REMENTI

中考数学

热门题

刘汉文/主编

黄冈名师精心撰写

反映中考最新走向

试题新颖富有独创

湖北教育出版社

热门题

中考数学热门题

策　划 刘汉文
主　编 刘汉文
副主编 余曙光

湖北教育出版社

(鄂)新登字 02 号

图书在版编目(CIP)数据

中考数学热门题/刘汉文主编 .—武汉:湖北教育出版社,2001
(中学学科热门题丛书)
ISBN 7-5351-3052-6

Ⅰ.初… Ⅱ.刘… Ⅲ.数学课-初中-习题 Ⅳ.G634.605

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2001)第 072112 号

出版 发行:湖北教育出版社 网 址:http://www.hbedup.com	武汉市青年路 277 号 邮编:430015 传真:027-83619605 邮购电话:027-83669149

经 销:新 华 书 店	
印 刷:文字六〇三厂印刷	(441021·湖北襄樊盛丰路 45 号)
开 本:850mm×1168mm 1/32	1 插页 13.25 印张
版 次:2002 年 2 月第 1 版	2002 年 2 月第 1 次印刷
字 数:347 千字	印数:1—20 000

ISBN 7-5351-3052-6/G·2454 定价:19.00 元

如印刷、装订影响阅读,承印厂为你调换

编者的话

中考是我国基础教育的一种选拔性考试，它与高考相比，其参加人数更多，涉及面更广，对基础教育的影响更大。可以这样说，中考在很大程度上影响着当地初高中教学质量和学生的素质发展。因此，各级教育行政部门和教研机构都非常重视中考试题的导向作用。近年来各地中考命题加大了改革力度，命题已从知识立意向能力立意转变。正因为如此，近年来各地中考试卷中涌现出了形式多样的新型题目，如开放型、探索型、阅读理解型、情景型、设计型、猜想归纳型、实际应用型、学科交叉型等类型的热门题，着重考查学生的发散思维能力、探索发现能力、独立创新能力、自主学习能力和解决实际问题的能力等，为素质教育和教学改革起到了积极导向和促进的作用。

由于命题工作的需要，我们在广采全国各地中考试卷的基础上，对近年来出现的这些热门题进行了较为系统的研究，并为指导教学发挥了良好效果。为了便于全国师生了解中考试题的最新走向，深入地探索热门题的解题规律，以增强教学的针对性和复习备考的有效性，特将我们的研究成果整理出来，编成这套独具特色的《中考学科热门题》丛书。

这套丛书具有显著的三大特点，每一个特点都体现创新意识。

1. 题题新颖——本书对近几年各地涌现出的热门题进行了系统地分析、比较和筛选，再进行分类介绍，这些试题不仅形式新，更主要的是题题有创意，道道有特色，充分体现了广大命题者的精心和匠心所在，是近几年各地中考试卷中两万多道题的精华。

2. 选题典型——本书中的例题、习题均是从近几年收集到的几百套中考试卷中精心筛选的。我们力图站在改革的前沿，尽可能优中选优，使所选试题具有新角度、大视野、广思路的特点，指引学生从多角度思考和切入问题，以激励学生的创新意识。

3. 剖析得当——本书对每道例题不仅给出了规范解法，而且都进行了分析和评点，在解答之前进行分析，着重引导学生怎样寻找解题方法，以教给学生“点金术”。在解答之后进行评点，主要总结一般解题规律：或探索此题的多种解法；或研究题目的常见变式，使之形成题链；或推测类似问题的命题走向，帮助学生进行预测。

“好书凭借力，送君上青云”。愿本书的出版能促使学生学会思考，学会分析，学会应用，学会创新。

参加本册编写的有刘汉文、余曙光、肖益鸣、卫仕业、任重、武龙、于文普、卓凤献、康健、兰天、饶远、金榜、韩湖、常青、黄刚、晨旭、刘汉刚、路遥。

限于编者的水平和见识，书中难免有这样或那样的缺点，衷心欢迎读者批评指正。

编　者

2001.12

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

·目　　录·

第一章 开放题

常规题的结论一般是确定的或是惟一的，而开放题的结论是发散的、不确定的或不惟一的，它给学生留有自由思考的余地和充分展示思维的广阔空间，这类问题的解答往往不拘泥于单一的模式，有时需要去发现或猜想问题的结论，有时需要尽可能多地找出解决问题的方法，有时自己编题自己解答，有时只编题不解答，有时则仅需指出解题思路等.

1.1 代数开放题

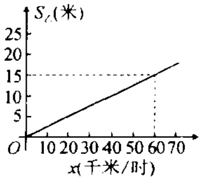
典型范例

例 1（山东省临沂市，2001）

汽车在行驶中，由于惯性作用，刹车后还要向前滑行一段距离才能停住，我们称这段距离为“刹车距离”. 刹车距离是分析事故的一个重要因素，在一个限速 40 千米/时以内的弯道上，甲、乙两车相向而行，发现情况不对，同时刹车，但还是相碰了. 事后现场测得甲车的刹车距离为 12 米，乙车的刹车距离超过 10 米，但小于 12 米，查有关资料知，甲种车的刹车距离 $S_{甲}$（米）与车速 x（千米/时）之间有下列关系：$S_{甲}=$

$0.1x+0.01x^2$；乙种车的刹车距离 $S_乙$(米)与车速 x 千米/时)的关系如图所示.

请你就两车的速度方面分析相碰的原因.



思路分析 由甲车的刹车距离和车速的关系式 $S_甲=0.1x+0.01x^2$，又 $S_甲=12$，从而可求得甲车速度，对于乙车而言，从图像上知刹车距离与车速是成正比例函数关系，因而可设为 $S_乙=kx$，又其过点(60，15)，从而得到 k 值，由 $10<S_2<12$，可得乙车车速，进而可确定事故的原因了.

解 对于甲车：

$\because$ 甲车刹车距离为 12 米，根据题意，得

$12=0.1x+0.01x^2$.

解这个方程，得 $x=30$ 或 $x=-40$(舍去)

即甲车的车速为 30 千米/小时，不超过限速.

对于乙车：

由图像知，其关系是一个正比例函数，

设此函数为 $S_乙=kx$，

$\because$ 经过点(60，15)，

$\therefore 15=60k$.

$\therefore k=\dfrac{1}{4}$.

即此函数解析式为 $S_乙=\dfrac{1}{4}x$.

根据题意，得 $10<\dfrac{1}{4}x<12$.

$\therefore 40<x<48$.

$\therefore$ 乙车超过限速 40 千米/小时的规定.

$\therefore$ 就速度方面分析，两车相碰的原因在乙

本例是交通事故经常涉及到的数学应用问题，其开放性在于只分别告知甲、乙两车的速度与其刹车距离之间的关系，而询问两车相碰的原因.需要我们去分析甲、乙两车之速度得出结论.这也是本题的新意所在.

车超速行驶.

例 2（宁波市,2000）

甲、乙、丙、丁四名打字员承担一项打字任务,若由这四人中的某一人单独完成全部打字任务,则甲需要 24 小时,乙需要 20 小时,丙需要 16 小时,丁需要 12 小时.

(1)如果甲、乙、丙、丁四人同时打字,那么需要多少时间完成?

(2)如果按甲、乙、丙、丁,甲、乙、丙、丁,……的次序轮流打字,每一轮中每人各打 1 小时,那么需要多少时间完成?

(3)能否把(2)题所说的甲、乙、丙、丁的次序作适当调整,其余都不变,使完成这项打字任务的时间至少提前半小时?

(答案要求:如认为不能,需要说明理由;如认为能,需至少说出一种轮流次序,并求出相应能提前多少时间完成打字任务)

思路分析 (1)易知甲的效率是$\frac{1}{24}$,乙的效率是$\frac{1}{20}$,丙的效率是$\frac{1}{16}$,丁的效率是$\frac{1}{12}$,设需 x 小时完成,由等量关系"部分工作量之和等于 1"不难列方程求解;(2)不难求得每一轮完成的工作量是$\frac{19}{80}$.设共经历了 n 轮,则完成的工作量是$\frac{19}{80}n$.显然$\frac{19}{80}n$ 不超过总工作量 1,故有不等式$\frac{19}{80}n\leqslant 1$,可求得 $n\leqslant\frac{80}{19}$,而 n 为正整数,所以 n 的最大值是 4.当 $n=4$ 时,完成的工作量是$\frac{19}{80}$

本例很有新意,主要体现在第(2)小题和第(3)小题.在解答第(2)小题时,需要应用不等式的知识,先求出按甲、乙、丙、丁的次序轮流的最大整次数,再求出剩下任务需要的时间.第(3)小题的设问提得更是巧妙,为了使打字的时间比第(2)小题的那种轮流方法所需时

$\times 4 = \frac{76}{80}$，余下的工作量是 $1 - \frac{76}{80} = \frac{1}{20}$. 因为 $\frac{1}{20} > \frac{1}{24}$，故第 5 轮甲工作 1 小时后，还剩下 $\frac{1}{20} - \frac{1}{24} = \frac{1}{120}$，再由乙做，需时 $\frac{1}{120} \div \frac{1}{20} = \frac{1}{6}$，共需时间为 $4 \times 4 + 1 + \frac{1}{6} = 17\frac{1}{6}$ 时；(3) 不难知道，丁的效率最高. 因为前 4 轮是没有办法节约时间的，所以只能在第 5 轮中节约时间，第 4 轮结束后余下的工作量是 $\frac{1}{20}$，按甲、乙、丙、丁的顺序轮流，需时 $1\frac{1}{6}$ 时，按丁、乙、丙、甲的顺序需要 $\frac{1}{20} \div \frac{1}{12} = \frac{3}{5}$ 时，前者共需 $17\frac{1}{6}$ 时，后者共需 $16\frac{3}{5}$ 时，提前时间为 $17\frac{1}{6} - 16\frac{3}{5} = \frac{17}{30}$ 时，提前时间超过半小时.

间更短，故需考虑在轮流最大整次数以后，剩余的工作量尽量由打字快的人来做. 故丁排在第一位，丙排在第二位较好，由计算可知，丁只做 $\frac{3}{5}$ 小时就完成了，故后面的次序不受限制. 所以此题较好地考查了学生的创造能力.

解 (1) 设需 x 时完成，根据题意，得：

$(\frac{1}{24} + \frac{1}{20} + \frac{1}{16} + \frac{1}{12})x = 1.$

解这个方程，得 $x = \frac{80}{19}$.

答：需 $\frac{80}{19}$ 时.

(2) 经 n 轮甲、乙、丙、丁的轮流打字所完成的任务为 $\frac{19}{80}n$，根据题意，得：$\frac{19}{80}n \leqslant 1$.

$\therefore \quad n \leqslant \frac{80}{19}$.

$\therefore \quad n$ 的最大值是 4.

经 4 轮后，剩下的打字任务为：

$1 - \frac{19}{80} \times 4 = \frac{1}{20}$.

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

因为$\frac{1}{20}>\frac{1}{24}$,第5轮甲工作1小时后,还剩下$\frac{1}{20}-\frac{1}{24}=\frac{1}{120}$.

再由乙做,需要$\frac{1}{120}\div\frac{1}{20}=\frac{1}{6}$(时).

∴ 共需时间为$4\times4+1+\frac{1}{6}=17\frac{1}{6}$(时).

答:需$17\frac{1}{6}$时完成.

(3)能.

按丁、乙、丙、甲的次序轮流.

经4轮后,剩下的打字任务仍是$\frac{1}{20}$,再由丁做,需要的时间是$\frac{1}{20}\div\frac{1}{12}=\frac{3}{5}$.

完成打字任务的时间为$4\times4+\frac{3}{5}=16\frac{3}{5}$(时).

提前时间为$17\frac{1}{6}-16\frac{3}{5}=\frac{17}{30}$(时).

∴ 按丁、乙、丙、甲的次序轮流,能提前$\frac{17}{30}$小时完成打字任务,提前时间超过半小时.

例3(江苏省徐州市,1997)

有四种原料:①50%的酒精溶液150克;②90%的酒精溶液45克;③纯酒精45克;④水45克,请你设计一种方案,只选取三种原料(各取若干或全量)配制成60%的酒精溶液200克.

(1)你选取哪三种原料?各取多少?

(2)设未知数,列方程(组)并解之,说明你配制方法的正确.

思路分析 (1)假设60%的酒精溶液200克已

本题是一道条件"过剩"式的开放性试题,第(1)小题可用算术的方法对溶质进行分析,然后对溶剂进行分析,得出问题的结论,第(2)小题实质上是一个验证,三个量中要假设一个量是已知

配成，则其纯酒精为 $200\times60\%=120$ 克，因 50% 的酒精溶液 150 克中含纯酒精 $150\times50\%=75$ 克 <120 克，故还需用纯酒精 45 克，60% 的酒精溶液含水 $200\times(1-60\%)=80$ 克，而 150 克 50% 的酒精溶液只含水 $150\times(1-50\%)=75$ 克，故还需水 5 克；(2)不妨设取纯酒精 x 克，水 y 克，取 50% 的酒精溶液 150 克，列出方程组，求出 $x=45$，$y=5$ 即可.

解 (1)取 50% 的酒精溶液 150 克，纯酒精 45 克，水 5 克.

(2)设纯酒精 x 克，水 y 克，取 50% 的酒精溶液 150 克，则：

$$\begin{cases}150\times50\%+x=60\%\times200,\\ x+y=200-150.\end{cases}$$

解之，得 $\begin{cases}x=45,\\ y=5.\end{cases}$

的.设出两个未知量，通过解方程组求出这两个量，从而验证配制方法是正确的.第(2)小题是答案不惟一，验证方法共有 3 种，另两种方法读者不妨试一试，本题的条件②是过剩条件，水也有剩余，这就使得问题具有较强的开放性，增加了题目的难度，使之能较高层次地考查学生分析问题解决问题的能力.

例 4 (福建省三明市，2001)

实际中存在着大量的如下关系：路程 = 速度 × 时间；工作量 = 工作效率 × 工作时间；溶质 = 溶液 × 浓度；……，即三个量 a、b、c 之间存在数量关系 $a=bc$.现在请编一道含有这种关系的应用题，要求：

(1)用“行程问题”、“工程问题”、“化学浓度问题”以外的其它贴近实际的素材编制；

(2)仅编“已知两个量求第三个量”的实际问题，并正确解答的，最多只能得一半分数；

(3)编题或解答中有创新的另加 2 分.

本例是一道自编自解的实际应用型的开放题，所编应用题，只要符合两点要求均算正确.此题重视鼓励学生在编题和解答中去创新，这样的试题值得称赞，因为它是符合素质教育的方向的.

思路分析 在现实生活中，存在着的数量关系 $a=bc$的实际问题是非常多的，按本题要求，只

要所编拟应用题不是"行程问题"、"工程问题"、"化学浓度问题",同时尽量避免出现"已知两个量,求第三个量"的实际问题,则所编拟的应用题是成功的,解答过程略.

例 5(孝感市,1999)

要把1000克浓度为80%的酒精配制成浓度为60%的酒精,某同学未经考虑先加了300克水.(1)试通过计算说明该同学加水是否过量;(2)如果加水不过量,则还应加入浓度为20%的酒精多少克?如果加水过量,则应再加入浓度为95%的酒精多少克?

思路分析 (1)加水300克以后,溶质仍为 $1000\times 80\%$,溶液变为 $(1000+300)$,于是可算出浓度,与要配制的浓度60%比较,便可判断该同学加水没过量;(2)由(1)可知,需要再加入浓度为20%的酒精 x 克,则由等量关系"加入前的溶质+加入的溶质等于总溶质"可列方程:$1000\times 80\%+20\%x=(1000+300+x)\times 60\%$.解方程即可求解.

解 (1)加水后的浓度为 $\dfrac{1000\times 80\%}{1000+300}\approx 62\%>60\%$,故该同学加水没过量.

(2)设应加入20%的酒精 x 克,则:

$1000\times 80\%+20\%x=(1000+300+x)\times 60\%$.

整理,得 $4x=200$. $\therefore\ x=50$.

故应还加入20%的酒精50克.

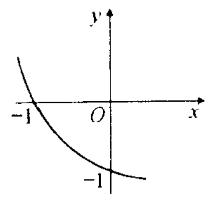
本例旨在考查学生能力:第(1)小题中没有明确的结论,让学生运用所学知识进行分析后才能作出准确的判断.已知条件中加入300克水是一个比较条件,对学生有一定的迷惑作用,若不仔细审题,极易习惯性地把它当成一般性的已知条件用而出错.第(2)小题的解答以(1)小题的结论为基础,在计算时易忽视已加入的300克水.第(1)小题还可以这样解答:设应加水 y 克即可配制成60%的酒精溶液,则 $1000\times 80\%=(1000+y)\times 60\%$,得 $y\approx 333.3>300$,故加水不过量.

例 6(黑龙江省,2000)

如图,已知二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图像过 $(-1,0)$ 和 $(0,-1)$ 两点,试确定 a 的取值

范围.

思路分析 从图像可观察出,此抛物线经过$(-1,0)$和$(0,-1)$两点,又开口方向向上,且在$x>0$时,抛物线还在继续下滑,从而由抛物线是对称图形知,在$x>0$时,其与x轴交点必在$(1,0)$点右侧,而当$x=1$时,$y<0$,到此,可以大致确定a的范围了.



解 从图像知$a>0$.

$\because$二次函数$y=ax^2+bx+c$的图像过点$(-1,0)$和$(0,-1)$.

$$\therefore \begin{cases} a-b+c=0, \\ c=-1. \end{cases}$$

解得$b=a-1$.

$\because x=1$时,$y<0$.

$\therefore a+b+c<0$.

即:$a+(a-1)-1<0$.

解得$a<1$.

从而a的取值范围是$0<a<1$.

本例是一道二次函数条件开放型试题,它要求考生认真仔细观察图像,从图像中挖掘出隐含的条件,以确定a的大致范围.

例 7(青岛市,2000)

先根据题意列出方程或方程组(不需解答),再根据你所列方程或方程组,编制一道行程问题的应用题,使你所列的方程或方程组恰好也是你编制的行程应用题的方程或方程组(不需解答).

王刚和李明各自加工15个零件,王刚每小时比李明多加工1个,结果比李明少用半小时完成任务,问两人每小时各加工多少个零件?

思路分析 对于已知应用题,无论是列方程还是列方程组,都可解答.设王刚每小时加工零件

本例是一道代数开放性试题.它要求考生根据自己所

x 个,则李明每小时加工$(x-1)$个,根据题意,列方程为$\frac{15}{x}=\frac{15}{x-1}-\frac{1}{2}$;若设王刚每小时加工零件 x 个,李明每小时加工 y 个,列方程组为$\begin{cases}x=y+1,\\ \frac{15}{x}=\frac{15}{y}-\frac{1}{2}.\end{cases}$根据上述方程或方程组,以行程问题为背景的应用题不难编出,解答略.

列方程或方程组编制一道行程问题.此题能较好地考查学生应用数学的意识和创新思维的能力.

能力训练

1.(安徽省,2000)一个二元一次方程和一个二元二次方程组成的二元二次方程组的解是$\begin{cases}x=2,\\ y=4\end{cases}$和$\begin{cases}x=-2,\\ y=-4.\end{cases}$试写出符合要求的方程组是__________.

2.(荆州市,2001)已知二次函数 $y=x^2+bx+c$ 的图像过 $A(c,0)$,且关于直线 $x=2$ 对称,则这个二次函数的解析式可能是______________(只要求写出一个可能的解析式).

3.(贵阳市,2001)已知直角坐标系内,点 P 的纵坐标是其横坐标的 3 倍,请写出过点 P 的一次函数的解析式(至少写三个)____________________.

4.(嘉兴市,2000)若关于 x 的方程 $x^2+kx-12=0$ 的两根均为整数,则 k 的值可以是__________(只要求写出两个).

5.(广州市,2000)已知点 P 在第二象限,它的横坐标与纵坐标的和为 1,点 P 的坐标可以是________(只要求写出符合条件的一个点坐标即可).

6.(广州市,2000)经过点$(0,3)$的一条抛物线解析式是________.

7.(南昌市,2001)写出**一个**图像不经过第二、四象限的反比例函数的解析式:________.

8.(青岛市,2001)阅读下面的文字后,解答问题.

有这样一道题目：

已知：二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图像经过 $A(0,a)$，$B(1,2)$，$\boxed{\qquad\qquad}$，求证：这个二次函数图像的对称轴是直线 $x=2$.

题目中的矩形框部分是一段被墨水覆盖了无法辨认的文字.

(1)根据现有的信息，你能否求出题目中二次函数的解析式？若能，写出求解过程，若不能，说明理由.

(2)请你根据已有信息，在原题中的矩形框内，填加一个适当的条件，把原题补充完整.

9.(青岛市，2001)先根据要求编写应用题，再解答你所编写的应用题.

编写要求：

(1)编写一道行程应用题，使得根据其题意列出的方程为：$\frac{120}{x}-\frac{120}{x+10}=1$；

(2)所编应用题完整，题意清楚，联系生活实际且其解符合实际，请把你所编制的应用题填写在下框中：

10.(临沂市，2001)九年义务教育三年制初级中学《代数》第二册第 97 页的例 2：

解方程 $\frac{1}{x-2}=\frac{x-1}{x-2}-3$.

解：方程的两边都乘以 $x-2$，约去分母，得

$1=x-1-3(x-2)$.

解这个整式方程，得 $x=2$.

检验：当 $x=2$ 时，$x-2=0$，所以 $x=2$ 是增根，原方程无解.请你根据这个方程的特点，用另一种方法解这个方程.

11.(哈尔滨市，2000)“严肃”中学初三(1)班计划用勤工俭学收入的 66 元钱，同时购买单价分别是 3 元、2 元、1 元的甲、乙、丙

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com