



多变量控制系统的 分析和设计

王诗宓 编著

电力科技专著出版基金资助项目

中国电力出版社

内 容 提 要

本书主要研究线性多变量控制系统的分析、综合和 design 方法。内容包括多变量控制系统的表示法, 零极点, 能控性, 完整性, 鲁棒性, 极点配置, 解耦控制, 现代频域设计方法, 鲁棒调节器和内模控制器。

本书可作为自动控制理论及应用专业研究生及高年级学生的教材, 亦可供自动控制和计算机应用方面的科研人员及工程技术人员参考。

图书在版编目 (CIP) 数据

多变量控制系统的分析和设计/王诗宓编著. -北京: 中国电力出版社, 1996

ISBN 7-80125-143-1

- I. 多… II. 王… III. ①多变量控制-自动控制系统-分析
②多变量控制-自动控制系统-设计 N. TP271

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (96) 第 04866 号

中国电力出版社出版、发行

(北京三里河路 6 号 邮政编码 100044)

北京市地矿局印刷厂印刷

各地新华书店经售

*

1996 年 9 月第一版 1996 年 9 月北京第一次印刷

850×1168 毫米 32 开本 14.625 印张 387 千字

印数 0001—2090 册 定价 25.00 元

版 权 专 有 翻 印 必 究

前 言

本书主要研究线性多变量控制系统（正文中简称为多变量系统）的分析、综合和设计方法。现代控制理论及多数线性系统的论著主要侧重以状态空间形式讨论系统的结构特性，对综合及设计方法不可能作详细深入的论述。本书则以较多的篇幅讨论综合方法，并侧重介绍了在过程控制中应用得较多或较受重视的多变量控制系统的设计方法。书中有关数学模型及多变量控制系统性质的部分，笔者力图讨论状态空间和频域的联系，讨论与控制系统设计有关的特性。互联是多变量控制系统的特殊问题，对此，本书总结了多种分析互联的重要指标及方法，总结了现代控制理论发展以来关于解耦的许多主要算法。极点配置很早就得到人们的重视，它在现代控制理论中应用得较广，对研究系统性质和进行初步设计很有用处。本书论述了极点配置的核心内容及多种可供选择参考的方法。以此为基础，读者则不难理解近年来有关极点配置的一些改进方法。本书除给出对各种方法的证明及推导外，大多还以算法形式给出设计步骤，以利应用。现代频域设计方法是70年代开始发展起来的一个分支。因为它沿袭了经典频域方法的优点，易于处理工程设计的要求，容易被广大工程界人士接受和理解，所以受到了普遍的重视。本书关于现代频域设计方法的章节则系统地介绍了目前最成功最具代表性的方法。在国内外有关的现代频域专著发表之后，已有不少有关性能讨论及推广应用方面的研究，本书在系统地阐述这些方法的同时也概括了有关方法的推广及比较研究。鲁棒控制是近10多年来发展较快的一个方向，研究鲁棒性及鲁棒控制需要较多的数学知识，所以本书只限

于讨论鲁棒性的基本内容及鲁棒调节器的概念和设计。

对本书内容的组织,笔者力图使读者掌握分析、综合和设计的基本思想及原理,除略去过于繁琐的数学推导外,尽量保持材料的完整性及系统性。在各种综合、设计方法的阐述中,包括了为理解教材所必须的数学推导,但在推导的过程中及前后,都通过文字说明及用十分明确具体的步骤予以总结,使这些部分较易阅读。

本书各章节的安排如下:在第一章绪言之后,第二章介绍多变量控制系统的表示法。尽管状态空间方法和传递函数矩阵方法已为多数人熟悉,但为了研究、计算和设计的方便,还需要一些其它的表示方法及一些有用的分解形式。第三章介绍多变量控制系统的基本性质,主要为一般现代控制理论教科书上讨论较少的零点、极点、函数能控性、完整性、鲁棒性等概念。许多多输入多输出(MIMO)系统的反馈特性可以看成单输入单输出(SISO)系统特性的推广,但毕竟有许多重大的不同点及更加复杂的关系。第四章介绍多输入多输出(MIMO)系统的互联特性,重点介绍一些分析系统互联特性的指标。第五章为极点配置问题。因为极点在稳定性中起决定性作用,所以本章介绍了许多重要的定理及基本的算法。第六章为解耦控制。对一般的工业对象,解耦往往是最先被尝试的一种方法,如果解耦成功,控制就可能变得相当简单,所以本章介绍了多种解耦方法,以供参考。第七、八两章介绍了多种最有代表性的现代频域设计方法,如INA、CL、DE、SRD、RFN等等。第九章介绍了鲁棒调节器和内模控制器的基本知识及设计方法。

本书内容主要来自大量研究论文及报告,编者也从事部分方向的研究。书末列出了编写本书过程中引用的参考文献,其中也包括一些书中只是提及但没有详述的文献,供读者作进一步参考阅读。所以本书既可作为研究生及高年级本科生的教材,又可作为一本有用的工作参考书。

凡书皆有目录。然而目录往往只是全书内容的一个轮廓的描

述，用以引导读者通读全书或其中某此章节。但不准备通读的读者却可能查找不到他所需要的内容，为此书后附了一份本书中出现的名词索引，供不准备通读全书的读者查询参考，以使本书能更好地起到一本参考书的作用。

编者已从 1985 年开始为研究生讲授本课程，写成讲义后又经过几度增删。但由于本人水平有限，错误和缺点在所难免，殷切希望读者给予批评指正。

编 者

1994. 4

目 录

前 言

第一章 绪论	1
第一节 多变量系统的特性.....	2
第二节 多变量系统研究中的特殊问题.....	3
第二章 多变量系统的数学描述	8
第一节 多变量系统的数学模型.....	9
第二节 传递函数矩阵的分解	23
第三章 多变量系统分析	43
第一节 能控性和能观性	43
第二节 传递函数矩阵的极点和零点	53
第三节 系统的极点和零点	61
第四节 闭环系统的稳定性	70
第五节 多变量系统的反馈特性	82
第四章 互联分析	105
第一节 多回路控制系统的互联.....	106
第二节 相对增益阵列.....	110
第三节 对角优势.....	129
第四节 失配角.....	135
第五节 闭环系统互联的初步分析.....	138
第五章 极点配置问题	141
第一节 基本定理.....	143
第二节 状态反馈极点配置.....	149
第三节 输出反馈极点配置.....	158
第四节 满秩和动态输出反馈设计方法.....	174
第五节 特征值特征向量配置.....	182

第六节	最优极点配置方法	193
第七节	鲁棒极点配置	207
第八节	小结	216
第六章	解耦控制	219
第一节	串联解耦	219
第二节	线性状态反馈解耦	225
第三节	线性输出反馈解耦	235
第四节	动态前置补偿和线性状态反馈解耦	249
第五节	线性状态反馈三角解耦	256
第六节	反馈稳态解耦	275
第七节	小结	278
第七章	逆奈氏阵列和特征轨迹设计方法	280
第一节	对角优势和 Gershgorin 定理	280
第二节	稳定性定理	284
第三节	Ostrowski 定理及其应用	290
第四节	有关逆奈氏阵列方法应用的一些问题	298
第五节	逆奈氏阵列方法设计举例	313
第六节	正奈氏阵列的应用	319
第七节	逆奈氏阵列方法在采样系统中的应用	322
第八节	特征轨迹方法和近似可交换控制器	328
第九节	近似实特征方向的求取	331
第十节	特征轨迹设计方法和举例	336
第十一节	小结	342
第八章	其它频域设计方法	344
第一节	并矢展开设计方法	344
第二节	关于近似并矢展开设计方法的进一步讨论	350
第三节	顺序回差法	357
第四节	顺序回差法的设计步骤	359
第五节	顺序回差法的完整性分析	364
第六节	反标架规范化方法和准奈氏分解	367

第七节	反标架规范化控制器	373
第八节	$Q(s)$ 应有的形式	374
第九节	补偿器的计算	376
第十节	小结	381
第九章	鲁棒调节器	383
第一节	一类不可测扰动下的调节器	383
第二节	鲁棒调节器	385
第三节	互补控制器	392
第四节	阶跃或斜坡信号下的最优输出 反馈设计方法	397
第五节	内模控制	405
第六节	冲激响应模型及其稳定近似逆	412
第七节	多变量系统的内模控制	423
第八节	内模控制的预测控制器	428
第九节	内模控制的多回路设计方法	436
参考文献		443
名词索引		452

第一章 绪 论

传统的控制方法主要是针对单输入单输出 (SISO) 系统的, 而且在过程控制中大量采用了 PID 控制器。这种控制方法原理简单、设计容易、调试方便, 在工业过程控制中应用得很广泛, 并获得了很大的成功。

经典控制理论中最常用的分析设计工具是 Bode 对数坐标图、Nyquist 极坐标图、Nichols 对数幅相图和 Evans 根轨迹图。这些方法已经发展得相当成熟。由于计算机的使用, 繁琐的计算和绘图都可以借助于高效的计算机, 所以应用更加方便。而且准确、迅速的屏幕图形显示也大大加快了设计周期。不过这些方法只适用于 SISO 系统, 它们主要研究系统的输入输出关系, 很少涉及系统的内部结构。

然而, 实际的系统是复杂的。它们多数是多输入多输出 (MIMO) 系统, 输入输出之间彼此响应产生互联。它们的阶次一般都比较复杂, 难以得到精确的数学模型, 而且往往表现出一定程度的非线性特性。所以将系统分割为若干个 SISO 系统进行控制时, 往往会忽略系统内部的互联、模型的不确定性及部分非线性。利用反馈控制可以克服这一缺点。但对某些系统, 这些多变量系统特性表现得很强烈, 只采用 SISO 系统控制方法不易收到较好的效果。所以, 研究 MIMO 系统的控制方法并把它们用于工业过程控制, 对提高生产效益和安全可靠运行是十分重要的。

50 年代以后, 由于火箭制导等航空问题的需要, 大量采用了状态空间方法。与之相应, 有关的现代控制理论也从 60 年代得到了迅速的发展。状态空间理论和方法解决了许多重大问题, 也发展了许多便于计算机实现的算法。考虑到实际工业控制系统的情况及需要, 一批和经典控制理论方法相应的现代频域方法也应运

而生，并从 70 年代开始迅速发展起来。

第一节 多变量系统的特性

工业过程控制有很多具体的要求。它首先要求系统能够安全稳定地运行；要求有较好的调节性能，以较小的瞬态误差跟踪设定值的变化，并使稳态误差为零；此外，还要求有一定的抗负荷扰动的能力等等。但多变量系统有多个输入和多个输出，内部结构比较复杂，必然会出现一些特殊问题。

一、互联和解耦

在大多数控制系统中，一个输入信号的变化会使多个输出量发生变化，每个输出也不只受一个输入的影响。将输入和输出配对，用一个输入和一个输出构成闭环控制回路，可以实现多回路控制。但即使输入输出经过精心地选择配对，各回路之间也难免存在相互影响，所以使输出独立地跟踪各自的设定值是有一定困难的。一个直接的方法是通过校正使对象的各回路之间没有联系，真正变成若干个 SISO 系统。这种解耦的方法如果能够付诸实现，控制就变成了纯粹的 SISO 系统控制问题。

二、模型不确定性和鲁棒性

在工业控制过程中采用的 SISO 模型多半是低阶惯性环节加纯迟延。这种模型是不精确的。不过 SISO 系统控制回路简单，涉及的参数较少，多数生产过程工况比较稳定，PID 控制器也有很好的反馈特性，所以不确定性的影响可能不太严重。但在 MIMO 系统中，涉及的参数较多，各控制回路间的联系较多，参数变动对整体控制效果的影响就会变得很复杂。所以在 MIMO 系统设计中，往往要更多地讨论对象参数或控制器参数变化是否会影响闭环系统的稳定性及其它特性。或者说要知道在什么样的参数变化范围内才能保证闭环系统的稳定和保证一定的闭环性能。在控制方法研究中也应考虑到，这种控制方法能否在尽可能大的参数变化范围内保证闭环特性。这就是所谓鲁棒性 (Robustness) 和鲁棒

控制 (Robust Control) 问题。这和控制系统的灵敏度相似。不过习惯上,灵敏度和鲁棒性主要是以系统参数的变化范围来区分的。当系统参数在标称值附近很小范围内变化时,参数变化对系统性能的影响用灵敏度表示。而在参数变化较大时仍能维持系统性能的特性,称为鲁棒性。

三、控制部件的失效和完整性

在 MIMO 系统中有多回路,传感器和执行器也比较多。每一个元件的失效都可能影响整个控制系统的性能。随着系统的加大和器件的增多,器件失效对控制系统的影响也急剧增加。这可能会影响控制系统的性能,严重时会使控制系统不稳定,造成重大事故。在这种情况下,仅提高执行器和传感器的可靠性是不够的,让所有的控制器件都有备份运行也是不现实的。为此,可以让少数重要部件有备份运行,而对其它部件,则要求在它们失效时系统仍不丧失某些基本性能,至少系统能够维持稳定,在降低指标的条件下安全运行,以待维修或正常停机。控制系统在某些部件或回路失效时仍能维持一定性能的特性,称为完整性 (Integrity),能够保持完整性的控制属于容错控制 (Fault Tolerant Control)。

第二节 多变量系统研究中的 特殊问题

一、理论和实践

随着现代控制理论的发展,产生了各种现代控制理论的综合和设计方法。大部分方法在理论上都是比较完整的,但目前工业过程控制中主要采用的仍是传统的控制方法和传统的 PID 控制器。早在 60 年代现代控制理论发展初期,人们就开始担心理论和实际间的距离会越来越大。随着现代控制理论研究和设计、综合方法研究的日臻深入和完善,人们也发现,工程技术人员认为理

论工作者没有研究出足够的可资应用的成果，而理论工作者则认为工业部门没有采用已经获得的理论成果。

产生这种现象的原因是多方面的。现代控制理论的贡献不全在于它给出了一系列算法，而在于它揭示并解决了控制理论中的一系列基本问题。但控制理论主要是以数学方法解决问题的，所以如果要解决一个工程问题，就必须要先将它转化成一个能够求解的数学问题。其次，问题解决后还要能够进行工程实现。在这一过程中会出现许多难点。

(1) 对一个控制系统的要求是多方面的，如稳定性、瞬态响应、抗干扰能力、灵敏度和各种各样的制约。把它们表达成一个完整的、可以求解的数学问题不是一件容易的事。而且这些要求也许是相互矛盾的，因而问题可能没有解。

(2) 实际工程问题有许多技术、经济上的限制。现场已安装的控制设备、库存及市场供应也是对实际问题的重要限制。这些都不是能预先完全列出，也不是能随便更动的。

(3) 人对实际系统的了解总是有限的，所以人对系统的描述与实际系统总是不一致的。理论计算结果是否可靠往往要靠有实际经验的工程师来判断。

(4) 工程问题要求的指标很可能是相互矛盾的，必须进行不同的取舍和适度的折衷。折衷方案不同时，解也不同。即便对同一组条件，也可能有几种不同的解。最后的解一般要根据工程师的经验和判断力，以及多种其它社会因素来确认。

以理想的解耦为例，它的任务是要设计补偿器 $K(s)$ ，使系统开环传递函数矩阵 $G(s)K(s)$ 成为对角矩阵。理论计算所得的 $K(s)$ 可能阶次太高、相位超前太大或者根本无法工程实现，所用的对象传递函数矩阵 $G(s)$ 也可能很不精确，等等。所以最终的结论可能是：解耦无法真正实现。

但是也不可否认，现代控制理论已经在工程控制中有了一定的应用。工业过程控制中控制系统分析本身越来越多地借助现代控制理论的基本概念和结果。工业过程控制系统的复杂性及对工

业过程控制性能要求的提高，需要人们研究和实施更加新颖有效的控制方法，而建立复杂控制方法也需要现代控制理论的知识 and 成果。

所以对工程实际系统而言，一方面要深入研究系统特性、改进控制方案及控制算法，另一方面要利用人机对话系统充分吸收工程技术人员的经验，发挥人的判断能力。只有从理论和实践两方面共同努力，才能缩小理论和实际的差距，真正建立起各种现代的、有效的复杂控制系统。

二、状态空间和频域研究方法

目前在现代控制理论和方法研究中，既用到了状态空间方法，也用到了传递函数矩阵。状态空间方法在揭示控制系统内部特性，建立严格的、易于计算机计算的控制综合算法方面起了重大作用，而且也会继续发挥作用。但对工程设计而言，却常常不便于用来表述和研究诸如带宽、非最小相位特性等问题。

我们可以设计一个线性状态反馈调节器，采用常数反馈矩阵 K ，以获得期望的闭环极点位置。但闭环响应还和零点有关，而零点、极点的位置与对象和反馈参数的关系一般是很复杂的。常数反馈看起来简单，但在工程实现时要比简单的阻容元件贵得多。而常数反馈又意味着放大器具有极宽的频带，这又会导致噪声的放大及高频不稳定。极点配置可以做到使某些闭环极点对系统参数变化具有较低的灵敏度。但实际系统不确定性较大，而特征值灵敏度理论也比较复杂。再者，灵敏度小的极点在输出响应中的作用不一定很大。所以极点配置方法可能在实际中不够理想。

状态能控性和能观性的概念对揭示系统特性无疑是极为重要的，但对工程问题也有不足之处。工程问题可能要求输出按给定的时间函数变化。但一个状态完全能控和能观的系统，也许无论如何选择输入函数，也无法使输出与期望的时间函数相符。这时需要采用函数能控性的概念来研究能否施加控制，使输出变量成为时间的独立函数。

利用传递函数矩阵的方法就可以克服这些困难。诚然，传递

函数矩阵不反映不能控或不能观的模式。但是研究模型的人或工程师不会忽略那些重要的或危险的变量，他们会把那些变量选作输出。或者限制某些输出，使它们的变化被控制在允许的范围内。人们也许会担心在传递函数矩阵中看不出抵消了的零点极点。但参数常常是不定的，一对零点和极点能在一定的参数变化范围内完全对消的情形也是不常发生的。

当然传递函数矩阵方法有它自身的缺点。首先它总涉及有理多项式矩阵的计算，要求很复杂的算法，比状态空间方法中的常数矩阵计算困难得多，在有时间延迟时更是如此。而且，开环传递函数矩阵的系数与闭环传递函数矩阵的系数之间的关系也更加隐蔽和复杂，远不如状态空间方法中表现出来的关系那样清晰。

所以在实际工程分析和设计中需要对传递函数矩阵方法有更深入的研究，不断提出系统的、简单的算法，特别是参数不确定性较大时的设计方法。但同时又要对状态空间方法有足够的了解和研究，以便更好地借鉴。这样做也会促进实用控制方法的发展。理论研究及实践的进程表明，这两种方法是有联系的，而且在许多问题上的研究是平行的，结果是对应的。

三、数值计算问题

任何复杂的控制方法都离不开数值计算。问题的求解需要计算，最终控制的计算机实现也需要计算。

数字计算机只有有限字长。计算过程中的截断误差有时能使计算解与精确解的差别大得完全无法容忍。尽管许多计算问题都有一些笔算的方法，但计算机很少采用我们笔算的方法。可以说，凡是适合笔算的方法大都不适合计算机，而几乎所有适合计算机的方法都不大能用于笔算。另一点需要指出的是，几乎没有一个算法是唯一的、完善的。所以在控制系统的设计计算中，需要不断地研究改进各种求解算法，需要计算机辅助设计 (CAD)，需要把数值计算和软件研制当作一个重要的研究方向。

为了求得较精确的解，有两个问题需要考虑。一是问题本身能够求解的状态条件 (Conditioning)；一是解题方法的稳定性。对

有些问题而言，即便有极好的算法，但只要数据有很小的变化就会使解产生很大的误差。这时就称问题为病态的（Ill-Conditioning），否则称为良态的（Well-Conditioning）。但算法本身也有稳定性问题。一个良态问题采用不稳定的算法，也会产生不可靠的结果。所以一个好的控制算法既要能构成良态的问题，也要提供稳定的算法。

在研究提出各种控制算法的同时，需要编制相应的计算机软件。这种软件一般分两类：一类为通用的数值计算软件，如特征值问题、矩阵计算和分解、线性方程组求解、特殊函数计算等软件包。这些软件应当可靠、高效和可移植，一般不受机器类型限制；另一类是控制系统的分析和设计软件，也包括一些控制策略实现的软件。它们专门为一种或一类控制方法编制，充分利用计算机的计算、作图和逻辑运算功能，通过人机对话使人参与设计分析过程的决策，有效地进行控制系统的分析、设计和控制方案的实施。好的软件可以促进自动控制的理论与实践的发展，缺少相宜的软件则会限制这一发展。

自动控制的新进展提供了不少控制系统设计的新方法。这些方法也许还不完善，还不能直接、方便地用于实际工程。但是采用传统控制方法在许多情况下是以牺牲某些效益为代价的。采用这些方法并不是因为它们完美无缺，而是目前只能如此。工程实际需要更优良的控制，只不过目前没有找到足够的更合适、更经济的取代方法。采用新的分析和设计方法至少可以对系统特性有更多的定量了解，可以指出有效地解决问题的方向。另外这些方法也可以给出一个初始的控制器，供工程技术人员作进一步的调整和改进。控制方法不会永远不变，新的控制方法中一定会有许多能逐步得到完善并被广泛应用。

第二章 多变量系统的 数学描述

大多数研究和设计系统的方法都需要一个能够较好地描述系统特性的数学表达式，即系统的数学模型。即便在完全凭藉经验设计和调整控制系统的场合，一个适用的数学模型也会有助于系统设计和现场调试。所以分析、设计系统的第一步往往是先求得系统的数学模型。

多变量系统虽有多多个输入和多个输出，但就某一对特定的输入输出而言，仍然相当一个单输入单输出系统。所以 MIMO 系统的模型必然有和 SISO 系统的相似之处；但由于变量的增多，也为了应用方便和表示简便，必须用一些比较特殊的方法。

通过机理分析，常可以得到一组任意阶次的非线性微分方程和一组代数方程。为了简化工作和利用比较完善的线性系统理论来分析设计系统，一般要在合适的工作点附近将对象的方程线性化。对于线性化的微分方程，利用拉氏变换可以获得对象的频域模型(s-域表达式)。若在微分方程的基础上引入一组附加变量，就可以求得一组等价的一阶微分方程，从而获得对象模型的状态空间表达式。为了适应数字控制器及计算机控制的需要，连续的系统要进行离散整量化处理，由此得到对象的离散状态方程和相应的z-域表达式。状态空间表达式表示了系统状态的内部特性，s-域和z-域表达式表示了对象的输入输出关系这一外部特性。它们都利用一组参数来表达对象的特性，所以称为对象的参数模型。不过，有些系统很难进行机理分析，这时往往要用实验的方法来获得对象的模型。譬如，不同频率的正弦波产生的输出频率响应或单位阶跃（脉冲）输入下的输出时间响应也可以直接用来表示对象的特性。与前述的参数模型相反，这类模型称为非参数模型。下面列举几种常用的线性模型表示方法。

第一节 多变量系统的数学模型

一、对象模型的内部描述法

(一) 连续系统

在分析对象动态特性时, 可以找出最少的一组 n 个能确定对象特性的变量 $x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)$, 称为状态变量。 n 称为系统的阶。记成向量的形式, 则 $\mathbf{x}(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)]^T$, 称为状态向量。它和输入向量 $\mathbf{u}(t) = [u_1(t), u_2(t), \dots, u_m(t)]^T$, 输出向量 $\mathbf{y}(t) = [y_1(t), y_2(t), \dots, y_l(t)]^T$ 的关系可以用一组一阶微分方程和一组代数方程来表示。写成矩阵向量形式即为

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} \quad (2.1.1a)$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{x} + \mathbf{D}\mathbf{u} \quad (2.1.1b)$$

其中 $\mathbf{x} \in R^n, \mathbf{u} \in R^m, \mathbf{y} \in R^l$ 。系数矩阵 $\mathbf{A} \in R^{n \times n}, \mathbf{B} \in R^{n \times m}, \mathbf{C} \in R^{l \times n}$ 和 $\mathbf{D} \in R^{l \times m}$ 都是常数矩阵。对连续系统, 在不会引起混淆的地方, 我们常常略去 (t) , 以简化书写。

行列式 $\det(s\mathbf{I} - \mathbf{A})$ 是一个 n 阶首 1 多项式, 代表系统内部状态特性, 叫作 $\mathbf{A}$ 的特征多项式, 记作

$$\Delta(s) = \det(s\mathbf{I} - \mathbf{A}) \quad (2.1.2)$$

$\Delta(s)$ 的根即 $\mathbf{A}$ 的特征值, 称为系统(2.1.1)的极点。状态空间模型清楚地表达了系统的结构特点。

(二) 离散系统

对于离散系统, 状态变量之间的关系用一阶差分方程组来表示, 相应的矩阵向量形式为

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{G}\mathbf{x}(k) + \mathbf{H}\mathbf{u}(k) \quad (2.1.3a)$$

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{C}\mathbf{x}(k) + \mathbf{D}\mathbf{u}(k) \quad (2.1.3b)$$

对式(2.1.1)所示的连续系统, 若采样周期为 T , 可以得到

$$\mathbf{G}(T) = e^{\mathbf{A}T} \quad (2.1.4a)$$

$$\mathbf{H}(T) = \left(\int_0^T e^{\mathbf{A}t} dt \right) \mathbf{B} \quad (2.1.4b)$$