

总主编 何 舟



海淀  
黄冈  
启东

# 尖子生题

完全解题  优化设计

初中数学

做题 80%  
你就是尖子生

做题 100%  
你就上名牌大学

吉林教育出版社



海淀  
黄冈  
启东

# 尖子生题

完全解题与优化设计

初中数学

总主编：何 舟

主 编：范 纲（特级教师）

吉林教育出版社

(吉)新登字 02 号

封面设计:周建明

责任编辑:王世斌

海淀·黄冈·启东

# 尖子生题

完全解题与优化设计

## 初中数学

总主编 何 舟

主 编 范 纲(特级教师)

吉林教育出版社 出版 发行

淄博鸿杰印务有限公司印刷 新华书店经销

开本:880×1230 毫米 1/32 印张:17.125 字数:615 千字

2002年6月第2版第1次印刷 本次印数:12000 册

ISBN 7-5383-2929-3/G·2611

定价:17.80 元

凡有印装问题,可向承印厂调换



# 星级 典型题

# 目 录

## 代数部分

星级典型题

1

初中数学完全解题

<b>一、代数初步知识</b>	.....	(1)
I. 考纲要求	II. 典型题解	III. 典型题库
<b>二、有理数</b>	.....	(12)
I. 考纲要求	II. 典型题解	III. 典型题库
<b>三、整式的加减</b>	.....	(29)
I. 考纲要求	II. 典型题解	III. 典型题库
<b>四、一元一次方程</b>	.....	(41)
I. 考纲要求	II. 典型题解	III. 典型题库
<b>五、二元一次方程组</b>	.....	(75)
I. 考纲要求	II. 典型题解	III. 典型题库
<b>六、一元一次不等式</b>	.....	(100)
I. 考纲要求	II. 典型题解	III. 典型题库
<b>七、整式的乘除</b>	.....	(114)
I. 考纲要求	II. 典型题解	III. 典型题库
<b>八、因式分解</b>	.....	(131)
I. 考纲要求	II. 典型题解	III. 典型题库
<b>九、分式</b>	.....	(141)
I. 考纲要求	II. 典型题解	III. 典型题库
<b>十、数的开方</b>	.....	(165)
I. 考纲要求	II. 典型题解	III. 典型题库
<b>十一、二次根式</b>	.....	(178)
I. 考纲要求	II. 典型题解	III. 典型题库
<b>十二、一元二次方程</b>	.....	(207)



I. 考纲要求	II. 典型题解	III. 典型题库
十三、函数及其图像 .....		
I. 考纲要求	II. 典型题解	III. 典型题库
十四、统计初步 .....		
I. 考纲要求	II. 典型题解	III. 典型题库
代数部分综合题库 .....		

## 几何部分

一、线段和角 .....		
I. 考纲要求	II. 典型题解	III. 典型题库
二、相交线、平行线 .....		
I. 考纲要求	II. 典型题解	III. 典型题库
三、三角形 .....		
I. 考纲要求	II. 典型题解	III. 典型题库
四、四边形 .....		
I. 考纲要求	II. 典型题解	III. 典型题库
五、相似形 .....		
I. 考纲要求	II. 典型题解	III. 典型题库
六、解直角三角形 .....		
I. 考纲要求	II. 典型题解	III. 典型题库
七、圆 .....		
I. 考纲要求	II. 典型题解	III. 典型题库
几何部分综合题库 .....		
参考答案 .....		



## 星级 典型题

# 代数部分

## 一、代数初步知识

### I. 考纲要求

- 理解字母可以表示任何数，了解这种表示的优越性。
- 了解代数式的概念，会用代数式表示简单的数量关系。
- 会用公式解决简单实际问题，会解简易方程并会用它解简单应用题。
- 了解抽象概括的思维方法。

### II. 典型题解

■ 1 设甲数为  $x$ ，甲数比乙数的 2 倍小 20%，则用  $x$  表示乙数应为 \_\_\_\_\_.

■ 解析：设乙数的 2 倍为丙数，则甲数比丙数小 20%，即甲数是丙数的 80%，所以

$$\text{丙数} = \frac{x}{80\%}, \text{乙数} = \frac{x}{2 \times 80\%} = \frac{5}{8}x.$$

■ 答案： $\frac{5}{8}x$  或  $\frac{x}{2 \times (1 - 20\%)}$

□ 命题目的：本题主要考查“和、差、倍、分”问题中列代数式的能力。

□ 解题关键：找出句子的基本框架“甲数比…小 20%”。

□ 错解剖析：错解 1：误认为乙数比甲数的 2 倍小 20%，得错误答案  $(1 - 20\%) \times 2x$  或  $2x - 20\% \times 2x$ 。

错解 2：因 甲数比乙数的 2 倍小 20%，

∴ 甲数等于乙数的  $2 - 20\% = 1.8$  倍。

∴ 乙数为  $\frac{x}{1.8} = \frac{5}{9}x$ .

此解法错在小 20% 是小“乙数 2 倍”的 20%，而不是乙数的 20%，所以甲数等于乙数的 1.8 倍是错的。



[思维训练1] 用代数式表示  $a$  与  $b$  平方的和为\_\_\_\_\_.

■解析: 找出句子的基本框架为: “ $a$  与…的和”其中“…”表示  $b^2$ , 所以答案是  $a + b^2$ .

■答案:  $a + b^2$

[思维训练2] 用代数式表示:

- (1) 某数  $x$  的平方的两倍与  $y$  的商;
- (2)  $a$  的 35% 与  $b$  的 30% 的差的平方;
- (3)  $m$  与  $n$  的平方和与平方差的积;
- (4)  $x$  与  $y$  的立方和与立方差的商;
- (5)  $a$  与  $b$  的差的平方与  $a$  与  $b$  的积的四倍的和.

■解析: (1)  $\frac{2x^2}{y}$ ; (2)  $(35\% \cdot a - 30\% \cdot b)^2$ ; (3)  $(m^2 + n^2) \cdot (m^2 - n^2)$ ;  
 (4)  $\frac{x^3 + y^3}{x^3 - y^3}$ ; (5)  $(a - b)^2 + 4ab$ .

\*2 若浓度为 75% 的盐水含盐  $a$  千克, 则含水\_\_\_\_\_千克.

■解析 1: ∵ 盐水中含盐 75%,  
 ∴ 盐水中含水 25%.  
 ∴ 盐水中盐与水的含量比为  $75\% : 25\% = 3:1$ .  
 ∴ 盐水中含水  $\frac{1}{3}a$  千克.

■解析 2: ∵ 浓度为 75% 的盐水含盐  $a$  千克,

- ∴ 盐水中含水 25%, 并且盐水总重量为  $\frac{a}{75\%}$  千克.
- ∴ 盐水中含水  $\frac{a}{75\%} \times 25\% = \frac{1}{3}a$  千克.

■答案:  $\frac{1}{3}a$

□命题目的: 本题主要考查浓度问题中列代数式的能力.

□解题关键: 解析 1 关键是能从题意中直接找到盐与水的比例关系; 解析 2 是通过盐水总重量找出了盐与水之间的比例关系, 即盐水 =  $\frac{\text{盐}}{\text{浓度}}$ , 水 = 盐水  $\times (1 - \text{浓度}) = \frac{\text{盐}}{\text{浓度}} \times (1 - \text{浓度})$ .

□错解剖析: 误以为盐水总重量为  $a$  千克, 得出错误答案  $25\%a$  千克.

[思维训练1] 用代数式表示下列各题中的所问:



- (1)用 $x$ 辆载重8吨的汽车, $y$ 辆载重4吨的汽车拉货,这些汽车一次共可拉多少吨货物?
- (2)买 $m$ 元一支的铅笔 $a$ 支,买 $n$ 元一支的圆珠笔 $b$ 支,共需多少钱?
- (3)某班学生, $a$ 岁的有 $n$ 个人, $b$ 岁的有 $m$ 个人, $c$ 岁的有3人,问全班的平均年龄是多少岁?
- (4)有 $p\%$ 的盐水 $x$ 千克,如果加进 $y$ 千克水,盐水的浓度是多少?
- (5)有一件工作, $n$ 个人同时做, $a$ 天可以完成,若 $m$ 个人同时做,多少天能完成?

■解析:(1) $8x + 4y$ ;(2) $am + bn$ ;(3) $\frac{na + mb + 3c}{n + m + 3}$ ;(4) $\frac{p\% \cdot x}{x + y} \cdot 100\%$ ;(5) $\frac{a \cdot n}{m}$ .

[思维训练2] 一工厂10月份生产 $a$ 件产品,11月份比10月份增产20%,12月份比11月份减产20%,则12月份生产产品\_\_\_\_\_件.

■解析1: ∵ 11月份比10月份增产20%,

- ∴ 11月份比10月份增产 $20\%a$ 件产品.
- ∴ 11月份生产 $a + 20\%a = 1.2a$ 件产品.
- ∵ 12月份比11月份减产20%,
- ∴ 12月份比11月份减产 $1.2a \cdot 20\% = 0.24a$ 件产品.
- ∴ 12月份生产 $1.2a - 0.24a = 0.96a$ 件产品.

■解析2: ∵ 11月份比10月份增产20%,12月比11月减产20%,

- ∴ 11月份产量是10月份产量的120%,
- ∴ 12月份产量是11月份产量的80%.
- ∴ 11月份生产 $120\%a$ 件产品,12月份生产 $120\%a \times 80\% = 0.96a$ 件产品.

■答案: $0.96a$

[思维训练3] 一辆汽车从甲地出发,先上山以每小时 $a$ 千米的速度走了 $m$ 小时,后下山以每小时 $b$ 千米的速度走了 $n$ 小时,到达乙地.那么汽车从甲地到乙地的平均速度为\_\_\_\_\_千米/时.

■解析:甲地到乙地的路程为 $(am + bn)$ 千米,

甲地到乙地共用时间 $(m + n)$ 小时,

所以甲地到乙地的平均速度为 $\frac{am + bn}{m + n}$ 千米/时.



■答案： $\frac{am+bn}{m+n}$

▲ 3 下列判断正确的是( )。

- A.  $n(n+1)$ 一定表示相邻两个整数的乘积
- B. 代数式  $\frac{1}{x-1}$  中字母  $x$  可以取任何数
- C. 当  $a$  为整数时, 偶数可以表示为  $2a$
- D. 设某班有  $y$  名学生, 则  $y$  可以取任何数

■答案:C

□命题目的:本题主要考查用字母表示数的有关知识.

□解题关键:理解在一个代数式中字母的取值除有另加的限制条件外,有时还有一些隐含的限制条件,如:①使代数式本身有意义;②受现实意义的限制.

□错解剖析:A.  $n(n+1)$ 中  $n$  可取任何值,所以在没有另加限制条件“ $n$  为整数”时,  $n(n+1)$  不一定表示两个相邻整数的积,如  $n=\frac{1}{2}$  时,  $n(n+1)=\frac{1}{2}\times\frac{3}{2}$ . B.  $x$  的取值要使  $\frac{1}{x-1}$  有意义,所以  $x$  不能为 1; C.  $y$  受现实意义的限制,  $y$  不可能取  $\frac{1}{2}, 8.5$  等等这些非整数.

[思维训练] 下列结论不正确的是( )。

- A. 加法交换律可以表示为  $a+b=b+a$
- B.  $m+1$ 一定比  $m$  大
- C. 任意两个连续奇数可以表示为  $2n-1$  和  $2n+1$ ( $n$  为任意整数)
- D. 任意两个相邻整数的和可以表示为  $2n+(2n+1)$

■答案:D

▲ 4 以下代数式写法正确的是( )。

- A.  $1\frac{1}{3}xy$
- B.  $2a \div b$
- C.  $a2$
- D.  $\frac{8}{9}mn$

■答案:D

□命题目的:本题主要考查代数式书写的统一规定.

□解题关键:熟练掌握代数式书写的统一规定:①代数式中出现的乘号,通常写作“·”或省略不写,当数字与字母相乘时,数字应写在字母前面,如  $b\times 3$  写作  $3b$  或  $3\cdot b$ .(注:数字与数字相乘时,仍写乘号)

②代数式中出现的除号,一般按照分数的写法来写,如  $(a+b) \div c$  应写作  $\frac{a+b}{c}$ .



③带分数一般写作假分数(注:当作为运算结果时可以用带分数表示).

□错解剖析:A.1  $\frac{1}{3}xy$  应写成  $\frac{4}{3}xy$ . B. $2a \div b$  应写为  $\frac{2a}{b}$ . C. $a2$  应写为  $2a$  或  $2 \cdot a$ .

〔思维训练〕下列含单位的式子正确的是( ).

- A. $2a+3b$  千米 B. $t-3^{\circ}\text{C}$  C. $(2x+3y)-2xy$  千克 D. $3mn$  千克

■答案:D

▲ 5 下列代数式的意义叙述正确的是( ).

- A. $2(m-1)$  的意义是 2 倍的  $m$  减 1  
B. $a-(b+c)$  的意义是  $a$  减去  $b$  与  $c$  的和  
C.  $\frac{c}{a+b}$  表示  $c$  除以  $a$  与  $b$  的和  
D. $c+\frac{a}{b}$  表示  $c$  与  $\frac{a}{b}$  的和

■答案:D

□命题目的:本题主要考查能否准确说出一个代数式所表示的数量关系.

□解题关键:了解叙述代数式的意义要以简明而又不引起误会为出发点.

□错解剖析:A.2 倍的  $m$  减 1 可以理解为  $2m-1$  或  $2(m-1)$ ,引起误会,所以选项 A 是错误的.

〔思维训练 1〕用文字叙述下列代数式:

$$(1) \frac{1}{2}x^2 \cdot y^2; \quad (2) \frac{10}{x} - 1; \quad (3) \frac{a^2 + b^2}{a^2 - b^2}; \quad (4) \left(a + \frac{b}{2} - 1\right)^2.$$

■解析:(1) $x$  与  $y$  的平方的积的一半;

(2) $10$  与  $x$  的商与  $1$  的差;

(3) $a$  与  $b$  的平方和与平方差的商;

(4) $a$  与  $b$  的一半的和与  $1$  的差的平方.

〔思维训练 2〕用文字叙述下列代数式的意义:

$$(1) x^2 - y^2; \quad (2) (x-y)^2; \quad (3) (x+y) \cdot (x-y); \quad (4) x^3 - y^3; \\ (5) (x-y)^3; \quad (6) x^3 + y^3; \quad (7) (x+y)^3.$$

■解析:(1) $x$  与  $y$  的平方差; (2) $x$  与  $y$  的差的平方; (3) $x$  与  $y$  的和与差的积; (4) $x$  与  $y$  的立方差; (5) $x$  与  $y$  的差的立方; (6) $x$  与  $y$  的立方和; (7) $x$  与  $y$  的和的立方.



**■6** 一个两位数,个位是  $a$ ,十位是  $b$ ,将个位与十位颠倒后所得新的两位数与原两位数的和是( )。

- A.  $ab + ba$     B.  $10a + b + 10b + a$     C.  $10b + a$     D.  $10a + b$

**■解析 1:** 取特殊值  $a = 1, b = 2$ , 则原两位数为 21, 新两位数为 12, 原两位数与新两位数之和为 33. 四个选项分别为: A. 4, B. 33, C. 21, D. 12.

**■解析 2:** 依题意知: 原两位数用代数式表示为  $10b + a$ , 新两位数用代数式表示为  $10a + b$ , 所以原两位数与新两位数之和为  $10a + b + 10b + a$ .

**■答案:B**

□**命题目的:** 本题主要考查数字问题中列代数式的能力.

□**解题关键:** 解析 1 的关键是此题为选择题, 所以可用特殊值法简化原题; 解析 2 的关键在于掌握个位为  $a$ , 十位为  $b$  的两位数用代数式表示应为  $10b + a$ .

□**错解剖析:** 错认为  $ab$  可表示个位为  $b$ , 十位为  $a$  的两位数而错选答案 A, 事实上  $ab$  表示的是  $a \times b$ , 而不是一个两位数(数学中有时用  $\overline{ab}$  来表示个位为  $b$ , 十位为  $a$  的两位数, 但要注意  $\overline{ab}$  不是代数式).

**[思维训练 1]** 用代数式表示比  $a$  与  $b$  的差的一半小 1 的数是( ).

- A.  $a - b - \frac{1}{2}$     B.  $\frac{1}{2}a - b - 1$     C.  $\frac{1}{2}(a - b) - 1$     D.  $a - \frac{b}{2} - 1$

**■解析 1:** 取特殊值  $a = 3, b = 1$ , 则此题变为比 3 与 1 的差的一半小 1 的数是( ).

- A.  $\frac{3}{2}$     B.  $-\frac{1}{2}$     C. 0    D.  $1\frac{1}{2}$

**■解析 2:**  $a$  与  $b$  的差为  $a - b$ .

$a$  与  $b$  的差的一半为  $\frac{1}{2}(a - b)$ .

比  $\frac{1}{2}(a - b)$  小 1 的数为  $\frac{1}{2}(a - b) - 1$ .

**■答案:C**

**[思维训练 2]** 用代数式表示与  $2a - 1$  的和是 8 的数应为( ).

- A.  $(2a - 1) + 8$     B.  $8 - 2a - 1$     C.  $8 - (2a - 1)$     D.  $2a - 1 - 8$

**■解析 1:** 取特殊值  $a = 1$ , 则  $2a - 1 = 1$ , 此题变为: 与 1 的和是 8 的数应为( ).

- A. 9    B. 5    C. 7    D. -7

**■解析 2:** 将  $2a - 1$  看作一个小整体, 此题即为:

已知一个加数为  $(2a - 1)$ , 和是 8, 求另一个加数, 应为  $8 - (2a - 1)$ .

**■答案:C**



**[思维训练3]** 自己设定字母,用代数式表示:

- (1)一个数的平方与该数的2倍及1的和;
- (2)两个数的平方差除以这两个数的和;
- (3)两个数的立方和加上这两个数的和与这两个数的积的乘积的3倍;
- (4)三个数中,每两个数的差的平方和;
- (5)三个数的立方和与这三个数乘积的3倍的差.

**■解析:**(1)设这个数为  $a$ ,则得  $a^2 + 2a + 1$ ;

- (2)设这两个数分别是  $a$  和  $b$ ,则得  $\frac{a^2 - b^2}{a + b}$ ;
- (3)设这两个数分别是  $x$  和  $y$ ,则得  $x^3 + y^3 + 3(x + y) \cdot x \cdot y$ ;
- (4)设这三个数分别是  $a$ 、 $b$ 、 $c$ ,则得  $(a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2$ ;
- (5)设这三个数分别是  $x$ 、 $y$ 、 $z$ ,则得  $x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz$ .

**\*7** 当  $x$  为 1 时,代数式  $x^2 + 3x$  与  $(x+1)^2$  的值( )。

- A. 相等    B. 不相等    C. 都等于 1    D. 不确定

**■解析:**当  $x = 1$  时,

$$x^2 + 3x = 1^2 + 3 \times 1 = 4;$$

$$(x+1)^2 = (1+1)^2 = 4;$$

所以,当  $x$  为 1 时,代数式  $x^2 + 3x$  与  $(x+1)^2$  的值相等.

**■答案:**A

**命题目的:**本题主要考查求代数式的值.

**解题关键:**理解代数式值的概念.

**错解剖析:**误以为两个不同的代数式当字母取任何值时,两个代数式的值都不会相等,在未加计算的情况下选择了 B.

**[思维训练1]** 当  $x = a$  时,代数式  $\frac{x-a}{1-x}$  的值为( )。

- A. 0    B. 1    C. 0 或 1    D. 以上答案都不对

**■解析:**当  $x = a$  时,  $\frac{x-a}{1-x} = \frac{a-a}{1-a} = \frac{0}{1-a}$ , 所以当  $x = a \neq 1$  时,  $\frac{x-a}{1-x} = 0$ ; 当  $x = a = 1$  时,  $\frac{x-a}{1-x}$  没有意义.

**■答案:**D

**[思维训练2]** 求下列各代数式的值:



- (1)  $a = 3, b = 2$ , 求  $(a + b)(a^2 - ab + b^2)$  的值;
- (2)  $a = 100, q = \frac{1}{2}, n = 4$ , 求  $\frac{a(1 - q^n)}{1 - q}$  的值;
- (3)  $\pi = 3.14, h = 9, a = \frac{1}{3}, b = \frac{3}{4}$ , 求  $\frac{1}{3}\pi h(a^2 + ab + b^2)$  的值;
- (4)  $x = \frac{1}{5}, y = \frac{1}{7}$ , 求  $\frac{x+y}{x+y}$  的值;
- (5)  $a = \frac{1}{3}, b = \frac{1}{2}$ , 求  $\frac{a^2 + ab + b^2}{a^2 - ab + b^2}$  的值.

■解析:(1)当  $a = 3, b = 2$  时,

$$(a + b)(a^2 - ab + b^2) = (3 + 2)(3^2 - 3 \cdot 2 + 2^2) = 5 \cdot (9 - 6 + 4) \\ = 5 \times 7 = 35;$$

(2)当  $a = 100, q = \frac{1}{2}, n = 4$  时,

$$\frac{a(1 - q^n)}{1 - q} = \frac{100 \cdot \left[ 1 - \left( \frac{1}{2} \right)^4 \right]}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{100 \cdot \left( 1 - \frac{1}{16} \right)}{\frac{1}{2}} = 100 \times \frac{15}{16} \times 2 = 187 \frac{1}{2};$$

(3)当  $\pi = 3.14, h = 9, a = \frac{1}{3}, b = \frac{3}{4}$  时,

$$\frac{1}{3}\pi h(a^2 + ab + b^2) = \frac{1}{3} \times 3.14 \times 9 \times \left[ \left( \frac{1}{3} \right)^2 + \frac{1}{3} \times \frac{3}{4} + \left( \frac{3}{4} \right)^2 \right] \\ = 3 \times 3.14 \times \left( \frac{1}{9} + \frac{1}{4} + \frac{9}{16} \right) = 3 \times 3.14 \times \frac{133}{144} \\ \approx 8.70042;$$

(4)当  $x = \frac{1}{5}, y = \frac{1}{7}$  时,

$$\frac{x+y}{x+y} = \frac{\frac{1}{5} + \frac{1}{7}}{\frac{1}{5} + \frac{1}{7}} = \frac{1}{35} \times \frac{35}{12} = \frac{1}{12};$$

(5)当  $a = \frac{1}{3}, b = \frac{1}{2}$  时,

$$a^2 + ab + b^2 = \left( \frac{1}{3} \right)^2 + \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} + \left( \frac{1}{2} \right)^2 = \frac{1}{9} + \frac{1}{6} + \frac{1}{4} = \frac{19}{36};$$

$$a^2 - ab + b^2 = \frac{1}{9} - \frac{1}{6} + \frac{1}{4} = \frac{7}{36};$$

$$\text{所以 } \frac{a^2 + ab + b^2}{a^2 - ab + b^2} = \frac{\frac{19}{36}}{\frac{7}{36}} = 2 \frac{5}{7}.$$



▲ 8 商店售货时在进价的基础上加一定利润,其数量  $x$  与售价  $y$  如下表:

数量 $x$ (千克)	售价 $y$ (元)
1	$8 + 0.4$
2	$16 + 0.8$
3	$24 + 1.2$
4	$36 + 1.6$
5	$40 + 2.0$

(1)写出用数量  $x$  表示售价  $y$  的公式.

(2)计算 2.5 千克货的售价.

■解析 1:设  $y = y_1 + y_2$ .

从表中可得规律:  $y_1 = 8x$ ,  $y_2 = 0.4x$ .

所以  $y = 8x + 0.4x$ .

当  $x = 2.5$  时,

$$\begin{aligned}y &= 8 \times 2.5 + 0.4 \times 2.5 \\&= 20 + 1 \\&= 21(\text{元}).\end{aligned}$$

■解析 2:将原题表改为

数量 $x$ (千克)	售价 $y$ (元)
1	8.4
2	16.8
3	25.2
4	37.6
5	42.0

从上表得  $y = 8.4x$ .

$x = 2.5$  时,  $y = 8.4 \times 2.5 = 21$ (元).

■答案:2.5 千克货的售价是 21 元

□命题目的:本题主要考查归纳能力.

□解题关键:解析 1 的关键在于将售价分成两部分,找出每一部分与数量  $x$  的关系;解析 2 的关键是将  $y$  的两部分合二为一后再找与  $x$  的关系.

[思维训练] 楼房的高度用  $h$  表示,楼梯层数用  $n$  表示,测得的有关数据如下表:  
(楼房一层高地面 2m)



楼梯层数 $n$	离地面高度 $h$ (单位:m)
18	$2.88 + 2$
36	$5.76 + 2$
54	$8.64 + 2$
72	$11.52 + 2$
...	...

(1)写出用楼梯层数  $n$  表示楼房高度  $h$  的公式;

(2)利用这个公式计算,当楼房高度为 59.6 米时,应该有多少层楼梯?

■解析:(1)观察表中的左列数据,分别是 18 的 1 倍、2 倍、3 倍、4 倍、……表中右列加号前面的数据,分别是 2.88 的 1 倍、2 倍、3 倍、4 倍、……因此,只需考察 2.88 和 18 的关系.

由于  $\frac{2.88}{18} = \frac{4}{25}$ ,因此,表中  $h$  栏各数据是  $n$  栏中对应数据的  $\frac{4}{25}$  倍与 2 的和,即  $h = \frac{4}{25}n + 2$ .

$$(2) \because h = 59.6, \therefore 59.6 = \frac{4}{25} \cdot n + 2,$$

$$n = 57.6 \div \frac{4}{25} = \frac{288}{5} \times \frac{25}{4} = 360.$$

■答案:高为 59.6 米的楼房有楼梯 360 层

### III. 典型题库

#### ★ 1 填空题:

- (1)“ $a$  的倒数与  $b$  的  $\frac{1}{4}$  的和”用代数式表示为\_\_\_\_\_;
- (2)“ $a$  与  $b$  的和的倒数”用代数式表示为\_\_\_\_\_;
- (3)“ $x$  与  $y$  的 2 倍的平方的差”用代数式可表示为\_\_\_\_\_;
- (4)比  $m$  小 1 的数恰好为  $n$  的 3 倍,则  $m$  为\_\_\_\_\_;
- (5)已知一个钢管,外圆半径为  $R$ ,内圆半径为  $r$ ,长度为  $l$ ,则其体积用代数式可表示为\_\_\_\_\_;
- (6)方程  $2x - b = a$  的解是\_\_\_\_\_;
- (7)代数式  $(a + b)^2 + (a^2 - b^2)$  的意义是\_\_\_\_\_.

#### ★ 2 选择题:

- (1)下列式子: $2a, a + b, a + b = b + a, 2x = 4, a^2 + b^2, a, 3$ .其中代数式的个



数是( )。

- A. 7    B. 6    C. 5    D. 4

(2)关于代数式  $x+2y$  的意义,下列说法正确的是( )。

- A.  $x$  加上  $y$  的 2 倍的和  
B.  $x$  与  $y$  的和的 2 倍  
C.  $x$  加上  $y$  的 2 倍的积  
D.  $x$  加上  $y$  的和的 2 倍

(3)“ $a$  的 2 倍与  $b$  的  $\frac{1}{3}$  的差的平方”列出代数式表示应是( )。

- A.  $2a^2 - \frac{1}{3}b^2$       B.  $2a - \frac{1}{3}b^2$   
C.  $(2a - \frac{1}{3}b)^2$       D.  $2a - (\frac{1}{3}b)^2$

### ★★3 求下列代数式的值:

(1)当  $a = \frac{1}{3}$ ,  $b = 1.2$  时,求代数式  $a^2 + 2ab + b^2$  的值;

(2)在公式  $l = \frac{2\pi nR}{360}$  中,  $l = 100$ ,  $\pi = 3.14$ ,  $R = 72$ , 求  $n$  的值;

(3)当  $x = 3$ ,  $y = \frac{2}{5}$  时,求代数式  $\frac{x+y}{(x+y)(x-y)}$  的值;

(4)当  $a = 7$ ,  $b = 4$  时,求代数式  $(a-b)(a^2+ab+b^2)$  的值.

### ★★4 解下列方程:

(1)  $\frac{3}{4}x - \frac{35}{6} \cdot 3 = 0.5$ ;      (2)  $13(26-x) = 10 \times 26$ ;

(3)  $(36+x) \cdot 6 = 480$ ;      (4)  $\left(\frac{1}{60} + \frac{1}{70}\right)x = 260$ ;

(5)  $x \div 60\% \times (1-60\%) = 240 \times \left(1 - \frac{7}{12}\right)$ .



## 二、有理数

### I. 考纲要求

- 了解有理数的有关概念及其分类.
- 掌握有理数的运算法则和运算律,能够熟练地进行有理数的运算.
- 了解近似数与有效数字的概念,会查平方表和立方表.
- 了解正与负、加与减、乘与除、精确与近似的辩证关系.

### II. 典型题解

**■1** 在有理数  $-\frac{1}{2}, 0, 0.2, -2, -\frac{1}{5}, 24\%, -\frac{1}{3}, \frac{25}{6}$  中, 互为倒数的是\_\_\_\_\_, 互为相反数的是\_\_\_\_\_.

■解析: 将这些有理数都以整数或分数表示为:

$-\frac{1}{2}, 0, 0.2 = \frac{1}{5}, -2, -\frac{1}{5}, 24\% = \frac{6}{25}, -\frac{1}{3}, \frac{25}{6}$ , 从中可看出互为倒数的是  $-\frac{1}{2}$  与  $-2$ ,  $24\%$  与  $\frac{25}{6}$ , 互为相反数的是  $0.2$  与  $-\frac{1}{5}$ .

■答案:  $-\frac{1}{2}$  与  $-2$ ,  $24\%$  与  $\frac{25}{6}$ ,  $0.2$  与  $-\frac{1}{5}$

□命题目的: 本题主要考查互为倒数, 互为相反数的概念.

□解题关键: 将所有有理数都以整数或分数形式表示.

□错解剖析: 由于很容易找到  $-\frac{1}{2}$  与  $-2$  这一对互为倒数, 所以会有一些同学将  $24\%$  与  $\frac{25}{6}$  这一对互为倒数忽略而出现错误.

[思维训练 1] 若  $a, b$  互为相反数,  $b, c$  互为倒数,  $ac + \frac{b^3c}{a^2}$  值等于\_\_\_\_\_.

■解析 1: 因为  $a, b$  互为相反数, 所以  $a = -b$ ; 因为  $b, c$  互为倒数, 所以  $c = \frac{1}{b}$  (其中  $b \neq 0$ ).

将  $a = -b, c = \frac{1}{b}$  代入  $ac + \frac{b^3c}{a^2}$  中, 得

$$ac + \frac{b^3c}{a^2} = (-b) \cdot \frac{1}{b} + \frac{b^3 \cdot \frac{1}{b}}{(-b)^2} = -1 + \frac{b^2}{b^2} = -1 + 1 = 0.$$

■解析 2: ∵  $a, b$  互为相反数,