

外國語學校特級藝師職稱推出



读题做题

本册主编: 王 伟(特级教师)

发散思维·创新能力训练

初二数学



全国著名师大附中、外国语学校特级教师

读题 做题

与 发散思维·创新能力训练

初二数学

总主编：何 舟

本册主编：王 伟（特级教师）

撰 稿：颜景彦 王书怀 孔令荣
何书迪 汤自勋 徐继明
朱 斌

品牌教辅全新理念

吉林教育出版社

(吉)新登字 02 号

封面设计:周建明

责任编辑:王世斌 李建军

全国著名师大附中·外国语学校特级教师

读题、做题
与发散思维·创新能力训练
初二数学

总 主 编 何 舟

本册主编 胡务善(特级教师)

吉林教育出版社 出版 发行

新华书店经销

北京友谊印刷经营公司

开本:880×1230毫米 1/32

印张:14

印数:1~30000册

字数:420千字

版次:2001年7月吉林第1版

2001年7月北京第1次印刷

ISBN 7-5383-2182-9/G·1932

定价:14.80元

凡有印装问题,可向承印厂调换

读题、做题

与发散思维·创新能力训练

丛书编委会

总主编:何舟

执行主编:臧继宝 陈双久 陈宗杰 马传渔

编委:丁佩玲 孙丽谷 王建熙 陈斌 李建成

赵啸萍 邓志铜 袁联珠 顾定斐 柳如松

徐其美 蔡忠贤 王仁元 胡明健 卓存汉

王伟 胡全 俞晶晶 姜际宏 徐学根

曹子能 袁玲君 薛叔华 仓思春 张贤平

陈伟荣 刘国平 金立建 徐荣亮 陈进前

赵庆发 吴先声 胡务善 汪熙尧 熊辉如

叶金祥 杨廷君 许荣德 张志朝 汪廷茂

鹿焕武 金本钺 陆静 朱绍坤 侯建飞

许允 李伯珏 张天若 孙夕礼

我的数学教学理念与本书实验

王 伟

数学是“聪明学”，数学教学的目标是使学生变得聪明起来。所谓聪明，即以最敏捷的思维，最优化的方法，去认识、掌握客观世界中形与数的客观规律，并应用这些规律去处理它们之间的关系。

实现数学目标的关键在于调动学生思维。几何问题的解决多依赖于动作思维、形象思维，而代数问题的解决常依赖于经验型的抽象思维。因此，在实际教学中，应着力引导学生参与概念的形成、定理的验证、结论的得出过程，让学生通过实际动作的表象，对实际问题进行分析、综合、抽象、概括，直至离开具体形象，运用概念判断和推理。

调动思维的关键在于启发。教师的一言一语、一招一式，甚至一个眼神都能促使学生思维的迁移，这种“促使”就是启发。就题解而言，启发学生找到解题途径的关键在于分析。本人长期致力于“分析法探路、综合法解题”的题解教学实验，旨在施行“点金术”，将寻求解题思路的方法交给学生。本书“策略点悟”栏目充分体现了这一点。

运算能力的培养，运算定律是基础，速度是关键，准确是目标，灵活是体现。抓住知识点，设计好典型题型，分类训练，这是培养运算能力的重要途径。本书在题型的设计上充分注意了这一点。

空间想像能力的培养，首先要抓形体概念的形成（因为形是第二性的概念），其次要引导学生凭借图形用语言或列式来表达空间形状与位置关系，即对空间形式进行描述或量化，然后引导学生从复杂的图形中“取到”基本图形，进而分析其中基本图形和基本元素之间的关系，将问题予以“转化”，最终达到解决问题的目的。本书在几何问题的解答中，也充分体现了由复杂到简单、由新到旧的转化。

主 编 简 介



王伟 1948 年出生, 山东省滕州市人, 曲阜师范大学毕业, 山东省特级教师, 山东省有突出贡献的数学教育专家, 滕州市专业技术拔尖人才。现任滕州二中副校长, 中国教育写作协会特约编审, 中国教育家协会理事, 香港国际教育交流中心研究员。

从教 30 多年来, 他博采众家之长, 逐步形成了自己“深入浅出, 条理明快, 轻松自如, 透彻到家”的教学风格。其课堂教学水平受到了广大师生及专家的一致赞誉, 公开课多次获省优质课一等奖。他多次担任省、市初、高中数学竞赛辅导教师培训班的主讲, 被公认为是教学经验丰富、学术造诣较深、知名度较高的权威教师。

在立足教学工作第一线的同时, 他悉心钻研业务, 不断总结经验, 坚持著书立说。20 多年来, 发表论文 60 余篇, 出版著作 10 余部, 其中《数学教学艺术》《数列、极限、数学归纳法》等专著, 已被多家出版社列为精品。他在山东教育出版社出版的“名师解惑”丛书中的两本专著, 被专家誉为经典之作。



目 录

我的数学教学理念与本书实验	王 伟
---------------------	-----

第一章 三角形

学习目标	(1)
第一节 关于三角形的一些概念	(1)
第二节 三角形三条边的关系	(4)
第三节 三角形的内角和	(8)
第四节 全等三角形	(13)
第五节 三角形全等的判定(一)	(18)
第六节 三角形全等的判定(二)	(24)
第七节 三角形全等的判定(三)	(30)
第八节 直角三角形全等的判定	(37)
第九节 角的平分线	(43)
第十节 基本作图	(49)
第十一节 作图题举例	(53)
第十二节 等腰三角形的性质	(57)
第十三节 等腰三角形的判定	(63)
第十四节 线段的垂直平分线	(68)
第十五节 轴对称和轴对称图形	(73)
第十六节 勾股定理	(78)
第十七节 勾股定理的逆定理	(84)
本章综合测试	(89)

第二章 四边形

学习目标	(97)
第一节 四边形	(97)





目 录

读题 做题

第二节	多边形的内角和	(102)
第三节	平行四边形及其性质	(106)
第四节	平行四边形的判定	(111)
第五节	矩形、菱形	(117)
第六节	正方形	(123)
第七节	中心对称和中心对称图形	(128)
第八节	实习作业	(131)
第九节	梯形	(134)
第十节	平行线等分线段定理	(140)
第十一节	三角形、梯形的中位线	(144)
	本章综合测试	(150)

第三章 相似形

学习目标	(154)
第一节 比例线段	(154)
第二节 平行线分线段成比例定理	(159)
第三节 相似三角形	(165)
第四节 三角形相似的判定	(171)
第五节 相似三角形的性质	(177)
本章综合测试	(185)

第四章 因式分解

学习目标	(189)
第一节 提公因式法	(190)
第二节 运用公式法	(196)
第三节 分组分解法	(202)
本章综合测试	(207)

第五章 分 式

学习目标	(210)
第一节 分 式	(211)
第二节 分式的基本性质	(214)



第三节 分式的乘除法	(221)
第四节 分式的加减法	(226)
第五节 含有字母系数的一元一次方程	(232)
第六节 探究性活动: $a = bc$ 型数量关系	(238)
第七节 可化为一元一次方程的分式方程及其应用	(240)
本章综合测试	(250)
第六章 数的开方	
学习目标	(253)
第一节 平方根	(254)
第二节 用计算器求平方根	(259)
第三节 立方根	(261)
第四节 用计算器求立方根	(266)
第五节 实数	(269)
本章综合测试	(276)
第七章 二次根式	
学习目标	(278)
第一节 二次根式	(279)
第二节 二次根式的乘法	(284)
第三节 二次根式的除法	(296)
第四节 最简二次根式	(296)
第五节 二次根式的加减法	(301)
第六节 二次根式的混合运算	(307)
第七节 二次根式 $\sqrt{a^2}$ 的化简	(314)
本章综合测试	(321)
第一学期期末综合测试	(324)
第二学期期末综合测试	(327)
参考答案	(330)





第一章

三 角 形

学习目标

“三角形”是初等几何的重要内容之一,其重点是“全等三角形”及“勾股定理”,其难点是“全等三角形的判定”及“等腰三角形中的三线合一”。

1. 通过对三角形基本概念的学习,培养对几何图形的认知、识别和画图能力。
2. 通过对三角形性质、判定法则的学习,培养分析、计算、推理论证的能力。
3. 作图、计算、证明能从理论到实践的结合上了解几何的实际应用,培养解决实际问题的能力。

注意点:

1. 理解、掌握概念的实质,弄清它们的内涵和外延,因为这是学习三角形知识的基础。
2. 弄清有关定理的条件和结论,只有这样,才能正确区分性质定理和判定定理,并能正确地运用它们解决实际问题。

第一节 关于三角形的一些概念

自读典型题

【读1-1】 三角形的角平分线、中线和高线都是()。

- A. 直线 B. 线段 C. 射线 D. 以上都对

【策略点悟】 紧扣三角形的角平分线、中线和高线的定义。

【正确答案】 选 B。

【误点剖析】 误选 C. 产生错误的原因是将三角形的角平分线与角的平分线等同了起来。

【精要题说】

三者的定义均揭露了它们是线段的实质。

试解变式题

【读1-1】 到三角形三条边距离相等的点是()。





第一章 三角形

读题 做题

- A. 三边的垂直平分线的交点 B. 三个内角的平分线的交点
C. 三条边的高的交点 D. 三条边的中线的交点

☆解 1-3 到三角形三个顶点的距离相等的点是().

- A. 三边的垂直平分线的交点 B. 三个内角的平分线的交点
C. 三条边的高的交点 D. 三条边的中线的交点

自读典型题

☆读 2-1 可能会在 $\triangle ABC$ 外部的线段是().

- A. $\triangle ABC$ 某边的中线
B. $\triangle ABC$ 某边上的高
C. $\triangle ABC$ 某内角的平分线
D. 钝角三角形最长边上的高

【策略点悟】就锐角、钝角、直角三种不同类型的三角形,分别考查角平分线、中线和高的位置.

【正确解答】选 B.

【误点剖析】误选 A、C、D. 致错的原因是没能掌握高线在不同类型三角形中的位置.

【精要题说】

三角形的中线、角平分线全在三角形内部,且锐角三角形的高线也在三角形内部,而直角三角形的两直角边互为高线,钝角三角形夹钝角两边上的高线在三角形外部.

试解变式题

☆解 2-2 如果一个三角形的三条高的交点恰是三角形的一个顶点,那么这个三角形是().

- A. 锐角三角形 B. 钝角三角形
C. 直角三角形 D. 不能确定

☆解 2-3 三角形的三条高线中,().

- A. 至多有一条在三角形内部 B. 至少有一条在三角形内部
C. 每一条都在三角形内部 D. 每一条都在三角形外部

☆解 2-4 三角形一条边上的高().

- A. 在三角形内部 B. 在三角形外部
C. 在三角形某一边上 D. 以上三种情况都有可能

→特别提醒 凡涉及到三角形高线、垂心的问题,均须分锐角三角形、直角三角形、



钝角三角形分别考查.

自读典型题

☆读 3-1 三角形三边长分别为 6、8、10,那么它最短边上的高为 ().

- A. 6 B. 4.5 C. 2.4 D. 8

【策略点悟】 欲求高的长度,须找到高.因在小学学过“勾三股四弦五”,故可知它是直角三角形.再由高的概念,即可得出正确结论.

【正确解答】 选 D.

【误点剖析】 (1)判断不出它是直角三角形;(2)不知道另一条直角边就是这条直角边上的高.

【精要题说】

[1999·山东济南市卷·22]

这是关键的一步!

发
散
创
新

试解变式题

☆解 3-2 钝角三角形的高线在三角形外的数目有 ().

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

☆读 3-1 有一个三角形,它的两条高既不在三角形内,又不在三角形外,那么这个三角形一定是 ().

- A. 锐角三角形 B. 直角三角形 C. 钝角三角形 D. 以上都不对

试解变式题

☆☆例 1 已知 $\triangle ABC$ 中, $AB = 5\text{cm}$, 高 $AD = 3\text{cm}$, $BC = 2\text{cm}$, 试画出 $\triangle ABC$.

→特别提醒 因为满足条件的 C 有两点,故有两解.

自读典型题

☆☆读 5-1 下图 $\triangle ABC$ 中, BD 是 $\angle B$ 的平分线, FE 是 BC 边上的中线, GB 是 BC 边上的高,这三条线段画得对吗?

【策略点悟】 直观上观察图形,然后用概念去判断.如果符合定义,就是对的;如果不符合定义,则是错误的.

【正确解答】 三条都错.

【误点剖析】 (1)图 1-1(1)中的角平分线画得太长,超出三角形,所以是错误的.如果只画到 AC 边上(即 D 落在 AC 上),那就对了.

(2)图 1-1(2)中的中线应是 AE , A 是顶点, E 是 $\angle A$ 对边的中

【精要题说】

从直观和概念上考查三角形的高、中线、角平分线.

注意角平分线的两个端



第一章 三角形

点,线段 AE 就是中线.图 1-1(2)中 EF 画得太长, F 又偏离顶点,所以是错的.

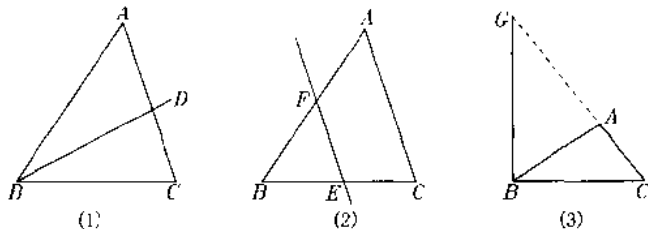


图 1-1

(3)画 $\triangle ABC$ 的 BC 边上的高应从 BC 边所对的顶点 A 画起,图中点 G 离开了 A 点,因而是错误的.画高线时,一方面应与 BC 垂直;另一方面紧靠 A 点,由 A 向 BC 边画垂线,画到垂足为止.

试解变式题

解 5-2 如图 1-2,在 $\triangle ABC$ 中,分别画出 BC 边上的中线 AD , $\angle B$ 的平分线 BE , AB 边上的高 CF .

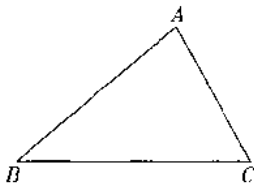


图 1-2

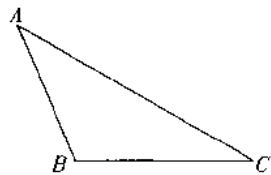


图 1-3

解 5-2 如图 1-3, $\triangle ABC$ 为钝角三角形,画出夹钝角的两边 AB 、 BC 上的高.

第二节 三角形三条边的关系

4

自读典型题

解 5-2 以下列各组线段为边,能组成三角形的是().

- A. 1cm, 2cm, 4cm B. 8cm, 6cm, 4cm
C. 12cm, 5cm, 6cm D. 2cm, 3cm, 6cm

点各在哪里.
三角形中线的
两个端点
各是什么?

三角形高的
两个端点各
在哪里?

【精要题说】
[1998·山东济
南市卷·一、7]

第二节 三角形三条边的关系



【策略点拨】 宜用“较小的两边之和大于第三边”或“最短边大于其他两边之差的绝对值”加以判断. 当然用 $|b-c| < a < b+c$ 也行.

【正确解答】 选 B.

【误点剖析】 误选 A、C 或 D. 致误原因是没注意到“较小的两边之和也应大于第三边”.

三角形三边之间的关系是解决这类问题的依据.
“任意两边之和都大于第三边”.

发
散
创
新

试解变式题

☆解 6-2 满足下列条件的三条线段 a, b, c 中, 不能组成三角形的是 ().

- A. $a = m+2, b = m+3, c = m+5 (m > 1)$
 B. $a = 2m, b = 3m, c = 5m+1 (m > 1)$
 C. $a = 2m, b = 3m, c = 5m-1 (m > 1)$
 D. $a:b:c = 2:3:4$

☆解 6-3 一个三角形的两边分别是 3 和 8, 第三边长为奇数, 那么第三边长是 ().

- A. 5 或 7 B. 7 或 9 C. 9 或 11 D. 11

☆解 6-4 若 a, b, c 为 $\triangle ABC$ 的三边, 今用线段 $a+b+c, a+b-c, a+c-b$ 能组成三角形, 则一定有 ().

- A. $a > b+c$ B. $b > a+c$
 C. $c > a+b$ D. $a > b-c$

☆解 6-5 如果三角形的三边长分别为 $m-1, m, m+1$, 则 m 的取值范围是 ().

- A. $m > 0$ B. $0 < m < 1$ C. $m > 2$ D. $1 < m < 2$

试解变式题

☆解 6-1 两根木棒长分别为 5cm 和 7cm, 要选择第三根木棒, 将它们钉成一个三角形. 如果第三根木棒长为偶数, 那么第三根木棒的取值情况是 ().

- A. 3 种 B. 4 种 C. 5 种 D. 6 种

【策略点拨】 设第三根木棒长为 x cm, 根据“三角形构成的法则”得出不等式, 再选择偶数解即可.

【正确解答】 设第三根木棒的长为 x cm, 则

$$7-5 < x < 7+5,$$

【精要题说】

[1998·江苏南京市卷·二、13]

靠三角形构成的法则确定 x 的取值范围, 这是求解的关键.

5



第一章 三角形

即

$$2 < x < 12.$$

其中偶数有 4, 6, 8, 10.

故选 B.

【误区剖析】 仅从 $x < 7 + 5$ 得出 $x < 12$, 从而有误解选 C. 误解的原因是没能全面运用三角形构成的法则.

试解变式题

☆解 7-2 若三角形的一边长为 5, 另一边长为 8, 则这个三角形的第三条边的长 x 的取值范围是_____.

☆解 7-2 以线段 3, 4, $x-5$ 为边组成三角形, 求 x 的取值范围.

☆解 7-4 已知三角形的两边长分别为 3 和 10, 周长恰好是 6 的倍数, 那么第三边长为_____.

自读典型题

☆解 7-2 已知等腰三角形两边的和与差分别为 16cm 和 8cm, 求此等腰三角形的周长.

【策略点拨】 已知的两边不是两腰, 只能是一腰与底边. 可根据两数和与差的关系列方程, 解方程, 得出的结果符合两边之和大于第三边的才是正确答案, 否则应舍去.

【正确解答】 设等腰三角形两边分别为 x 、 y , 则

$$\begin{cases} x + y = 16, \\ x - y = 8. \end{cases}$$

解得

$$x = 12, y = 4.$$

∴ 由 4, 4, 12 三条线段为边不可能构成三角形 ($4 + 4 < 12$), 而由 12, 12, 4 三条线段为边可以组成三角形, 其周长为

$$12 + 12 + 4 = 28(\text{cm}).$$

∴ 等腰三角形周长为 28cm.

【误区剖析】 误解: 周长为 $4 + 4 + 12 = 20(\text{cm})$. 致误原因是没能正确运用三角形的构成法则.

试解变式题

☆解 7-4 已知等腰三角形的两条边长分别为 10cm 和 6cm, 则这个等腰三角形的周长为_____.

【精英题说】 这是一道综合性较强的题目.

按三角形构成法则, 考虑三角形边的构成, 很有必要.

读题做题





❖解 8.3 一个等腰三角形的周长为 5cm, 如果它的三边长的数值都是整数, 那么它的腰长为 _____ cm.

❖解 8.4 已知等腰三角形的周长是 14cm, 底边与腰的比为 3:2, 求各边长.

►特别提醒 解关于等腰三角形边长的问题, 一要考虑三角形的构成定理, 二要到底和腰的不同情况加以讨论.

自读典型题

❖读 9-1 如图 1-4, 已知 AC 、 BD 为四边形 $ABCD$ 的对角线, 求证: $AB + BC + CD + DA > AC + BD$.

【策略点悟】 欲证 $AB + BC + CD + DA > AC + BD$, 考虑应用三角形三边关系定理, 适当地选用三角形, 把 AB 、 BC 、 CD 、 DA 放在“ $>$ ”的左边, 而把 AC 、 BD 放在“ $>$ ”的右边, 再按照不等式的性质运算即可.

【正确解答】 在 $\triangle ABC$ 中,

$$AB + BC > AC, \quad ①$$

$$\text{同理} \quad BC + CD > BD, \quad ②$$

$$DA + CD > AC, \quad ③$$

$$DA + AB > BD. \quad ④$$

① + ② + ③ + ④, 得

$$2(AB + BC + CD + DA) > 2(AC + BD).$$

$$\therefore AB + BC + CD + DA > AC + BD.$$

【误点剖析】 误解: 仅得出 $AB + BC > AC$, $DA + CD > AC$ 两个不等式, 相加后, 左端符合结论要求, 而右端却是 $2AC$, 不符合结论要求. 造成这种误解的原因, 是没能充分注意结论的右端而列出另两个不等式.

试解变式题

❖解 8.3 如图 1-4, AC 、 BD 为四边形 $ABCD$ 的对角线, 求证: $AB + BC + CD + DA < 2(AC + BD)$.

❖解 8.3 如图 1-5, O 为 $\triangle ABC$ 内一点, 求证:

$$(1) OA + OB + OC > \frac{1}{2}(AB + BC + CA);$$

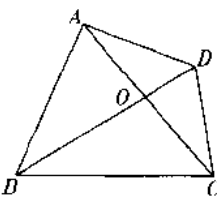


图 1-4

【精要题说】

本题主要考查三角形三边关系的灵活运用.

适当地选用三角形是解题的关键.

充分注意结论的左右两边, 才能列出这四个不等式.





第一章 三角形

(2) $OB + OC < AB + AC$;

(3) $OA + OB + OC < AB + BC + CA$.

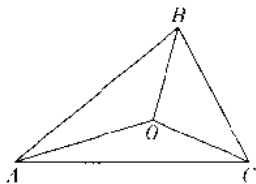


图 1-5

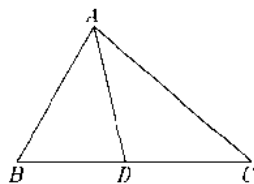


图 1-6

★解法 4 如图 1-6, 已知 $\triangle ABC$ 中, D 是 BC 边上一点, 求证: $AB + BC + CA > 2AD$.

第三节 三角形的内角和

自读典型题

★读 10-1 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $\angle A : \angle B : \angle C = 1 : 2 : 3$, 则 $\triangle ABC$ 是().

- A. 锐角三角形 B. 直角三角形
C. 钝角三角形 D. 形状不能确定的三角形

【策略点拨】 本题主要考查内角和知识和比例分配问题. 可设 $\angle A = x$, $\angle B = 2x$, $\angle C = 3x$, 由内角和定理 $x + 2x + 3x = 180^\circ$, 得 $x = 30^\circ$, 所以 $\angle C = 90^\circ$, 故为直角三角形.

【正确解答】 选 B.

【误点剖析】 误选 D. 产生错误的原因是不能由内角和定理列出方程 $x + 2x + 3x = 180^\circ$.

试解变式题

★解 10-2 适合条件 $\angle A = \frac{1}{2} \angle B = \frac{1}{3} \angle C$ 的 $\triangle ABC$ 是().

- A. 锐角三角形 B. 直角三角形 C. 钝角三角形 D. 不能确定

★解 10-3 若一个三角形的三个内角不相等, 则它的最小角不能大于().

- A. 45° B. 60° C. 90° D. 120°

★解 10-4 适合条件 $\angle A = \angle B = \frac{1}{2} \angle C$ 的 $\triangle ABC$ 是().

- A. 锐角三角形 B. 直角三角形 C. 钝角三角形 D. 都有可能

【精要题说】

[1999·黑龙江
哈尔滨市卷·
一、3]

这里是方程
思想的具体
体现.