动的圆盘，由于圆盘是由许许多多质点组成的，所以，当圆盘静止不动时，各个质点的动量都等于零，从而圆盘的动量等于零；当圆盘