



高等学校試用教科書

107

画法几何学

HUAFÄ JIHEXUE

(修訂第二版)

朱育万 周棣萼 等編
倪志鏘 李睿謨

人民教育出版社

高等学校試用教科書



画 法 几 何 学

HUAFA JIHEXUE

(修訂第二版)

朱育万 周棟萼 等編
倪志鏘 李睿謨

人民教育出版社

本书是唐山铁道学院朱育万等教师编写的，于1957年由原高教出版社出版，1960年8月经过修订后再版。此次系重印。

全书内容包括：绪论，点，直线，平面，二平面间直线和平面间的各种位置，投影的变换，曲线和曲面，平面体和曲面体，平面、直线与立体的相交及展开，立体的相交，正投影中的阴影，轴测投影，透视图投影，标高投影等十四章。

本书与唐山铁道学院画法几何及制图教研组所编“建筑工程制图”一起，可作为高等工业学校土建类专业画法几何、建筑工程制图课程的试用教科书，也可供其他专业师生参考。

画 法 几 何 学

(修订第二版)

朱育万 周康尊 倪志耕 李容謨 等编

人民教育出版社出版 高等学校教学用书
北京前门内大街27号

北京市书刊出版业营业登记证出字第2号

京 华 印 书 局 印 刷

新华书店科技发行所发行

各地新华书店经售

统一书号 15010·326 开本 787×1092 1/16 印张 17 5/8

字数 261,000 印数 38,001—42,000 定价(7)¥1.70

1957年4月第1版 1960年8月第2版 1961年4月北京第8次印刷

3-73

对本书第二版的说明

为了适应教育革命以来在画法几何教学上的需要,我們根据几年来的教学經驗和对教育方針的体会,将本书进行了一次较为全面的修訂工作。

新版在系統和内容上均重新作了考虑,改变了某些章节的系統編排,加强了第三投影、曲綫、曲面、立体和軸測投影的理論部分,增加了綜合性問題和应用实例,以及改正了原书第一版中某些不甚恰当和排印錯誤之处。新版作了较大变动的有直綫、平面、投影变换、曲綫和曲面、軸測投影等各章,其余各章也作了相应的修改。

本书第二版的改編工作主要由唐山铁道学院朱育万和兰州铁道学院周楫尊負責,唐山铁道学院馬基琳、高法忱和李容謨也参加了部分改編工作。

为了进一步改进教学内容,提高教学质量,敬希讀者多多提供宝贵意見。

編者 1960 年

对学生自学的几点建議

大学一年级学生常把画法几何列为难学的课程之一。实际上常常是这样：有些学生在学习的头几周感到困难，渐渐掌握了规律，又觉得“没什么”而松懈，但由于不注意又感到困难，直到考试时经过复习，掌握了总的內容、系統和规律，获得了良好的成績，才真正認識到学这门课程并不特別困难。問題在这门课程有其特点，因此要順利地进行学习，需要掌握适合于课程特点的方法。

画法几何学中，几乎没有什么需要记忆的公式，而且它的理論也甚为简单，問題在于如何运用这些理論去解决具体問題。而我們知道，要具有解决实际問題的能力，需要掌握所学理論，在实践解題中获得，也只有通过实践，才能更好地掌握和巩固所学的理論。

因此，要特別注意，在学习时对于任何一个作图原理和方法，不要滿足于“听懂了”，“看过了”，或“記住了結論”，必須要知道“为什么？”弄清楚解决这个問題，为什么需要采取这样的步骤？为什么这样作图？这样就可发现問題，进而解决問題，这才算真正懂了，才会去运用这些理論解决問題。学生常反映：“听得懂，看得懂，但不会作題”。实际上学生作題时有些困难，是必然会遇到的，不应看作“不会”，也有的却仅是懂得了教条，教条当然不能去解决实际問題。

有的学生认为学好画法几何，需要特别的空間想象力——而这几乎是一种天才，这实在是不适当地強調了这方面的重要性而造成的結果。我們不赞成死記条文与例題，指出需要弄清空間关系，这是必要的，但当把基本关系弄清以后，得到了规律，就应该掌握规律与运用规律。所謂空間想象，是根据投影图、根据給出的条件与所求的結果，来类比、分析、推理，并不是不可捉摸的东西，实际上想象空間关系和利用规律作图，是解决問題中一个辩证的过程。如果遇到一个問題，来龙去脉没有弄清，就对图苦想，这是很难想出来的，但如果对任何一个問題，都要求先把空間关系想通了，解决了，再来作图，这是不必要，有时也是不可能的。

其次，学习方法不是一成不变的，学生要随各阶段內容的不同，不断改进复习方法，以提高效率，做到時間少而效果大。复习必須深入，看了一部分，就能掌握一部分，不要以为多看几遍就算好，每次走馬看花，系統、重点都不能掌握，即使看上三、五遍用处也不大。

复习时可先回忆一下講課內容，然后以筆記为主进行自学（筆記必須有系統，重点，对問題的分析，与作图的主要步骤），講課的內容，是課程的核心，故要求透彻掌握，于是再以教本或参考书来补充，扩大知識。自学时，一边看，一边动手作一些讲过的重要的例題或其他类似的題目，以使学习深入，看书时会作了的例子，不必再看文字說明，应看自己尚未掌握的地方，以免浪費時間。除了指定的內容以外，其他內容是否要看，可随各人的能力与要求而有所不同。

另外应指出，解題时作图必須整齐精确，要注出所有該注的字母或数字标記，一般讲反对徒手画，因为画法几何的題目都是用作图来解决問題的，如果画得了草，就可能制造了錯誤而得不到应有的結果，以致浪費時間与返工，同时正确作图可养成按照規格作图的習慣，为制图打下基础。

初学时可利用硬紙、火柴等做些简单模型，以帮助想象空間关系。但不宜每題都去依靠模型，要逐步脱离，以培养自己空間分析想象的能力。

掌握正确的学习方法，实际上是一个思想方法問題，并不是說到就能做好的，也需要一个过程，要求學生們仔細分析所建議的方法的精神实质，反复研究改进，而創造适合于自己的方法。

目 录

对本书第二版的说明	1	§ 6.2 变换投影面法	79
对学生自学的几点建议	1	§ 6.3 垂轴旋转	84
第一章 緒論	1	§ 6.4 平轴旋转	90
§ 1.1 画法几何学的任务	1	§ 6.5 重合法	91
§ 1.2 画法几何学的发展概述	2	§ 6.6 应用投影变换法解决问题的几个例子	94
§ 1.3 关于投影法的基本概念	4	第七章 曲线和曲面	103
§ 1.4 一些应用于工程上的作图法	6	§ 7.1 平面曲线	103
第二章 点	9	§ 7.2 空间曲线	106
§ 2.1 点的正投影	9	§ 7.3 曲面概述	107
§ 2.2 点在二投影面体系中的各种位置	10	§ 7.4 直线面	108
§ 2.3 三投影面体系及点在三个投影面上的投影	12	§ 7.5 回转面	113
§ 2.4 点的坐标及由点的两个投影作第三投影	14	§ 7.6 圆锥曲线	114
§ 2.5 直观图的画法	16	§ 7.7 螺旋线和螺旋面	116
第三章 直线	20	第八章 平面体和曲面体	120
§ 3.1 直线的投影	20	§ 8.1 立体的表示法	120
§ 3.2 平行及垂直于投影面的直线	22	§ 8.2 体表面上的线和点	121
§ 3.3 线段的实长及其与投影面的倾角	23	§ 8.3 斜轴回转体轮廓的画法举例	124
§ 3.4 直线内定点	25	第九章 平面、直线与立体的相交、展开	127
§ 3.5 直线的迹点	26	§ 9.1 平面与平面体的相交、展开	127
§ 3.6 二直线的相对位置	29	§ 9.2 平面与曲面体的相交、展开	130
§ 3.7 直角的投影	32	§ 9.3 直线与立体的相交	140
第四章 平面	36	§ 9.4 曲面体的切平面	144
§ 4.1 平面的各种表示方法	36	第十章 立体的相交	151
§ 4.2 平面内的直线	38	§ 10.1 平面体的相交	151
§ 4.3 平面内的点和图形	41	§ 10.2 曲面体的相交	155
§ 4.4 平行及垂直于投影面的平面	44	§ 10.3 平面体与曲面体的相交	164
§ 4.5 画出平面的迹线	47	§ 10.4 立体表面相交的实例	167
第五章 二平面間、直线和平面間的各种位置	51	第十一章 正投影中的阴影	174
§ 5.1 直线与平面互相平行	51	§ 11.1 关于正投影中阴影的基本知识	174
§ 5.2 二平面互相平行	52	§ 11.2 点的影	174
§ 5.3 二平面相交	55	§ 11.3 线的影	176
§ 5.4 直线与平面相交	60	§ 11.4 平面形的阴影	177
§ 5.5 直线与平面相垂直	66	§ 11.5 立体的阴影	179
§ 5.6 相互垂直的二平面	70	§ 11.6 建筑细部的阴影	188
§ 5.7 点、直线、平面的综合例题	72	§ 11.7 房屋的阴影示例	190
第六章 投影的变换	78	第十二章 轴测投影	196
§ 6.1 概述	78	§ 12.1 轴测投影的基本概念	196
		§ 12.2 轴测投影的基本性质	197

§ 12.3 軸測正投影	198	§ 13.6 视点、视面和物体的相互位置的选择	242
§ 12.4 坐标面内的或平行于坐标面的圖的軸測 正投影	206	§ 13.7 作建筑透視的基本方法	244
§ 12.5 軸測斜投影	211	§ 13.8 受团傾視制时的作圖	250
§ 12.6 在軸測投影中决定空間点、直綫、平面的 相互位置及解决一些几何問題	216	§ 13.9 透視中的阴影	251
§ 12.7 軸測投影中的阴影	221	第十四章 标高投影	260
第十三章 透視投影	227	§ 14.1 点和直綫的标高投影	260
§ 13.1 透視的基本知識	227	§ 14.2 平面的标高投影	262
§ 13.2 点的透視	228	§ 14.3 地面的表示法	268
§ 13.3 直綫的透視	230	§ 14.4 平面与地面的交綫	269
§ 13.4 平面	239	§ 14.5 地形問題	270
§ 13.5 圓的透視	240	参考书目	275

第一章 緒論

§1.1 画法几何学的任务

在人們的生活實踐中,在工程、科学和艺术方面,經常需要把空間的形体表示到平面上去。例如,我們需要根据画在紙上的房屋或建筑物的图样来建造它們,我們需要根据图形容易地了解所画物体的形状。

这里存在着两种不同的要求。第一种是要使我們便于根据所画的图形来判断空間物体的准确的形状和大小,以便根据图形来建筑或制造物体。另一种是要使图形具有最大的显明性,以便使我們一下子就可以看懂所画的是什么样的物体。

这些正是画法几何学所要解决的問題。

但是学习画法几何学,不仅是为了在平面上表示空間的物体,而且还需要应用这些平面上的图形来解决空間的几何問題。例如,我們画出某一地区的地形图,当然不是为了欣賞这一图形。工程技术人员利用这个地形图来設計鉄道或运河的棧路,决定什么地方需要开挖和填筑,以及計算土方等。机械工程技术人員根据按一定規則所作出的机器的图样,研究全部机构的相互作用、运动情况和各別零件的坚固性等。

同时,在工程上属于空間几何性質的問題,在平面上应用直尺和圓規的图解算法在很多情况下都可以代替分析算法,因为这种方法不但能給出足够的而有时还超过生产和实际要求的精确度,而且可使問題的解决簡單和迅速。

然而平面(如紙面)只具有两个向度,而空間的形体均占有三个向度。因此要使三向度的形体能在二向度的平面上得到正确的反映,就必须建立和采用一些方法。这些方法必須能准确地表示和决定所研究的形体在空間的形状、大小、相互位置及几何特性等。这些在平面上表示空間形体并从而解决空間几何問題的方法,正是画法几何学这門科学所要研究的。

因此,画法几何学的任务就在于:

- 1) 提供空間形体在平面上的各种表示方法的几何基础;
- 2) 提供在平面上解决空間几何問題的图解方法。

由此可見,画法几何学能为繪制和閱讀图样提供理論基础,使有可能根据图样研究所画物体的几何性質(形状、大小、空間的相互位置等);并可用图解法来解决各种空間几何問題。这对工程技术人员來說是具有十分重要的实际意义的。

此外,画法几何学在培养和发展空間想象力方面起着极其重要的作用。对于学习其他課程如理論力学、机械原理、測量学、天文学和結構力学等以及研究工程上某些特殊問題时都有帮助。同时也由于研究过画法几何学,就获得了有力的工具,使学生在高等工业学校毕业之后,能够去从事創造性的建設事业。

因此,画法几何学有着其普遍教育的意义,为现实世界的認識工具之一。

§ 1.2 画法几何学的发展概述

在古代由于需要丈量田亩、兴修水利和航海等,产生了量度几何。随着人类生产活动和文化生活上的进一步发展,在繪画、雕刻、建筑防御工事、水利工程及房屋等方面都需要精确和富有表达性的方法。但应用文字却不可能十分完整和清晰地描述所要表明的物体,因而提出了許多有关必需在平面上表示空间物体的新的几何問題。由于許多人的长期努力,对于这些問題創造了一些解答,从而逐渐地規定出普遍的方法。根据这些方法可以在一定的条件下满足所提出的要求。

因而,画法几何学的历史正是由于人們生产实践的需要而产生和发展科学理論的光輝榜样。科学的唯物主义在其反对唯心主义的哲学中确立了任何科学都不是根据人的主观的幻想而建立起来的。画法几何学也正是如此。还在其形成为一个科学体系的很久以前,画法几何学的各种方法和規則早已由于实践的需要而应用于技术的各个领域中了。

例如,根据我国古代文件中的記載,从傳說中的禹开始就进行了大規模的治水工程以便从事农业生产。历代以来与黄河、淮河等河流的斗争也未尝停息;此外,各处的水利工程、灌溉系統則不胜枚举。在治水过程中必先探測地形、水路,因此繪制地图(在平面上表示地勢)就首先发展起来。

与农业生产有直接影响的,还有天文的观测和历法的制定。从古代沿用的历法和二千多年来的天文記載中,我們可以知道早在战国时代就有甘公和石申二人所作的甘石星經的星图;东汉張衡(公元100年左右)用自己設計的渾天仪所測繪的灵宪图。此后历代的天文学家几乎都画过星图(如宋代苏頌所著的新仪象法要上的星图,科学家沈括在观测北极星方向的过程中所繪制的二百余張星图)。由此可以断言,我們的祖先在很早以前就能利用极坐标的方法来确定星位了。

营造技术在我国也是发展最早的科学之一。自周代以来,就有很多关于建造的記載。其中完整无遺,保留至今的是宋代李誠(明仲)的营造法式一书(著成于公元1100年)这部著作完整地总结了两千多年間祖国在建筑技术上的成就。书中載有很多图样,大多是正确地按照正投影的規則所繪制的。例如图1.1所示的殿堂举折图就是一个十分完整的正投影。其中还有很多图样已完全脫离了艺术画的領域,用軸測画法代替了透視法,以便繪制和按图制作(如图1.2的斗拱图)。

此外,在其他技术书籍中也可看到很多图样。例如在明代的天工开物一书中就画有大量插图。其中很多图样几乎与正确的軸測投影相差不多,有些还适当地运用了阴影。

以上这些画法,都具有一定的根据,但是由于长期的封建統治,輕視劳动,以致很多劳动人民在这一方面的創造均被埋沒了,而且也未能总结出較为完整的科学体系来。

画法几何方法的完整而系統的著述,直到公元1795年才由法国的几何学家嘉司帕拉·蒙若(1746—1818年)所发表。蒙若所說明的画法是以互相垂直的两个平面作为投影面的

平行投影法。这个方法保证了物体在平面上的影象明显、正确，且便于量度。

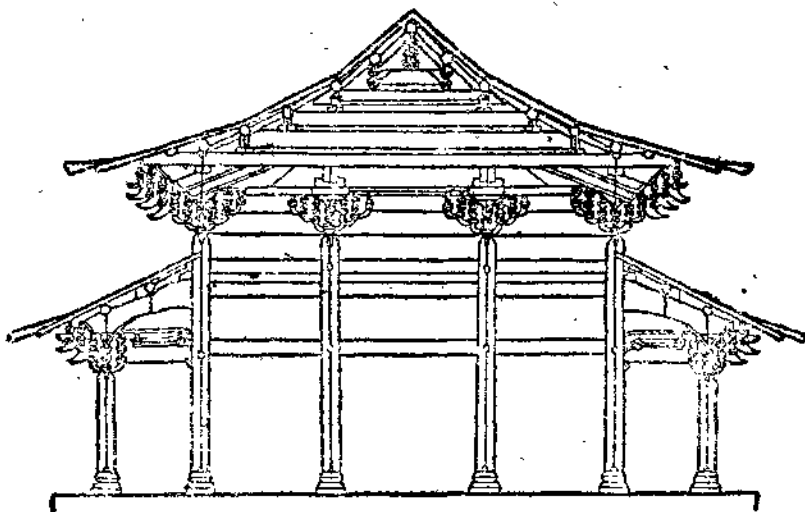


图 1.1 殿堂举折图(载营造法式)

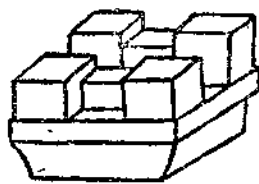
蒙若著作的发表正处在法国革命时期，这时画法几何学由于技术的蓬勃发展而获得了新的生命力。同时也正是因为画法几何学得到了严正的科学论证而使其在新的技术上找到了广阔的应用并逐渐使图样形成工程界的“国际语言”。

画法几何学还推动了纯几何学方法的复兴。它为更一般性的科学——射影几何学的发展准备了基地。

俄罗斯在这门科学上曾走着独特的道路。遗留至今而完成于十六世纪末期与十七世纪初期的古代俄罗斯的城市图，已与现代的轴测图和透视图相似。

著名的俄罗斯发明家 И. И. 库里宾和杰出的建筑师 А. В. 乌赫托姆斯基所绘的图，早在蒙若发表其总结正投影法的著作之前，就已经是准确地按照物体各个投影的布置与相互关系的规则而绘制的。

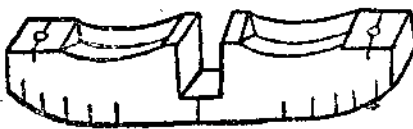
解放前，我国是一个半封建半殖民地的国家，长期受帝国主义、封建主义和官僚资本主义的反动统治，在科学技术方面十分落后。同时由于资产阶级理论脱离实际的恶劣思想严重地侵蚀了我们的一些科学工作者，使他们错误地认为画法几何这门课程“没有什么”，甚至轻视从事这门课程的教学工作者。因而，就大大地影响了这门科学在我国的发展。



方檩料
柱头或补间用



令拱
外跳用



令拱
里跳用

图 1.2 斗拱(载营造法式)

中华人民共和国成立以后,由于党和政府的正确领导,各方面均取得了伟大的成就。在这門科学方面也改变了以往的情况,普遍地給予足够的重视。在高等工业学校中,一般都采用了新的教材和教学方法。这就为这門科学及其教学的发展开辟了广闊的道路。

§1.3 关于投影法的基本概念

如果在眼睛和物体(如房屋)之間,安放一块玻璃板(图 1.3),則由眼睛向房屋上每一个頂点所发出的視線均与玻璃板相交。把玻璃板上这些交点依次連接起来,就可以得到画在玻璃板上的房屋的形状。这个图形就称为房屋在玻璃板上的投影。

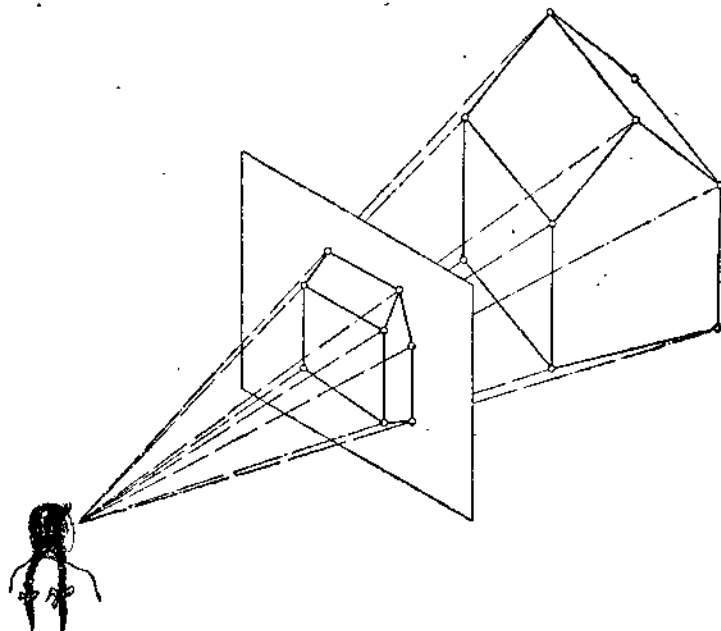


图 1.3

又如要把平面 P 外的一段曲线 AB 画在平面 P 上(图 1.4),則可在空間选择一任意点 S ,并由 S 点向曲线上所有的点引直綫。这些直綫与 P 平面的交点的总和,就构成已知曲线

在 P 平面上的图形 ab 。这个图形也可以看作是一段鉄絲 AB , 在光源 S 照耀下落在桌面 P 上的影。在这情况下, P 平面上的 ab 就是曲线 AB 在 P 平面上的投影。

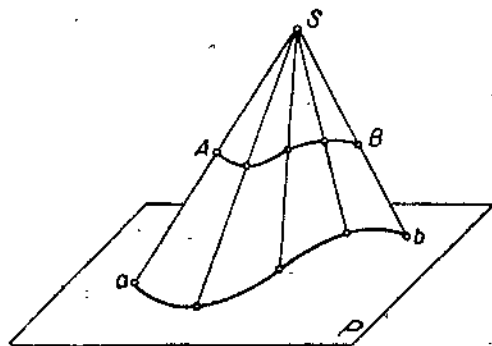


图 1.4

在所举的两个例子中,玻璃板或平面 P 称为投影面;眼睛或 S 点称为投影中心;而由眼睛发出的視線或由光源 S 发出的光綫称为投射綫。

上述的由投影中心把形体投射到投影面上而得到投影的方法称为中心投影法或透視

投影法。这一方法也称**錐面投影法**，因为由投影中心所引出的且包络于形体外圍的投射綫构成一个錐面。

如果把图 1.4 中的 S 点移离投影面 P 而到无穷远的地方 (图 1.5)，此时投射綫彼此平行，则变成**平行投影法**，或称**柱面投影法**。这时，可将投影 ab 看作是在阳光照射下鉄絲 AB 落在平面 P 上的影。

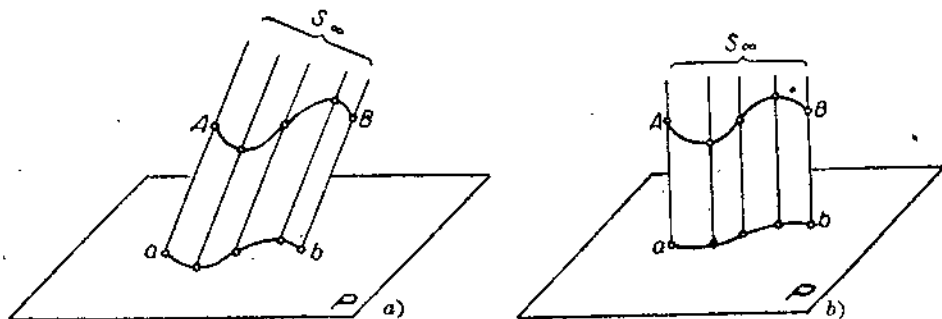


图 1.5

在平行投影法的情况下，如果投射綫与投影面交成一个不是 90° 的斜角，则所得的投影称为**斜角投影**或**斜投影** (图 1.5, a)；如成直角，则称为**直角投影**或**正投影** (图 1.5, b)。

因此，投影法可分为两类：**中心投影法**和**平行投影法**；而平行投影法又可分为两种，即**斜投影法**和**正投影法**。

如果在一定条件下，即已知：a) 投影面和 b) 投影中心 (中心投影法时) 或投射方向 (平行投影法时)，则空间任一形体在投影面上将具有一个唯一而完全肯定的投影。

然而形体在投影面上的一个投影，却不能确定空间形体本身。

例如在图 1.6 中，在已知投影中心 S 和投影面 P 的情况下，直线 AB 和点 C 均有其唯一而肯定的投影 ab 和 c 。但是只要位于投射面 Sab 上的任何綫条 (如曲线 A_1B_1 和直线 A_2B_2) 及位于投射綫 Sc 上的任何点 C_1, C_2 ，它们的投影仍将分别为 ab 和 c 。

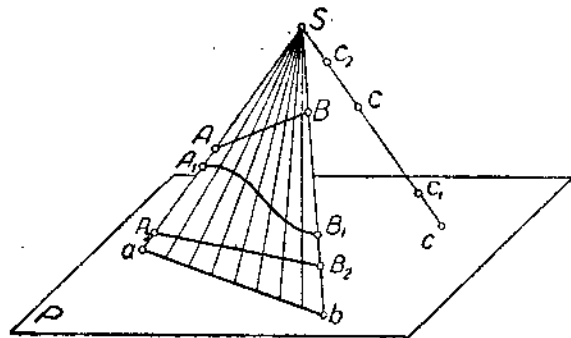


图 1.6

又如，在平行投影法中，已知投射方向和投影面 Q (图 1.7)，则直线 DE 和点 F 均有其唯一而肯定的投影 de 和 f 。但是只要在投射面 $DEed$ 上的任何綫条 (如曲线 D_1E_1 和直线 D_2E_2) 及在投射綫 Ff 上的任何点 F_1, F_2 ，它们的投影仍将分别为 de 和 f 。

由此可见，为了要从形体的投影来确定空间的形体，仅有一个投影是不够的。

但是怎样才能根据形体在平面上的投影，来构成对该形体的正确概念呢？这对于工程实践来说，具有首要的意义。为了解决这一问题，在画法几何学中常常需要采用某种型式的

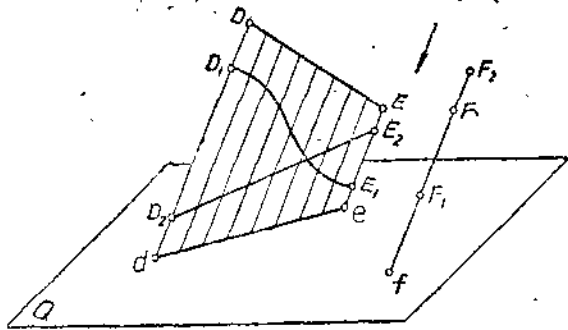


图 1.7

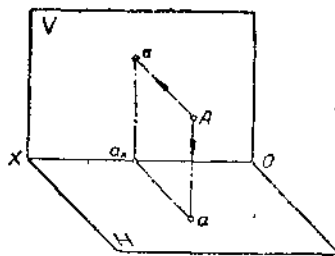


图 1.8

第二元素，其型式則視所用的作圖法而定。

例如，在正投影法中，我們要根据投影来确定空間点 A 的位置，采用互相垂直的两个平面作为投影面（图 1.8）。經過投射得到 A 点的两个投影。根据这二投影分别作二投影面的垂綫，就可以重新定出 A 点的空間位置了。

§ 1.4 一些应用于工程上的作圖法

为了繪制机器、房屋和結構物等的投影以及根据投影解决工程实践中的問題，可以采用下列四种主要的作圖法：

- 1) 正投影法；
- 2) 軸測投影法；
- 3) 透視投影法；
- 4) 标高投影法。

这些方法正是我們在本課程中所要研究的。現在分別簡單地介紹如下。

- 1) 正投影法是指将空間形体分別垂直地投射到两个或两个以上互相垂直的投影面上

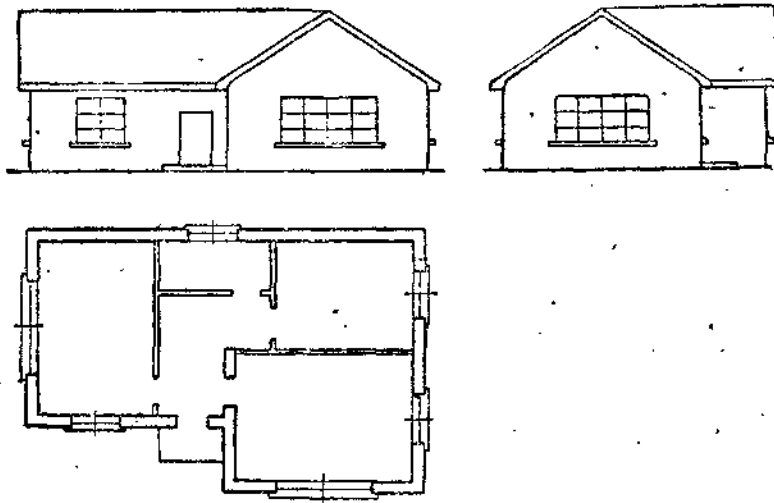


图 1.9

以得出其投影(如图 1.8),然后将这些带有形体投影的投影面按一定的规则展成一个平面,从而得到该形体的正投影图的方法。图 1.9 所示就是一幢房屋的三面投影图。这一方法绘制简便且便于量度,所以在工程上应用最广。但其缺点是不够显明,缺乏画法几何和制图知识的人不易看懂。

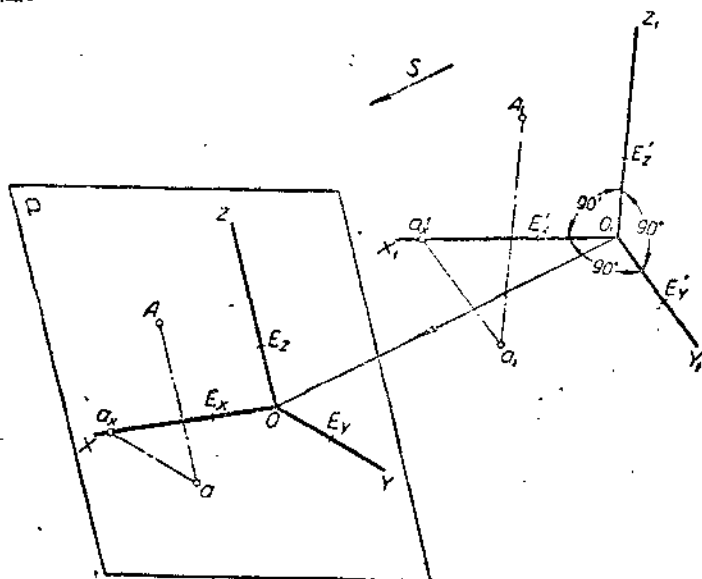


图 1.10

2) 轴测投影法是一种平行投影法。这一方法是将空间形体连同确定该形体的三个互相垂直的坐标轴一同平行地投射到一个投影面上以得出其投影的方法。如图 1.10, A_1 为空间点, O_1X_1, O_1Y_1, O_1Z_1 为确定 A_1 点位置的坐标轴, 把它们按投射方向 S 平行地投射到 P 平面上, 就可得到空间点及坐标轴的轴测投影 (A 及 OX, OY, OZ)。图 1.11 所示为当投射方向垂直于轴测投影面时的房屋的轴测正投影图。而图 1.12 所示则为当投射方向与投影面斜交时所得出的同一房屋的轴测斜投影图。这种方法具有很大的显明性而且在一定条件下也能直接量度, 在很多情况下作为正投影图的辅助工具。缺点是绘制较为费时, 所得图形较不自然。

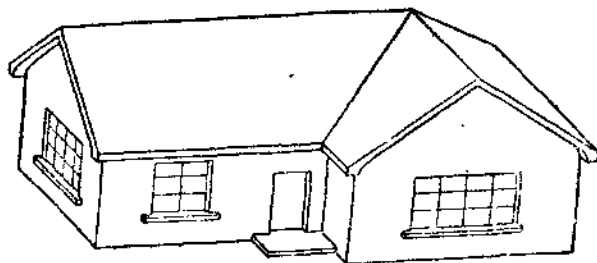


图 1.11

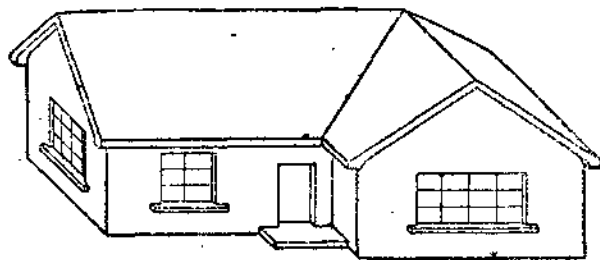


图 1.12

3) 透视投影法就是中心投影法, 它的本质已在图 1.3 及图 1.4 中提到过。图 1.13 就是根据这一方法所作出的房屋的透视图, 它的最大优点是图

形非常显明,大致与我們观看物体时所得到的形象相同,常被应用于土木建筑图中,表示土木工程的外貌或内部陈設。其缺点是繪制较为繁复且根据图形不能直接量度。

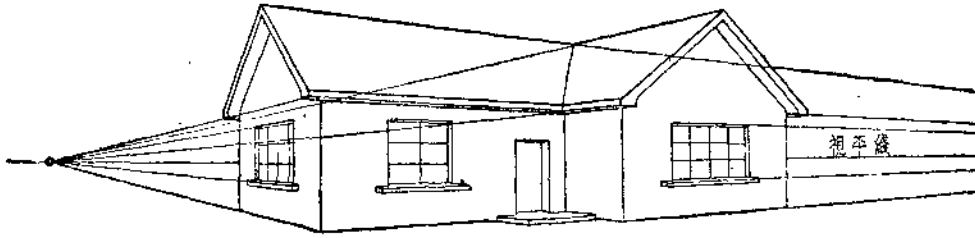


图 1.13

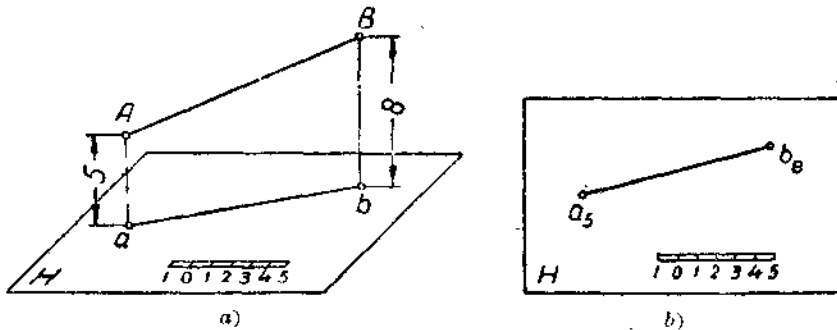


图 1.14

4) 标高投影法是画土工结构物的投影图的主要方法。作出形体在一个水平面上的正投影并用数字将形体的高度标注在投影上,就可得到该形体的标高投影。例如,在图 1.14, a 中,直线 AB 在 H 平面上的正投影为 ab 。因此,如果在投影 ab 上注出 A 点的高度 5 和 B 点的高度 8,就可得到直线 AB 的标高投影 a_5b_8 了(图 1.14, b)。图 1.15 表示在某一地区上修筑一段道路时,需要开挖和填筑的范围的标高投影。

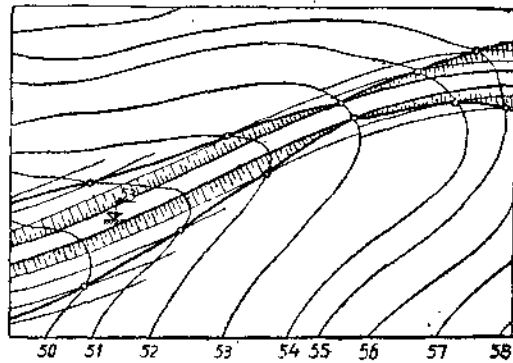


图 1.15

复习纲要

1. 学习緒論后,对本課程应有一总的概念。了解画法几何学研究的对象和学习画法几何学的目的。
2. 应掌握投影法的基本概念并明确中心投影法和平行投影法、斜投影和正投影的区别。
3. 对于四种主要的作图法,只需作一般的認識,因为在今后的教学中还要詳細地討論它們。

第二章 点

§ 2.1 点的正投影

上面談到, 点的一个投影不能决定点在空間的位置, 所以通常我們采用一点在两个互相垂直的平面上的投影来确定它。

假設在空間有彼此垂直的两个投影面 H 和 V (图 2.1)。 H 称为水平投影面, V 称为正立投影面。这两个投影面的交綫 OX 叫做投影軸。

由空間一点 A 向投影面分別作垂綫, 得交点 a 与 a' 。 a 称为 A 点的水平投影, a' 称为 A 点的正面投影。

这里规定: 空間的点用大写字母表示 (如 A), 点的水平投影用其小写字母表示 (如 a), 点的正面投影用其小写字母加一撇表示 (如 a')。

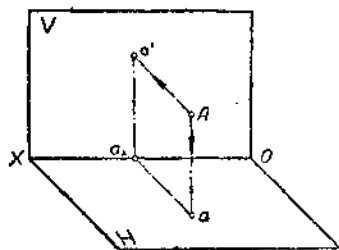


图 2.1

在实际作图中, 需要把空間关系在一个平面 (紙) 上表示出来, 所以要展开这二个投影面使它們摊在一个平面上。

为此, 我們令 V 平面不动, 而使 H 平面以 OX 为軸向下旋轉到与 V 平面重合 (图 2.2), 得到如图 2.3 的样子。这种二投影面重合后的图叫做投影图。

图 2.3 中, A 点的投影图有两个特性:

1) 自图 2.2 中我們見到, 从 A 点所作之二垂綫 Aa 及 Aa' 决定一平面, 此平面与 H 平面及 V 平面相交得二交綫 aa_x 及 $a'a_x$, aa_x 及 $a'a_x$ 交于軸上同一点 a_x

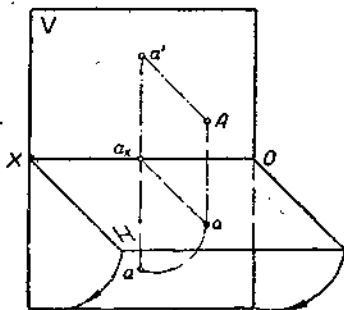


图 2.2

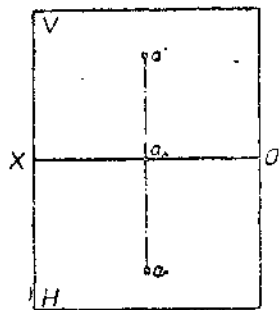


图 2.3

(三平面必交于一点); 且均垂直于 OX 軸 (因 OX 垂直于 Aaa_xa' 平面, 故 OX 垂直于平面內經過 a_x 点所画之任何直綫)。所以当 H 平面繞 OX 向下旋轉时, 水平投影 a 同时沿着半徑等于 aa_x 的圓弧随同 H 平面一起向下旋轉。旋轉 90° 到与 V 面重合后, 水平投影在投影軸之下而与垂綫 $a'a_x$ 在同一直綫上。由此可以得出这个重要的关系, 就是: 点的水平投影和正面投影一定位于投影軸 OX 的同一垂綫上。

2) 在图 2.2 中, Aaa_xa' 为一矩形, $a'a_x = Aa$, $aa_x = Aa'$ 。就是說: 点的正面投影至投影軸的距离等于該点本身至水平投影面的距离; 而点的水平投影至投影軸的距离, 等于該点本身至正立投影面的距离。

有了投影图, 就确定了点在空間与投影面的位置。假如我們要凭投影图来想象空間的

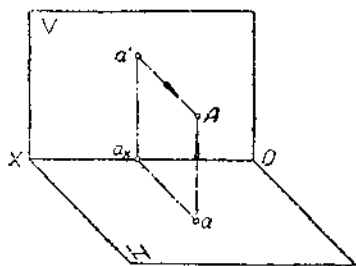


图 2.4

位置,如图 2.3,我們可把图样沿着 OX 軸折轉,而使两个投影面成为直角的位置(图 2.4),然后自 a 及 a' 两点分别作投影面的垂綫,垂綫的相交处即为 A 点。

§2.2 点在二投影面体系中的各种位置

投影面的范围,并不限于上述的那么大小,我們把它扩大来看,則 H 面和 V 面把空間分成四部分,称为四个象限,在水平投影面 H 之上,正立投影面 V 之前者,称第 I 象限,其他象限的编号见图 2.5。

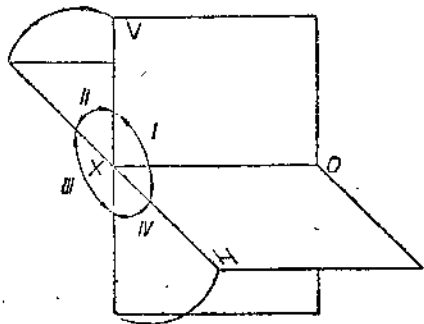


图 2.5

画投影图时,使 H 面的前半部向下旋轉到与 V 平面重合,后半部同时向上旋轉到与 V 平面重合。为了簡省作图起見,投影图上不必再附加任何文字,也不用画出边框,只画出 OX 軸便行了(如图 2.6)。

現在我們来研究点在二投影面体系中各种位置的投影图。

在研究这个問題前我們应肯定观察者的位置,即无论点在空間处于任何一种位置,在求其水平投影时,视点一定是在水平投影面之上无穷远处且由上往下看;在求其正面投影时,视点一定是在距正立投影面之前无穷远处而且是由前向后看。



图 2.6

点在空間对 H 、 V 投影面的位置,可以有几种情形:

- 1) 点在各象限內,
- 2) 点在投影面內,
- 3) 点在投影軸內。

1. 点在各象限內的投影(图 2.7)

a) A 点在第 I 象限內(图 2.7, a)。这种情况前面已經談过。在投影图上(图 2.7, b),其正面投影 a' 在 OX 之上方,水平投影 a 在 OX 之下方。

b) B 点在第 II 象限內,即 B 点在 H 面之上、 V 面之后。 B 点的正面投影 b' 在 V 平面的上半部,其水平投影 b 在 H 面的后半部。这两部分投影面重合后都在 OX 之上,所以 B 点的二个投影都在 OX 的上方。

c) C 点在第 III 象限內。在投影图中,其正面投影 c' 在 OX 之下方,水平投影 c 在 OX 之上方。

d) D 点在第 IV 象限內,其二投影 d' 和 d 都在 OX 之下方。

2. 点在投影面內时的投影(图 2.8)

我們應該知道,点在 H 面內,就是点与 H 面的距离等于零。在投影图上即反映出点的正