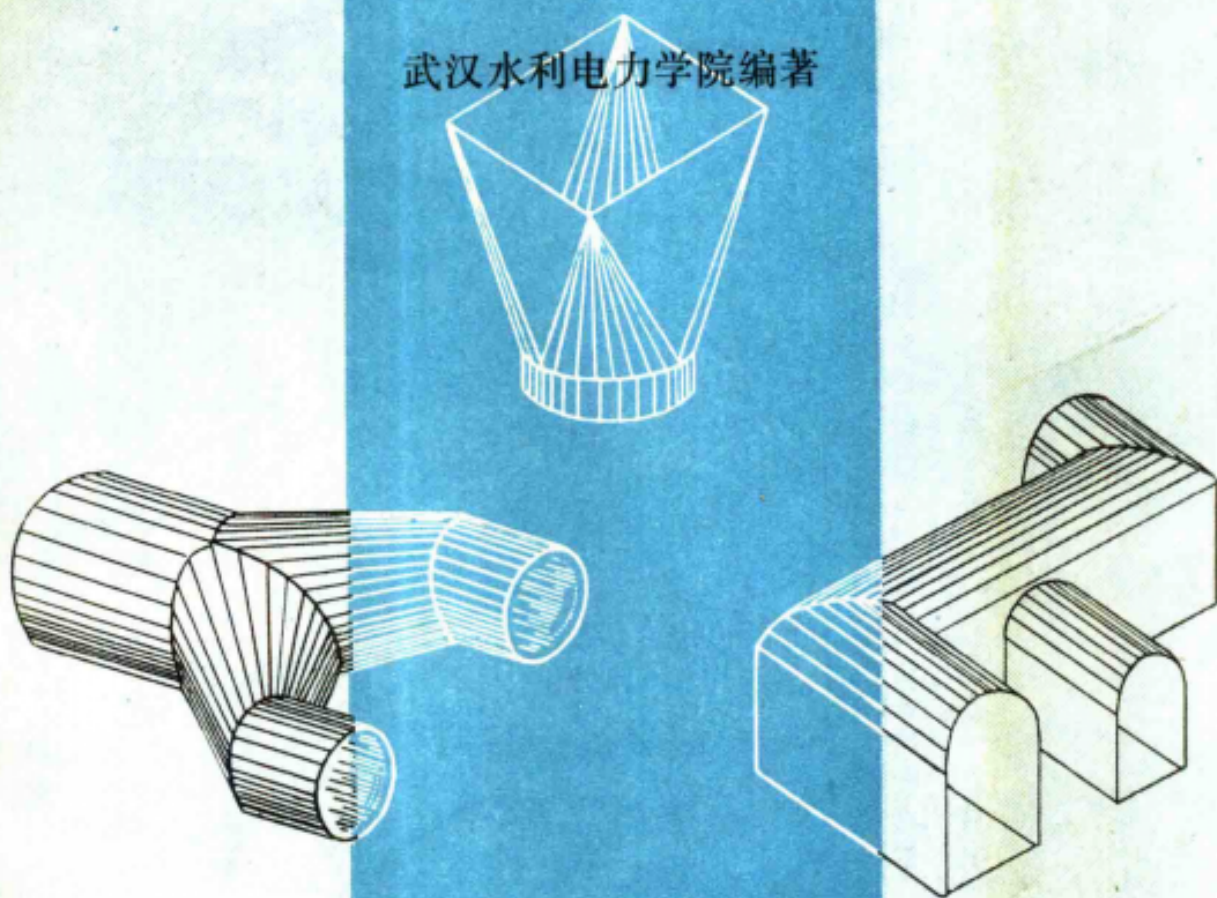


工程曲面的 几何计算与展开

武汉水利电力学院编著



水利出版社

工程曲面的几何计算与展开

武汉水利电力学院编著

水利出版社

内 容 提 要

本书分上、下两篇，共十一章。上篇为曲面几何计算与展开的基本知识，介绍点、线、面的方程与投影，工程中常用曲线和曲面的基本理论，展开和电算的基本方法。下篇为曲面几何计算与展开在工程建设中的应用。主要介绍在墩子、廊道、隧洞、管道、蜗壳、尾水管和渐变段中的应用。本书力求理论与实际结合，图解与数解结合，以利于学习，便于应用。

本书可作为高等学校水利、水电、港建以及公路、铁道和桥梁建筑等专业的教学参考书，也可供从事有关工程建设的技术人员参考。管道部分对机械、冶金、化工、造船等专业也有一定参考价值。

工程曲面的几何计算与展开

武汉水利电力学院编著

*

水利出版社出版

(北京德胜门外六铺炕)

新华书店北京发行所发行·各地新华书店经售

水利电力印刷厂印刷

*

787×1092毫米 16开本 19 $\frac{1}{4}$ 印张 437千字

1980年6月第一版 1980年6月北京第一次印刷

印数 00001—11640册 定价2.00元

书号 15047·4022

前 言

本书是根据原水利电力部1978年1月召开的教学计划和教材规划座谈会的要求组织编写的，作为高等院校水利类有关专业的教学参考书。

本书运用解析几何和画法几何的理论，主要介绍工程中各种常见且较复杂的曲面进行几何计算与展开的方法。书中采用形、数结合的方式讨论和分析问题。全书分上、下两篇。上篇为曲面几何计算与展开的基本知识，着重介绍关于曲面的基本概念和基本理论，展开作图与几何计算的方法，并用适当篇幅结合实例介绍电算的方法。下篇为曲面几何计算与展开在工程建设中的实际应用。

本书由武汉水利电力学院工程制图教研室编写小组编写。由丁宇明同志主编，施振东、何斯特同志参加编写。

本书在编写过程中曾由三三〇工程局施工技术处同志审阅，提出了许多宝贵意见，在此表示衷心感谢。

对于本书中存在的缺点和不妥之处，希各院校师生及广大读者提出宝贵意见。

编 者

1979年8月

目 录

上篇 曲面几何计算与展开的基本知识

前 言

第一章 方程与投影	1
第一节 点的坐标与投影	1
第二节 直线的方程与投影	7
第三节 平面的方程与投影	15
第二章 工程中常用曲线	20
第一节 曲线的方程	20
第二节 曲线的作图	24
第三节 曲线的投影	28
第四节 曲线的切线	32
第三章 工程中常用曲面	38
第一节 直线面	38
第二节 曲线面	47
第三节 曲面相交	50
第四章 曲面展开	58
第一节 线段的实长与平面的实形	59
第二节 可展曲面的展开	64
第三节 不可展曲面的近似展开	73
第五章 电算方法	78
第一节 概述	78
第二节 曲面交线及其展开的电算方法	83
第三节 工程实例——球形岔管的展开程序	94

下篇 曲面几何计算与展开的应用

第六章 墩子	108
第一节 柱面墩子	108
第二节 锥面墩子	123
第三节 扭面墩子	130
第七章 廊道和隧洞	136
第一节 廊道交线的计算与展开	136
第二节 有压隧洞分叉处剖面的几何计算	149

第八章 管道	160
第一节 弯管	161
第二节 支管	179
第三节 叉管	193
第九章 尾水管	210
第一节 表面分析及视图	210
第二节 弯段各表面的方程	215
第三节 弯段水平剖面的几何计算	222
第四节 弯段的表面展开	231
第十章 混凝土蜗壳	253
第一节 蜗壳的形状	253
第二节 蜗壳的视图	256
第三节 蜗壳的几何计算	259
第四节 蜗壳的表面展开	270
第十一章 渐变段	274
第一节 扭曲面渐变段	275
第二节 组合面渐变段	286

上篇 曲面几何计算与展开的基本知识

第一章 方程与投影

第一节 点的坐标与投影

一、直角坐标系及点的坐标

从几何角度看,工程建筑物表面是由平面和各种曲面所构成。为了分析和确定这些平面和曲面的形状、大小和位置,常常需要进行一系列的计算。在计算时,往往需要建立一定的坐标系。坐标系有好几种,其中对曲面几何计算最常用的一种就是直角坐标系。

(一) 空间直角坐标系

空间三个无限大的相互垂直的平面将空间分成八个分角,为了与制图学中投影系一致,我们以第一分角为主,如图1-1所示。图中,三个平面彼此垂直相交,交线分别叫做 x 轴、 y 轴、 z 轴,三条轴互相垂直,并交于点 o ,叫坐标原点。由原点 o 出发在三条轴上取相同的长度单位,并使各轴的正向符合右手规则(即如果右手握住 z 轴,使其握拳方向与 x 轴正向到 y 轴正向一致时,大拇指正好指向 z 轴正向)。这样,我们就建立了一个空间直角坐标系,记为 $oxyz$ 。

符合右手规则的坐标系叫做右手系。以后各章节中,凡不写明是什么坐标系时,就是指右手系。在坐标系 $oxyz$ 内,三条轴叫做坐标轴,由两条坐标轴构成的平面叫坐标面。当然,对于每一个坐标面我们又可以把它看作是代数学中的平面坐标系,例如坐标面 oxy 就可以看作为平面坐标系 oxy 。这样就把空间直角坐标系与平面直角坐标系联系起来了。

(二) 点的坐标

在空间直角坐标系内任何一点的位置可以用三个有序数 x 、 y 、 z 来确定。对于空间坐标系内点 A 的坐标记为 $A(x, y, z)$ 。当点 A 为定点时,可记为 $A(x_A, y_A, z_A)$ 。例如,当 $x_A = 6$, $y_A = 4$, $z_A = 7$, 点 A 记为 $A(6, 4, 7)$ 。

当已知两定点的坐标,则两点间的距离即可求得。例如图1-2中,点 A 到坐标原点 o 的距离等于长方体对角线的长度 $OA = \sqrt{oa^2 + aA^2} = \sqrt{x_A^2 + y_A^2 + z_A^2}$,由此可推得空间任

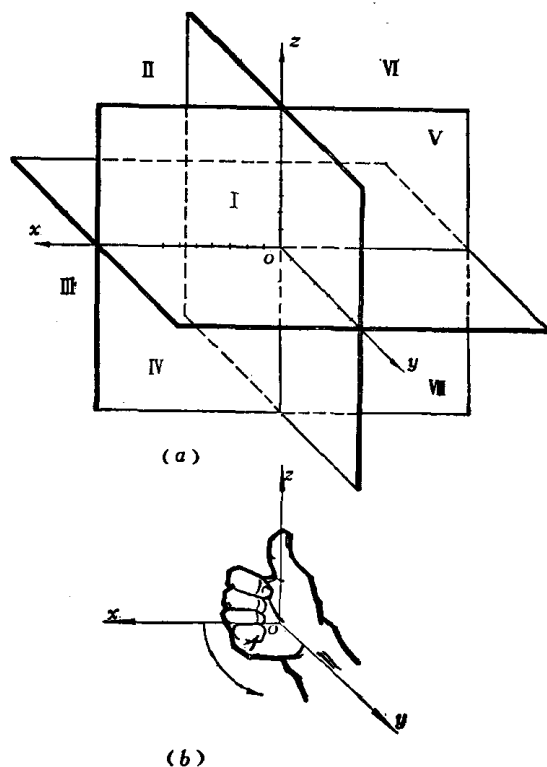


图 1-1

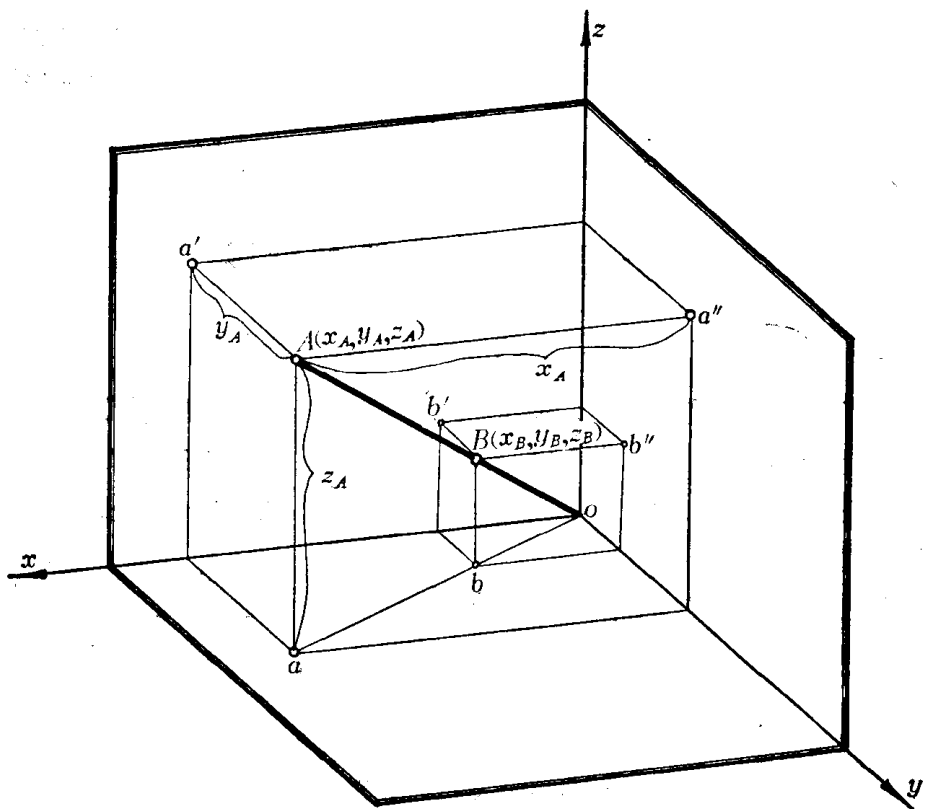


图 1-2

意两点 $A(x_A, y_A, z_A)$ 和 $B(x_B, y_B, z_B)$ 之间的距离为

$$AB = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2 + (z_A - z_B)^2} \quad (1-1)$$

二、点的投影

把坐标面当作投影面，坐标轴当作投影轴，便可得到空间投影系。在空间投影系中坐标面 oxy 叫做水平投影面，记为 H ； oxz 叫做正立投影面，记为 V ； oyz 叫做侧立投影面，记为 W 。我们规定：空间的点用大写字母 A 、 B 、 C ……或罗马数字 I 、 II 、 III ……表示；点在投影面上的投影，用相应的小写字母 a 、 b 、 c ……或阿拉伯数字 1 、 2 、 3 ……表示。过空间点 A 向水平投影面 H 作垂线，垂足 a 为点 A 的水平投影。水平投影 a 反映空间点 A 的两个坐标 x 和 y ，记为 $a(x, y)$ 。同理，过点 A 向正立投影面 V 和侧立投影面 W 分别作垂线，可得到点 A 的正面投影 $a'(x, z)$ ，侧面投影 $a''(y, z)$ ，如图 1-3 所示。使正立投影面 V 不动，而将水平投影面 H 和侧立投影面 W 按图 1-3(a) 中箭头所示的方向分别旋转 90° ，展开在一个平面内，便成为图 1-3(b)。我们把过点 A 向三个投影面所作的三条垂线叫做投影线，它们互相垂直。投影 a 与 a' 、 a' 与 a'' 、 a 与 a'' 之间的连线，叫做投影连线。从图 1-3(b) 中可看到，投影连线 $a'a \perp ox$ 轴， $a'a'' \perp oz$ 轴， $aa'' \perp oy$ 轴。

三、点的坐标变换

对工程建筑物表面进行几何计算时，为了使计算简便，宜将空间直角坐标系取在建筑

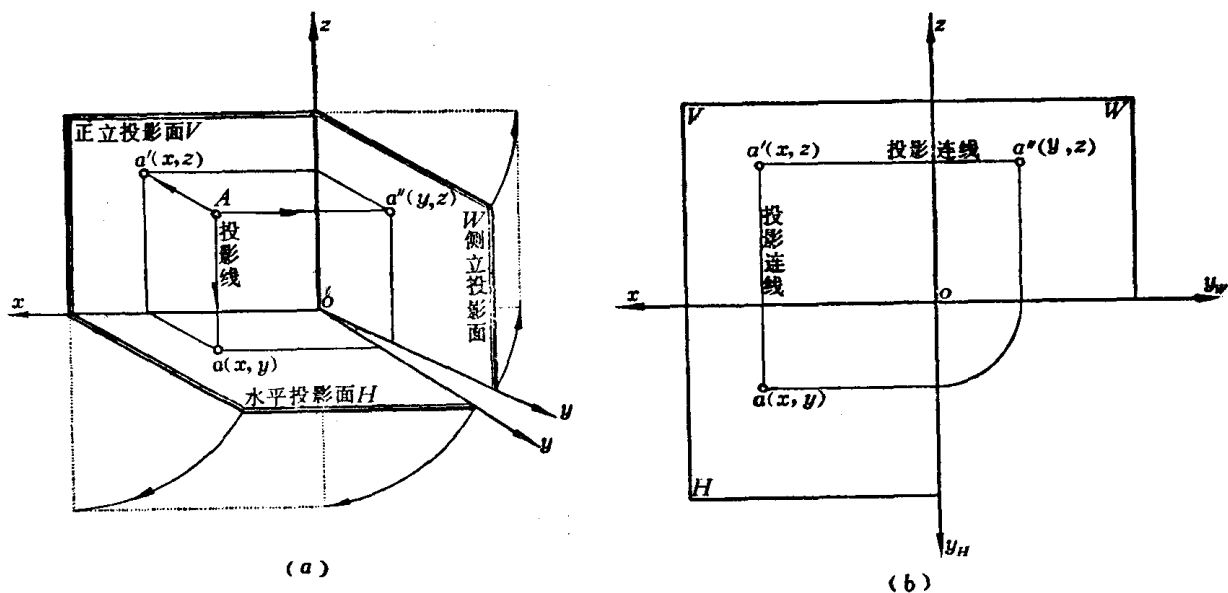


图 1-3

物形体中的恰当位置。图1-4为混凝土坝内的一段廊道，我们把坐标原点 o 取在廊道Ⅰ和Ⅱ的轴线的交点上，并使 ox 轴与廊道Ⅰ的轴线重合。在这样的坐标系内对廊道Ⅰ建立其曲面方程就较为简便，但对廊道Ⅱ和Ⅲ则应建立另外的直角坐标系，使它们在新坐标系内建立的曲面方程也较为简便。新坐标系怎么建立呢？建立后与原坐标系之间又存在什么关系呢？这就是坐标变换要讨论的内容。我们规定：没有变换的坐标系记为 $oxyz$ ，变换一次的坐标系记为 $o'x'y'z'$ ，变换二次的坐标系记为 $o''x''y''z''$ 。考虑到工程曲面几何计算中大多数情况下只需要变换二个坐标，

即第三个坐标不变，这样就 把空间问题变为平面问题了。所以本小节主要讨论平面坐标系内的坐标变换。

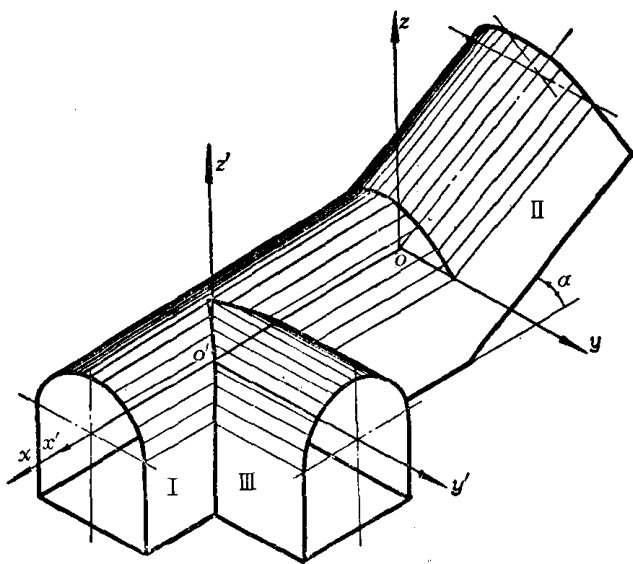


图 1-4

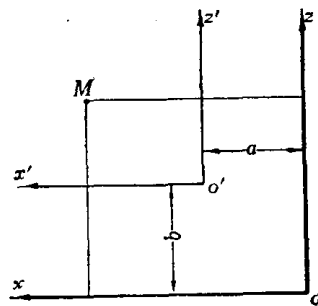


图 1-5

(一) 坐标轴平移

设两个平面直角坐标系 oxz 和 $o'x'z'$ (图1-5)，它们相应的坐标轴平行且正向相同。设点 o' 在坐标系 oxz 中的坐标为 (a, b) 。平面上任一点 M 可用两组坐标表示，设它在 oxz 中

的坐标为 $M(x, z)$, 在 $o'x'z'$ 中的坐标为 $M(x', z')$ 。从图1-5中可看到它们之间的坐标变换关系为

$$\begin{cases} x = x' + a \\ z = z' + b \end{cases} \quad (1-2)$$

或

$$\begin{cases} x' = x - a \\ z' = z - b \end{cases} \quad (1-2)'$$

例如对于图1-4中廊道Ⅲ, 将新坐标系 $o'x'y'z'$ 的原点取在廊道Ⅰ和Ⅲ的轴线的交点 o' 上, 并使 y' 轴与廊道Ⅲ的轴线重合, x' 轴与 x 轴重合, 如图1-6所示。从图中可看出, 新坐标系 $o'x'y'z'$ 仅是将原点 o' 在 ox 轴上从原点 o 沿正向平移距离 a 后所得。因此, 对于空间某一点来说, 其坐标只变换了 x 值, 而 y 值和 z 值都没有变化。例如廊道Ⅲ上的点 M , 其坐标变换的关系式为

$$\begin{cases} x_M = x'_M + a \\ y_M = y'_M \\ z_M = z'_M \end{cases}$$

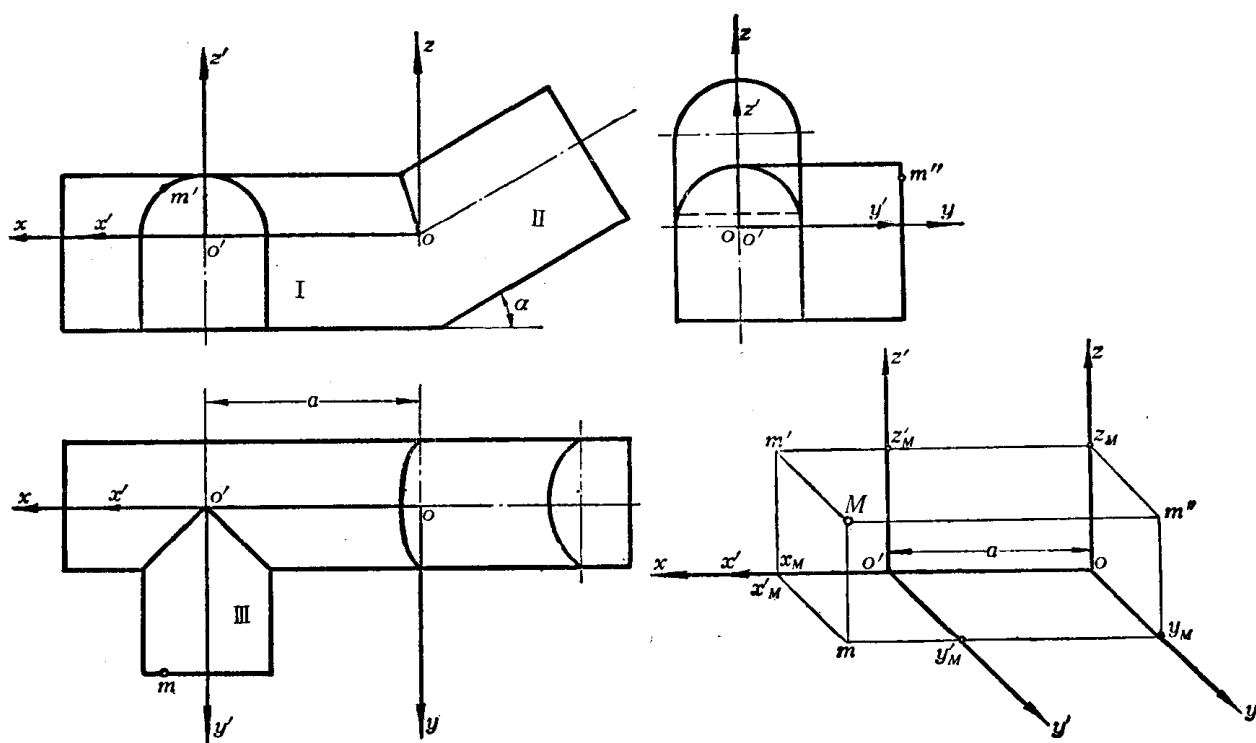


图 1-6

(二) 坐标轴旋转

在讨论坐标轴旋转之前, 我们先规定旋转角度的正值。将空间直角坐标系(右手系)中第一分角的三个坐标面 oxz 、 oxy 、 oyz 看作三个平面坐标系, 并把它们分开画成图1-7的形式。我们规定, 对于每一个平面坐标系来说, 从坐标轴的正向逆时针旋转某一角度 (α 、 β 或 γ) 后得到新坐标轴的正向, 则角度为正值。反之, 角度为负值。如图1-7所示。

现在我们来讨论坐标轴旋转。在图1-8(a)中设两个平面直角坐标系 oxz 和 $o'x'z'$, 它

们的原点 O 与 O' 重合, 坐标系 $O'x'z'$ 由 z 轴的正向绕原点 O 逆时针旋转 γ 角后得 z' 轴的正向; 平面上任一点 M 在 Oxz 坐标系内的坐标为 $M(x, z)$, 在 $O'x'z'$ 坐标面内的坐标为 $M(x', z')$ 。从图中可看到它们之间的变换关系为

$$\begin{cases} x = x' \cos \gamma + z' \sin \gamma \\ z = z' \cos \gamma - x' \sin \gamma \end{cases} \quad (1-3)$$

或

$$\begin{cases} x' = x \cos \gamma - z \sin \gamma \\ z' = z \cos \gamma + x \sin \gamma \end{cases} \quad (1-3)'$$

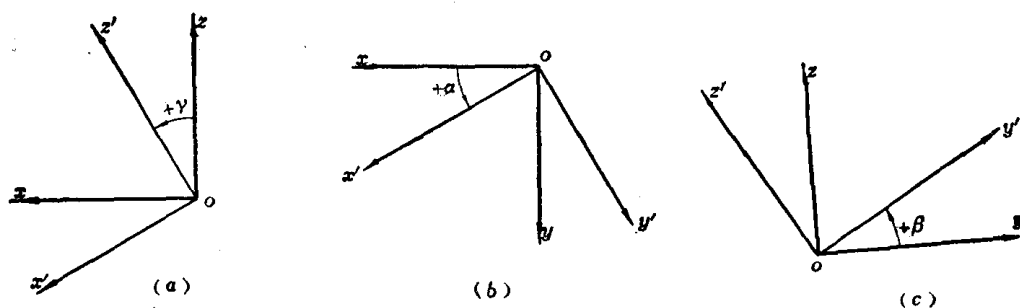


图 1-7

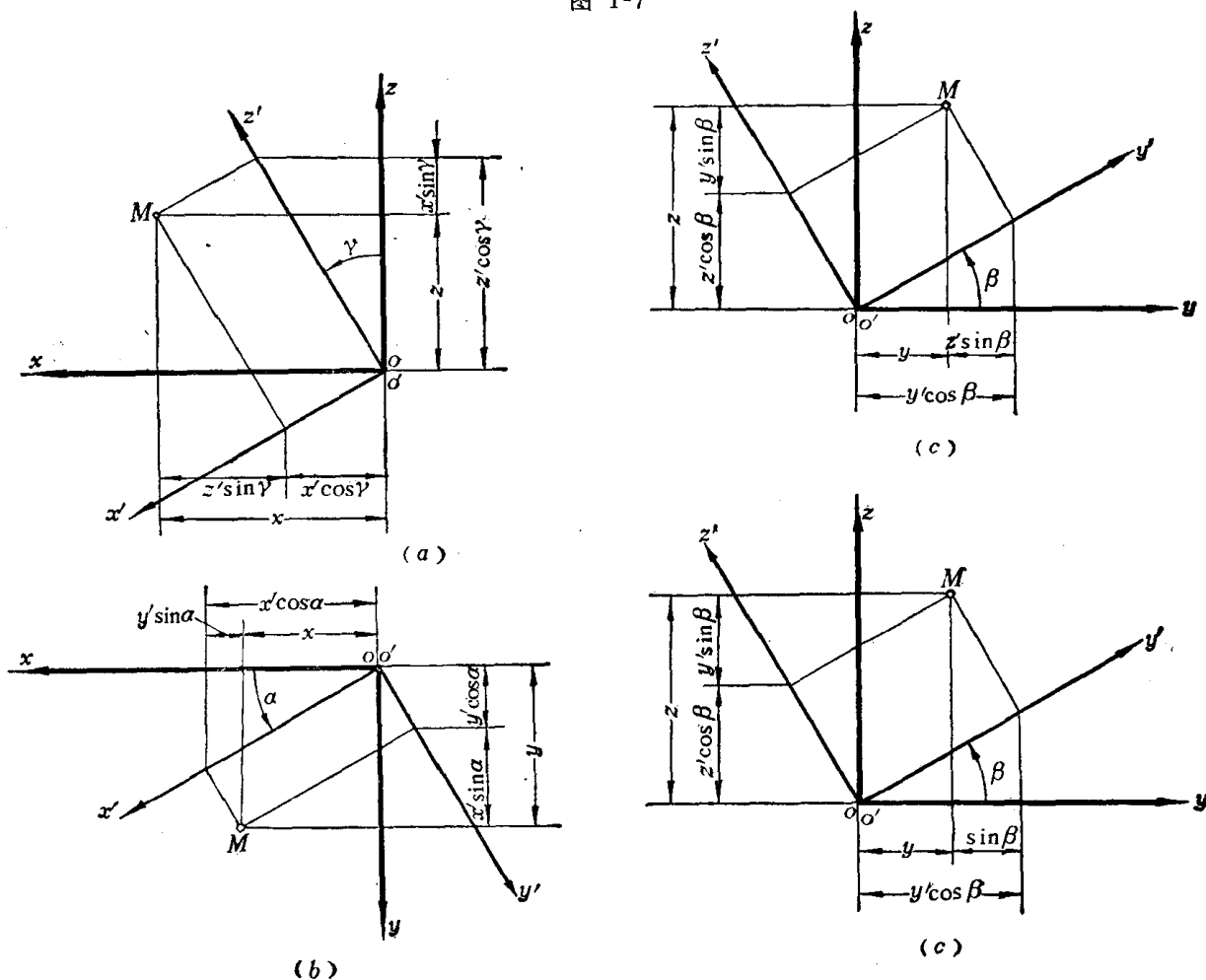


图 1-8

同理可得坐标系 oxy 和 $o'x'y'$ 之间的旋转变换关系如(图1-8(b)):

$$\begin{cases} x = x' \cos \alpha - y' \sin \alpha \\ y = y' \cos \alpha + x' \sin \alpha \end{cases} \quad (1-4) \quad \text{或} \quad \begin{cases} x' = x \cos \alpha + y \sin \alpha \\ y' = y \cos \alpha - x \sin \alpha \end{cases} \quad (1-4)'$$

坐标系 oyz 和 $o'y'z'$ 之间的旋转变换关系如(图1-8(c)):

$$\begin{cases} y = y' \cos \beta - z' \sin \beta \\ z = z' \cos \beta + y' \sin \beta \end{cases} \quad (1-5) \quad \text{或} \quad \begin{cases} y' = y \cos \beta + z \sin \beta \\ z' = z \cos \beta - y \sin \beta \end{cases} \quad (1-5)'$$

例如对于图1-4中廊道Ⅱ, 新坐标系 $o'x'y'z'$ 的原点 o 与原坐标系 oxy 的原点 o 重合, y' 轴与 y 轴重合, 使 x 轴逆时针旋转 α 角后与廊道Ⅱ的轴线重合, 如图1-9所示。相应地 z 轴逆时针旋转 γ 角($\alpha = \gamma$)。从图中可以看到, 新坐标系绕 y 轴旋转 α 角后, y' 值不变。比如廊道Ⅱ上一点 N , 在两个坐标系内, $y'_N = y_N$, 仅 x' 和 z' 值变化。根据式(1-3)可得到点 N 的坐标变换关系式为

$$\begin{cases} x_N = x'_N \cos \gamma + z'_N \sin \gamma \\ y_N = y'_N \\ z_N = z'_N \cos \gamma - x'_N \sin \gamma \end{cases}$$

当然, 由点 N 的正面投影 n' 的位置可看到, 它的 z'_N 为正值, x'_N 为负值。

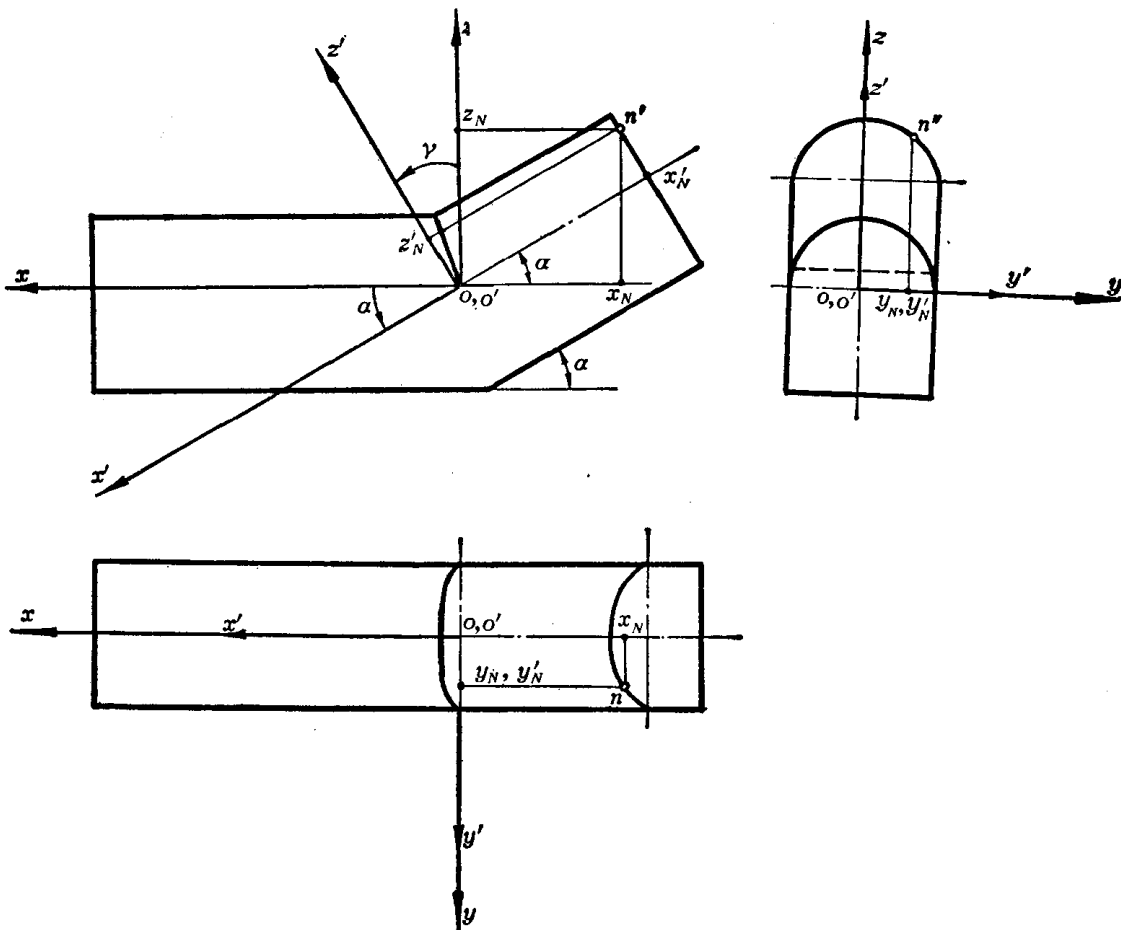


图 1-9

第二节 直线的方程与投影

一、直线的方程

(一) 平面直角坐标系内直线的方程

直线是点沿某一固定方向运动的轨迹。设在 oxy 坐标系内有直线 l ，它在 y 轴上的截距为 b ，它对 x 轴的倾角为 α ($0 \leq \alpha \leq \pi$ ，逆时针为正)。直线 l 上任一点 P 的坐标为 $P(x, y)$ ，如图1-10所示。从图上可得 $y = x \tan \alpha + b$ 。令 $\tan \alpha = k$ ， k 叫做直线 l 的斜率，

则有
$$y = kx + b \quad (1-6)$$

式 (1-6) 叫做直线的斜截式方程。在式 (1-6) 中，若 $b = 0$ ，此时直线的方程为

$$y = kx \quad (1-6)'$$

式 (1-6)' 为过原点 o 的直线方程。

在式 (1-6) 中，若 $\alpha = 0$ ，则 $\tan \alpha = k = 0$ ，此时直线的方程为

$$y = b \quad (1-6)''$$

式 (1-6)'' 为一条平行于 x 轴的直线，并在 y 轴上有截距 b 。

显然，在 oyz 坐标系内（如图 1-7(c)），通过坐标原点 o 的直线方程为 $z = y \tan \beta$ 。在 ozx 坐标系内（图 1-7(a)），通过原点 o 的直线方程为 $x = z \tan \gamma$ 。根据推导方程式 (1-6) 的原理，不难推导出如表 1-1 中直线方程的几种形式。

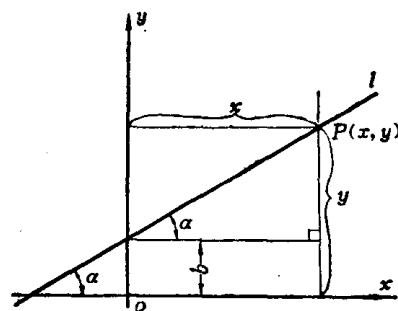


图 1-10

表 1-1

直线方程的几种形式

名称	截距式	点斜式	两点式	法线式
图				
方程	$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$	$y - y_A = k(x - x_A)$	$\frac{y - y_A}{y_B - y_A} = \frac{x - x_A}{x_B - x_A}$	$x \cos \omega + y \sin \omega - p = 0$

注意：表 1-1 中法线式方程中法线与 ox 轴正向的夹角为 $0^\circ \leq \omega \leq 2\pi$ ，图 1-11 中画出了四个分角中夹角 ω 与倾角 α 之间的关系。

(二) 空间直角坐标系内直线的方程

空间直角坐标系内直线方程的形式有好几种，在工程曲面几何计算中一般是已知空间两点的坐标，建立通过这两点的直线方程，即空间直线的两点式方程，其形式与表 1-1 中平面坐标系内直线两点式方程类同。

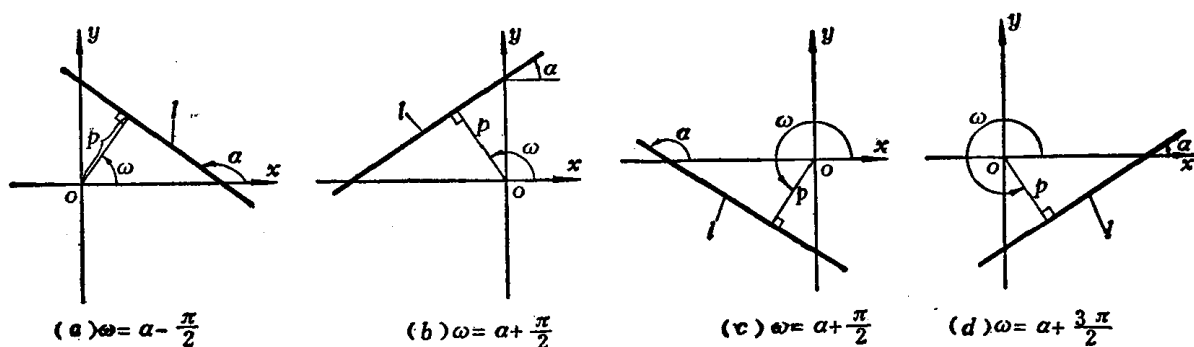


图 1-11

在图1-12中设空间两定点为 $A(x_A, y_A, z_A)$ 和 $B(x_B, y_B, z_B)$, 点 $P(x, y, z)$ 为直线 AB 上的任意点, 则直线的两点式方程为

$$\frac{x - x_A}{x_B - x_A} = \frac{y - y_A}{y_B - y_A} = \frac{z - z_A}{z_B - z_A} \quad (1-7)$$

若点 A 和 B 的坐标中有对应的一对坐标相等, 例如 $z_B = z_A$, 则式 (1-7) 变为

$$\begin{cases} \frac{x - x_A}{x_B - x_A} = \frac{y - y_A}{y_B - y_A} \\ z_A = z_B \end{cases} \quad (1-7)'$$

式 (1-7)' 为一条平行于 oxy 坐标面的直线。

若点 A 和 B 的坐标中有对应的两对坐标相等, 例如 $x_A = x_B, y_A = y_B$, 则式 (1-7) 变为

$$\begin{cases} x_A = x_B \\ y_A = y_B \\ z = \text{任意值} \end{cases} \quad (1-7)''$$

式 (1-7)'' 为一条垂直于 oxy 坐标面的直线。

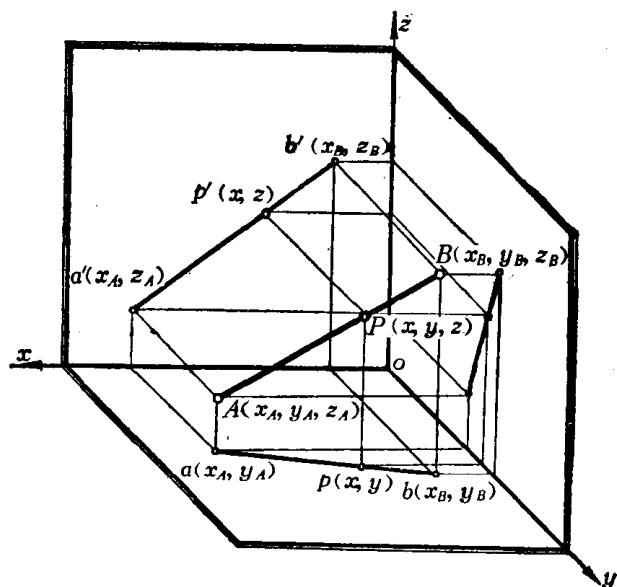


图 1-12

二、直线的投影

大家知道, 两点可以决定一条直线。因此, 两点的投影的连线即为直线的投影。在图 (1-13) 中已知直线上两点 A 和 B 的正面投影为 a' 和 b' 、水平投影为 a 和 b 、侧面投影为 a'' 和 b'' , 这些投影的连线 $a'b'$ 、 ab 、 $a''b''$ 即为线段 AB 的三个投影。

设直线 AB 与水平投影面的夹角为 α , 与正立投影面的夹角为 β , 与侧立投影面的夹角为 γ , 于是

$$ab = AB \cos \alpha \quad \text{或} \quad \cos \alpha = \frac{ab}{AB}$$

$$a'b' = AB \cos \beta \text{ 或 } \cos \beta = \frac{a'b'}{AB}$$

$$a''b'' = AB \cos \gamma \text{ 或 } \cos \gamma = \frac{a''b''}{AB}$$

由于角度的余弦总是小于或等于 1，因此，线段的投影长度总是小于或等于线段的实际长度。即 $ab \leq AB$, $a'b' \leq AB$, $a''b'' \leq AB$ 。

当夹角 $\alpha \neq 0$, $\beta \neq 0$, $\gamma \neq 0$ 时，直线相对三个投影面的位置都是倾斜的，叫做一般位置直线。当 α 、 β 、 γ 中有一个等于零，则直线叫做投影面的平行线，例如当 $\alpha = 0$ 时，直线平行于水平投影面，叫水平线。

当 α 、 β 、 γ 中有两个为 0，则直线叫做投影面的垂直线，例如， $\alpha = 0$, $\beta = 0$ 时，直线垂直于侧立投影面，叫做侧垂线。

各种位置直线的投影图、投影特点和方程见表 1-2。

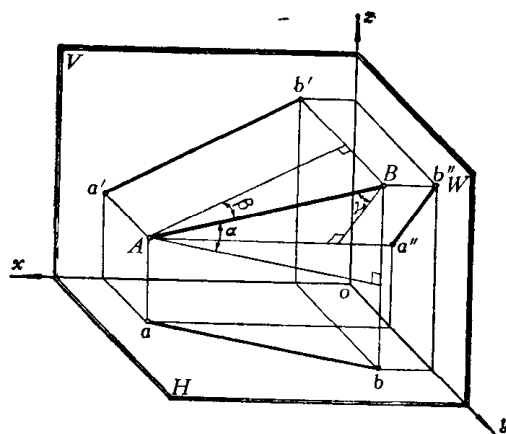


图 1-13

三、平面上两直线的相对位置

由于工程曲面几何计算主要是在投影图中进行，也就是说主要是在平面直角坐标系内进行，因此，本节仅讨论平面上两直线的相对位置。

(一) 两直线相交

1. 计算交点的坐标 在图 1-14 中，设两直线 l_1 和 l_2 的方程为

$$l_1: y = k_1 x + b_1 \quad (a)$$

$$l_2: y = k_2 x + b_2 \quad (b)$$

式中 $k_1 = \tan \alpha_1$, $k_2 = \tan \alpha_2$ 。交点 M 为两直线的公有点，即点 M 的坐标应同时满足式 (a) 和 (b)。因此，式 (a) 和 (b) 的联立方程的解就是交点 M 的坐标。式

$$(a) - (b) \text{ 得 } x_M = \frac{b_1 - b_2}{k_2 - k_1}。 \text{ 将 } x_M \text{ 代}$$

入式 (a) 得

$$y_M = \frac{b_1 - b_2}{k_2 - k_1} k_1 + b_1 \quad (1-8)$$

2. 计算两直线的夹角 θ 在图 1-14 中 $\theta = \alpha_2 - \alpha_1$ ，由于

$$\tan \theta = \tan(\alpha_2 - \alpha_1) = \frac{\tan \alpha_2 - \tan \alpha_1}{1 + \tan \alpha_2 \tan \alpha_1}$$

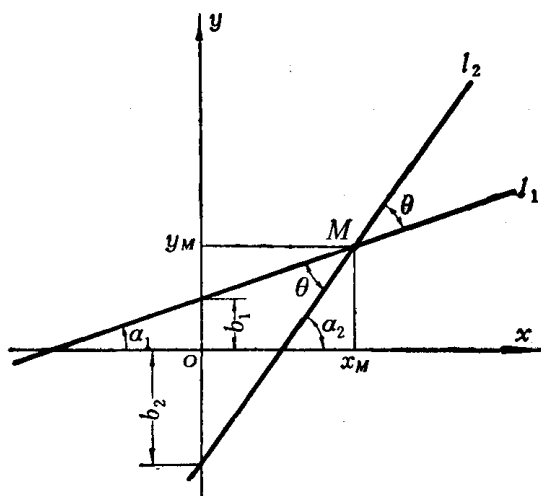


图 1-14

表 1-2

各种位置的直线

名称	立体图	投影图	方程	投影性质
一般位置直线			$\frac{x-x_A}{x_B-x_A} = \frac{y-y_A}{y_B-y_A}$ $= \frac{z-z_A}{z_B-z_A}$	三个投影都不反映实长，都没有积聚性，为缩短了的直线
垂线	铅垂线 		$\begin{cases} x_A = x_B \\ y_A = y_B \\ z \text{ 为任意值} \end{cases}$	水平投影积聚为一点，其余两个投影平行 z 轴，并反映实长
	正垂线 		$\begin{cases} x_A = x_B \\ z_A = z_B \\ y \text{ 为任意值} \end{cases}$	正面投影积聚为一点，其余两个投影平行 y 轴，并反映实长
	侧垂线 		$\begin{cases} y_A = y_B \\ z_A = z_B \\ x \text{ 为任意值} \end{cases}$	侧面投影积聚为一点，其余两个投影平行 x 轴，并反映实长
平行线	水平线 		$\frac{x-x_A}{x_B-x_A} = \frac{y-y_A}{y_B-y_A}$ $z_A = z_B$	水平投影反映实长，其余两个投影垂直 z 轴，并短于实长
	正平线 		$\frac{x-x_A}{x_B-x_A} = \frac{z-z_A}{z_B-z_A}$ $y_A = y_B$	正面投影反映实长，其余两个投影垂直 y 轴，并短于实长
	侧平线 		$\frac{y-y_A}{y_B-y_A} = \frac{z-z_A}{z_B-z_A}$ $x_A = x_B$	侧面投影反映实长，其余两个投影垂直 x 轴，并短于实长

$$\text{或} \quad \operatorname{tg} \theta = \frac{k_2 - k_1}{1 + k_2 k_1} \quad (1-9)$$

$$\text{所以} \quad \theta = \arctg \frac{k_2 - k_1}{1 + k_2 k_1} \quad (1-9)'$$

(二) 两直线垂直

1. 垂直的条件 当两直线的夹角 $\theta = \frac{\pi}{2}$ 时, 两直线垂直。由式(1-9)知, $\operatorname{tg} \theta = \operatorname{tg} \frac{\pi}{2} = \infty$, 即 $k_2 k_1 = -1$ 。因此, 两直线垂直时, 它们的斜率 k 之间必存在互为负倒数的关系

$$k_2 = -\frac{1}{k_1} \quad (1-10)$$

【例】图1-15中, 设直线 l_1 的方程为 $y = k_1 x + b_1$, 试写出过已知点 $N(x_N, y_N)$ 且垂直于直线 l_1 的直线 l_2 的方程。

【解】直线 l_2 的点斜式方程为 $y - y_N = k_2(x - x_N)$ 。由式(1-10)知,

$k_2 = -\frac{1}{k_1}$, 所以直线 l_2 的方程为

$$y - y_N = -\frac{1}{k_1}(x - x_N) \quad (1-11)$$

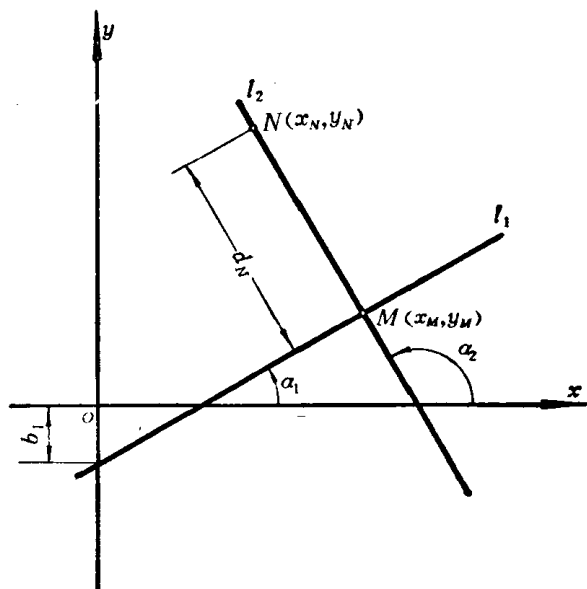


图 1-15

2. 点到直线的距离 图1-15中已知点 N 和直线 l_1 , 求点 N 到直线 l_1 的距离。关于点 N 到直线 l_1 的距离 d_N , 我们在这里仅介绍它的计算步骤, 而不作具体的计算。

首先, 过点 N 作直线 $l_2 \perp l_1$, 并写出垂线 l_2 的方程, 即式(1-11)。然后, 计算两直线 l_1 和 l_2 交点 M 的坐标。这可以通过直线 l_1 和 l_2 方程联立求解得到。最后, 利用两点间距离的公式(1-1)便可求得点 N 到直线 l_1 的距离 $d_N = MN$ 。

(三) 两直线平行

1. 平行的条件 当两直线的夹角 $\theta = 0$ 时, 两直线平行。由式(1-9)知, $\operatorname{tg} \theta = 0$ 时

$$k_2 = k_1 \quad (1-12)$$

式(1-12)说明, 两直线平行, 其条件是它们的斜率相等。

2. 过定点 N 作直线 l_2 平行于已知直线 l_1 (图1-16) 设 l_1 的方程为 $y = k_1 x + b_1$ 。直线 l_2 的点斜式方程为 $y - y_N = k_2(x - x_N)$ 。由于 $l_1 \parallel l_2$, 根据式(1-12)知, $k_2 = k_1$, 所以直线 l_2 的方程为

$$y - y_N = k_1(x - x_N) \quad (1-13)$$

3. 作直线 l_2 平行已知直线 l_1 , 并与 l_1 的距离为定值 d (图1-16) 设直线 l_1 和 l_2 的方程为