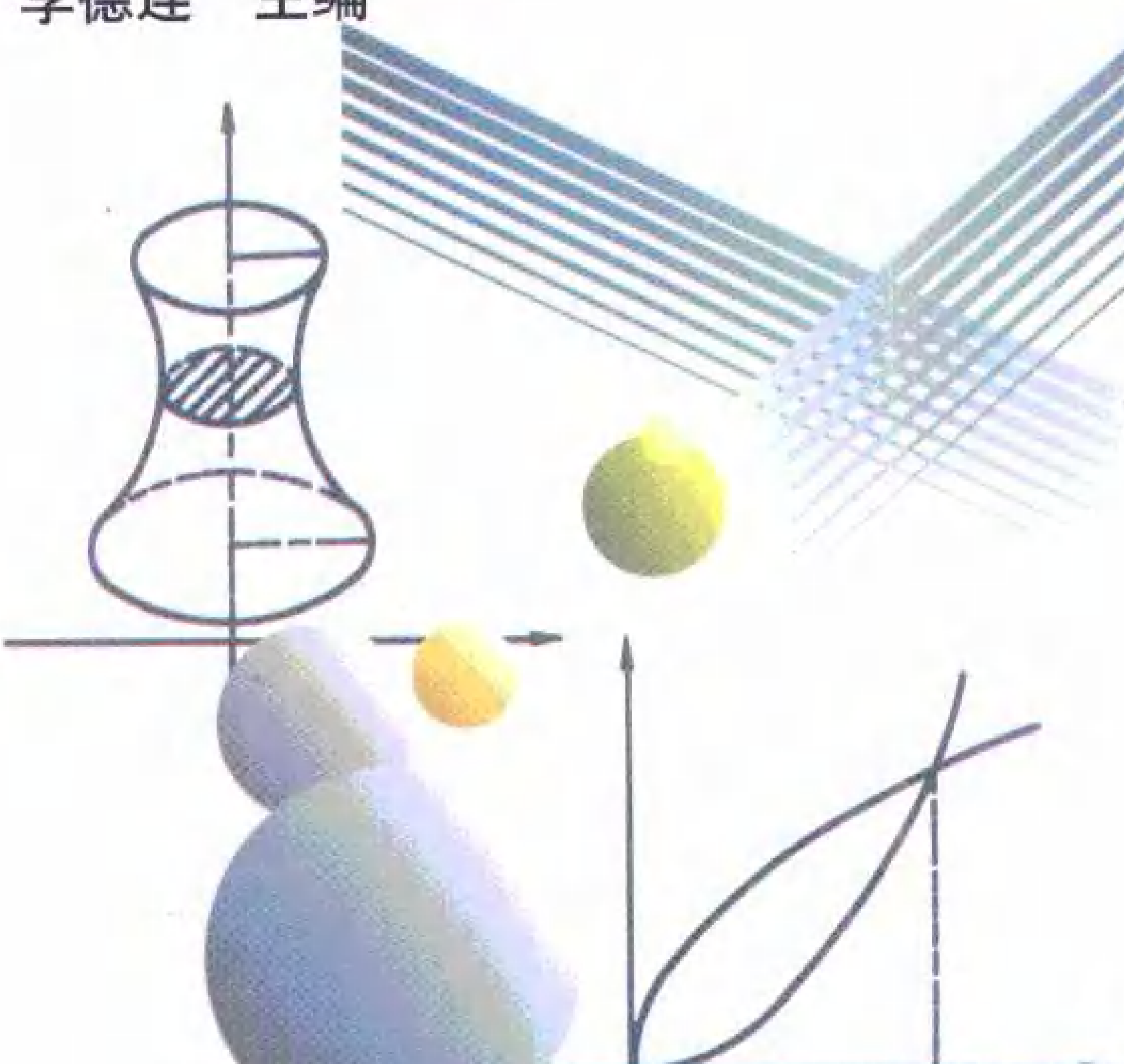
职工高等工业专科学校
高等职业技术教育
试用教材

经济应用数学

李德连　主编



机械工业出版社

职工高等工业专科学校
高等职业技术教育 试用教材

经济应用数学

主　编　李德连
副主编　冯　平　迟冠军
参　编　周　玲　熊　焰
　　　　高喜东
主　审　方学荣

机械工业出版社

本书包括：函数与极限、导数与微分、不定积分与定积分、微分的应用、线性代数、随机事件及其概率、一元随机变量及其数字特征、线性规划、回归分析、图论简介、网络方法、决策论等共十二章，每一章均配有大量的例题和习题。

本书是为经济类各专业编写的试用教材，可作为成人院校、职业技术学院的教材，也可供工业企业管理人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

经济应用数学/李德连主编．—北京：机械工业出版社 1999.8

职工高等工业专科学校、高等职业技术教育试用教材

ISBN 7-111-07342-8

Ⅰ.经… Ⅱ.李… Ⅲ.经济数学-高等教育：职业教育-教材 Ⅳ.P224.0

中国版本图书馆 CIP 数据核字(1999)第 25086 号

机械工业出版社(北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037)

责任编辑：王世刚 版式设计：张世琴 责任校对：吴美英

封面设计：姚 毅 责任印制：何全君

北京京丰印刷厂印刷·新华书店北京发行所发行

1999 年 9 月第 1 版第 1 次印刷

787mm×1 092mm 1/32·11.25 印张·245 千字

0 001—5 000 册

定价：16.00 元

凡购本书，如有缺页、倒页、脱页，由本社发行部调换

本社购书热线电话(010)68993821、68326677-2527

前　　言

目前,随着我国社会主义市场经济体制的建立和改革的不断深入,成人高等教育和高等职业技术教育迅速发展,与之相适应的教材建设成为一项紧迫的任务。

编写本书的目的是为成人高校和高等职业技术院校经济类各专业提供必要的数学基础。本书是在研究大量资料的基础上,按照深入浅出、循序渐进的原则,将经济类各专业所必需的数学工具和方法进行综合分析,系统地汇集而成的。在编写中,内容力求简洁易懂,突出实用性。

本教材适用于高等职业技术院校、成人高校经济类各专业。在教学中可根据不同专业及学时多少在内容上有所取舍。

参加本教材编写的是一些长期从事成人高等教育,对成人高等教育的特点和规律有较深入了解的教师。第一、二章由李德连、迟冠军编写,第三、四章由周玲编写,第五、八章由冯平编写,第六、七章由熊焰编写,第九、十章由高喜东编写,第十一、十二章由李德连编写。李德连任主编,方学荣教授任主审。

本教材的编写出版得到孙宝钧教授、机械工业出版社多方面的指导和大力帮助,在此表示深切的谢意。

限于编者水平有限,书中难免会有不妥之处,敬请读者批评指正。

编者

1999 年 3 月

第一章　函数与极限

本章讲述集合、函数、极限、连读、间断等概念及求函数值、定义域、极限等方法。为微积分学提供必须的基本数学知识和方法。

第一节　函数的概念

一、集合

1.集合的概念

在中学曾学过,集合是具有某种特性的事物全体。构成集合的事物,称为集合的元素。一般用大写字母 A、B、$C\cdots$ 表示集合,用小写字母 a、b、$c\cdots$表示集合的元素。若 a 是集合 A 的元素,记为 $a\in A$,读作 a 属于 A,若 a 不是集合 A 的元素,记为 $a\overline{\in} A$,读作 a 不属于 A。

下面给出几个集合的例子。

例 1.1　某商场所有空调器。

例 1.2　方程 $x^2-3x-4=0$ 的解。

例 1.3　大于 2 且不超过 6 的整数。

例 1.4　直线 $x-y+3=0$ 上所有的点。

例 1.5　平面上 $x^2+y^2\leqslant 1$ 的所有点。

例 1.6　全体奇数。

如果 A 表示由全体整数构成的集合,则 $7\in A$,$-3\in A$,$\frac{1}{3}\overline{\in} A$,$\sqrt{2}\overline{\in} A$。

由有限个元素构成的集合称为有限集。如例1.1、1.2、1.3。由无限多个元素构成的集合称为无限集。如例1.4、1.5、1.6。

2.集合的表示法

(1) 列举法:按任意顺序不重复地列出集合的所有元素,并用花括号{}括起来。

例1.7 由 a、b、e、f 四个元素构成的集合 A,可表示为:

$$A=\{a,b,e,f\}$$

例1.8 由 $x^2-2x-8=0$ 的根所构成的集合 A,可表示为:

$$A=\{-2,4\}$$

(2) 描述法:设 P 为集合 A 的元素所具有的特性,则具有特性 P 的事物全体所构成的集合 A 可表示为:

$$A=\{x|P\}$$

前面例1.1可表示为:$A=\{$空调器|某商场$\}$。

例1.2可表示为:$A=\{x|x^2-3x-4=0\}$。

例1.3可表示为:$A=\{a|2<a\leqslant 6$ 且 a 为整数$\}$。

例1.4可表示为:$A=\{(x,y)|x-y+3=0\}$。

集合也可以用图形表示,称为文氏图。它是用一个平面区域代表一个集合,区域内的点表示集合的元素。如图1-1所示。

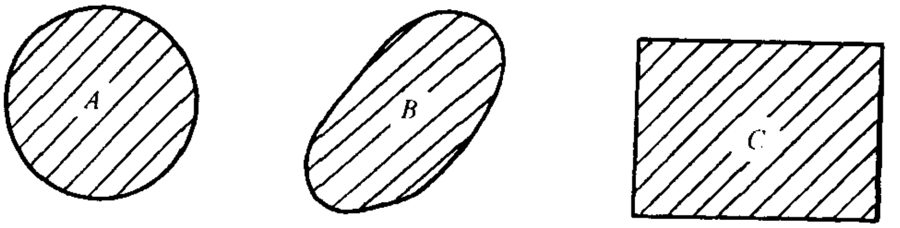


图 1-1

3.全集与空集

由所讨论的所有事物构成的集合称为全集，记为 U。全集是相对的，即一个集合在一定条件下是全集，在另一条件下就可能不是全集。

不含有任何元素的集合称为空集，记为 Φ。空集中的元素个数为 0。

例 1.9 由 $x^2+1=0$ 的实根构成的集合为空集。

例 1.10 由大于 5 且小于 2 的实数构成的集合是空集。

注意：$\{0\}$ 和 $\{\Phi\}$ 都不是空集，它们都有一个元素。前者的元素是 0，后者的元素是 Φ。

4. 子集

定义 1.1 两个集合 A,B。如果集合 A 的每一个元素都是集合 B 的元素，则称 A 是 B 的子集，记为 $A\subset B$，读作 A 包含于 B 或 B 包含 A。

例 1.11 $A=\{a\mid a$ 为偶数$\}$

$B=\{b\mid b$ 为整数$\}$

则 $A\subset B$

规定：空集是任何集合的子集。

定义 1.2 如果 A 是 B 的子集，B 也是 A 的子集，则称集合 A 与 B 相等，记作 $A=B$。

例 1.12 $A=\{x\mid x^2-x-2=0\}$

$B=\{-1,2\}$

则 $A=B$

5. 集合的运算

(1) 集合的并

定义 1.3 由集合 A、B 的所有元素构成的集合，称为集合 A 与 B 的并，记作 $A\cup B$。

即 $A\cup B=\{a\mid a\in A$ 或 $a\in B\}$。见图 1-2 阴影部分。

(2) 集合的交

定义 1.4 由集合 A、B 相同元素构成的集合，称为集合 A 与 B 的交，记作 $A\cap B$。

即 $A\cap B=\{a\mid a\in A \text{ 且 } a\in B\}$。见图 1-3 阴影部分。

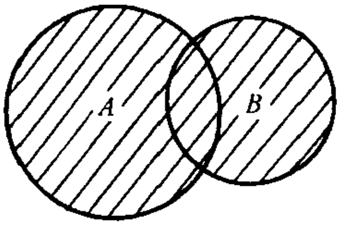


图 1-2

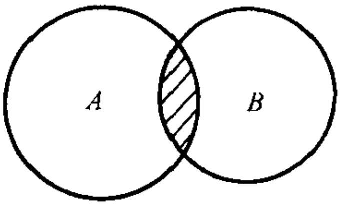


图 1-3

(3) 集合的差

定义 1.5 由属于 A 而不属于 B 的元素所构成的集合，称为 A 与 B 的差，记作 $A-B$。

即 $A-B=\{a\mid a\in A \text{ 但 } a\overline{\in} B\}$。见图 1-4 阴影部分。

实际上，$A-B=A-(A\cap B)$

特别地，$U-B$ 称为 B 的补，记作 $\overline{B}$ 或 B'。

即 $\overline{B}=U-B$。见图 1-5 阴影部分。

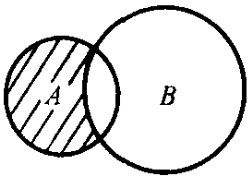


图 1-4

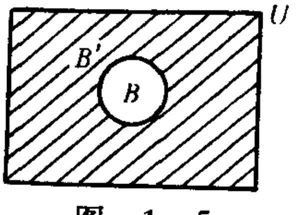


图 1-5

例 1.13 设 $A=\{a,b,c\}$，$B=\{a,c,d,e\}$，$C=\{b,f\}$。求

① $A\cup B$ ② $A\cap B$ ③ $A-B$

④ $(B-A)\cap C$ ⑤ $A\cup B\cup C$ ⑥ $A\cap B\cap C$。

解 ① $A\cup B=\{a,b,c,d,e\}$

② $A\cap B=\{a,c\}$

③ $A-B=\{b\}$

④ $\because \quad B-A=\{d,e\}, \therefore \quad (B-A)\cap C=\Phi$

⑤ $A\cup B\cup C=\{a,b,c,d,e,f\}$

⑥ $A\cap B\cap C=\Phi$

例 1.14 已知 $A=\{1,3,5,7\}, B=\{1,2,4\}, U=\{1,2,3,4,5,6,7,9\}$。求

① $A\cup B$ ② $B-A$ ③ $A\cup\overline{B}$ ④ $A-\overline{B}$ ⑤ $\overline{A\cup B}$

解 ① $A\cup B=\{1,2,3,4,5,7\}$

② $B-A=\{2,4\}$

③ $\because \quad \overline{B}=\{3,5,6,7,9\}, \therefore \quad A\cup\overline{B}=\{1,3,5,6,7,9\}$

④ $\because \quad A\cap\overline{B}=\{3,5,7\}, \therefore \quad A-\overline{B}=\{1\}$

⑤ 由 1 得 $\overline{A\cup B}=\{6,9\}$

集合的运算满足下列运算律:

a 交换律 (Ⅰ) $A\cup B=B\cup A$

(Ⅱ) $A\cap B=B\cap A$

b 结合律 (Ⅰ) $(A\cup B)\cup C=A\cup(B\cup C)$

(Ⅱ) $(A\cap B)\cap C=A\cap(B\cap C)$

二、实数集

1. 实数

我们知道:有理数与无理数总称为实数。数轴是一条规定了原点、方向、长度单位的直线。如图 1-6 所示。

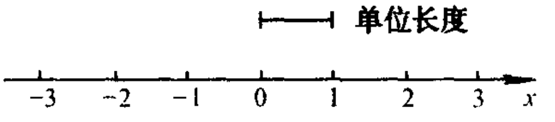


图 1-6

任意一个实数都可以用数轴上的一个点表示;反之,数轴上的任意一个点都表示一个确定的实数。这就是数轴上的点与实数的一一对应关系。在以后各章的叙述中,把数轴上的点和实数看作是相同的,即数轴上的点就是实数,实数就是数轴上的点。本书中的数都是指实数。

定义 1.6 由实数所构成的集合称为实数集,简称为数集。

由自然数 1,2,3…构成的集合称为自然数集,记为 N。

由全体整数 $0, \pm 1, \pm 2, \pm 3 \cdots$ 构成的集合称为整数集,记为 J。

由全体实数构成的集合称为实数域,记为 R。

2. 区间

设 a, b 是两个实数且 $a<b$。

数集 $\{x \mid a<x<b\}$ 称为开区间,记作 (a, b)。

$\{x \mid a \leqslant x \leqslant b\}$ 称为闭区间,记作 $[a, b]$。

$\{x \mid a \leqslant x<b\}$, $\{x \mid a<x \leqslant b\}$ 称为半开(或半闭)区间,分别记作 $[a, b)$, $(a, b]$。

其中 a, b 叫区间端点, a 叫区间左端点, b 叫区间右端点, $b-a$ 叫区间长度。这几种区间的长度均是有限值,所以称为有限区间。

$(a,+\infty)=\{x \mid x>a\}$

$[a,+\infty)=\{x \mid x \geqslant a\}$

$(-\infty, b)=\{x \mid x<b\}$

$(-\infty, b]=\{x \mid x \leqslant b\}$

$(-\infty,+\infty)=\{x \mid x \in R\}$ 称为无限区间。

例 1.15 已知 $A=\{x \mid 1 \leqslant x<4\}$, $B=\{x \mid x \geqslant 2\}$, $C=\{x \mid 3<x \leqslant 6\}$ 求

① $A \cup B$ ② $A \cap C$ ③ $A-B$ ④ $(A-B) \cup C$

解 ① $A \cup B=\{x \mid x \geqslant 1\}$

② $A \cap C=\{x \mid 3<x<4\}$

③ $A-B=\{x \mid 1 \leqslant x<2\}$

④ $(A-B) \cup C=\{x \mid 1 \leqslant x<2$ 或 $3<x \leqslant 6\}=[1,2) \cup$

(3,6]

3. 绝对值

定义 1.7 一个实数 x 的绝对值，记作 $|x|$，定义为：

$$|x|=\begin{cases}x & x\geqslant 0\\ -x & x<0\end{cases}$$

$|x|$ 的几何意义：$|x|$ 表示数轴上的点 x 与原点之间的距离。

绝对值及其运算有下列性质：

(1) $|x|\geqslant 0$

(2) $|x|=\sqrt{x^2}$

(3) $|-x|=|x|$

(4) $|x+y|\leqslant|x|+|y|$

(5) 如果 $a>0$，则

$\{x \mid |x|<a\}=\{x \mid -a<x<a\}=(-a,a)$

(6) 如果 $b>0$，则

$\{x \mid |x|>b\}=\{x \mid x>b$ 或 $x<-b\}=(-\infty,-b)\cup(b,+\infty)$

(7) $|xy|=|x|\cdot|y|$

(8) $\left|\dfrac{x}{y}\right|=\dfrac{|x|}{|y|}, y\neq 0$

证明略。

例 1.16 解下列不等式

① $|x|\leqslant 2$　　② $|2x-4|<3$

③ $|x|>1$　　④ $|2x+6|\geqslant 2$

解 ① $|x|\leqslant 2\Rightarrow -2<x<2$

∴ 不等式的解为 $(-2,2)$

② $-3<2x-4<3$

$$1<2x<7 \Rightarrow \frac{1}{2}<x<\frac{7}{2}$$

∴ 不等式的解为$\left(\frac{1}{2},\frac{7}{2}\right)$

③ $|x|>1 \Rightarrow x>1$ 或 $x<-1$

∴ 不等式的解为$(-\infty,-1)\cup(1,+\infty)$

④ $|2x+6|>2 \Rightarrow 2x+6>2 \Rightarrow x>-2$ 或

$$2x+6<-2 \Rightarrow x<-4$$

∴ 不等式的解为$(-\infty,-4)\cup(-2,+\infty)$

4. 邻域

定义 1.8 集合 $\{x \mid |x-x_0|<\delta,\delta>0\}=(x_0-\delta, x_0+\delta)$称为 x_0 的 δ 邻域，记作 $U_\delta(x_0)$

实际上 x_0 的 δ 邻域是以 x_0 为中心，长度为 2δ 的开区间，如图 1－7 所示。

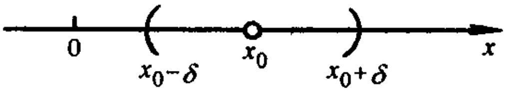


图 1－7

三、函数

1. 函数的定义

在研究问题的过程中，往往同时有几个变量，这些变量并不是孤立的，而是相互联系、相互依赖、并按照一定的规律变化的。

例 1.17 ① 正方形的周长 L 与边长 x

$$L=4x$$

② 圆的面积 S 与半径 R

$$S=\pi R^2$$

在(1)中给出边长 $x(\geqslant 0)$的一个值，周长 L 的值就唯一确定，周长是边长的 4 倍。(2)中给出半径 R 的一个值($R\geqslant 0$)，面积 S 的值也唯一确定，面积等于半径平方的 π 倍。把

这种变量之间的对应关系抽象化就得到函数的概念。

定义 1.9 设在一变化过程中，有两个变量 x 与 y，如果 x 在某一个非空数集 D 中任取一个值，变量 y 按照一定的法则有唯一确定的值与之对应，则称变量 y 是变量 x 的函数。记作 $y=f(x)$。

其中 x 叫自变量，y 叫因变量或函数。x 的取值范围 D 叫函数的定义域，也记作 $D(f)$。

f 是函数的记号，表示变量 x 与 y 之间存在函数关系即对应法则。所以也可以用 $y=g(x)$，$y=h(x)$，$y=y(x)$ 等表示 y 是 x 的函数。

例 1.17 中可以说正方形的周长 L 是边长 x 的函数，圆的面积 S 是半径 R 的函数。

函数 $y=f(x)$ 对 $x_0\in D(f)$，就有一个 y_0 与之对应，此时称函数 $y=f(x)$ 在 $x=x_0$ 处有意义，记为 $y_0=f(x_0)$，所以 $f(x_0)$ 表示自变量 x 取值 x_0 时所对应的函数值 y_0。函数 $y=f(x)$ 在 $x=x_0$ 处有意义，就是能找到一个函数值 y_0 与之对应。求函数 $y=f(x)$ 在 $x=x_0$ 处的函数值，只须根据对应法则来计算。一个函数 $y=f(x)$ 所有的函数值构成的集合 $\{f(x)\mid x_0\in D(f)\}$ 叫值域，记为 $V(f)$。

例 1.18 已知 $f(x)=x^2-1$ 求：

$$f(1),f(0),f(-2),f(\sqrt{5}),f(t+1),f(t^2),f\left(\frac{1}{a}\right)$$

解 由对应法则知函数值等于自变量的平方减 1。

$$\begin{aligned}\therefore\quad f(1)&=1^2-1=0\\ f(0)&=0^2-1=-1\\ f(-2)&=(-2)^2-1=3\end{aligned}$$

对应法则 f 也可以看成把 x 的值代入表达式$(\quad)^2-1$进行运算而得到 y 的值

$$\therefore \quad f(\sqrt{5})=(\sqrt{5})^2-1=4$$

$$f(t+1)=(t+1)^2-1=t^2+2t$$

$$f(t^2)=(t^2)^2-1=t^4-1$$

$$f\left(\frac{1}{a}\right)=\left(\frac{1}{a}\right)^2-1=\frac{1-a^2}{a^2}$$

如何求函数的定义域呢？常根据问题的实际意义确定函数的定义域，如例 1.17 正方形的边长和圆的半径不能是负的。如果仅给出一个函数式，而没有和实际问题相联系时，函数的定义域就是使函数有意义的自变量全体构成的数集。

例 1.19 求下列函数的定义域

① $y=\frac{2}{x+1}$ ② $y=\sqrt{x^2-2x-3}$

③ $y=\lg(3x+5)$ ④ $y=\arcsin\frac{x-2}{2}$

⑤ $y=\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ ⑥ $y=\frac{\cos x}{\sin \pi x}$

⑦ $y=\sqrt{2-x}+\frac{1}{5x+1}$ ⑧ $y=\frac{1}{\ln(4x-3)}$

解 ① $x+1\neq 0\Rightarrow x\neq -1$

$\therefore$ 定义域为 $D=(-\infty,-1)\cup(-1,+\infty)$

② $x^2-2x-3\geqslant 0\Rightarrow (x-3)(x+1)\geqslant 0$

$$\begin{cases}x-3\geqslant 0\\ x+1\geqslant 0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x\geqslant 3\\ x\geqslant -1\end{cases}\Rightarrow x\geqslant 3$$

或

$$\begin{cases}x-3\leqslant 0\\ x+1\leqslant 0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x\leqslant 3\\ x\leqslant -1\end{cases}\Rightarrow x\leqslant -1$$

$\therefore$ 定义域为 $D=(-\infty,-1]\cup[3,+\infty)$

③ $3x+5>0 \Rightarrow x>-\dfrac{5}{3}$

$\therefore$ 定义域为 $D=\left(-\dfrac{5}{3},+\infty\right)$

④ $-1\leqslant\dfrac{x-2}{2}\leqslant 1 \Rightarrow -2\leqslant x-2\leqslant 2 \Rightarrow 0\leqslant x\leqslant 4$

$\therefore$ 定义域为 $D=[0,4]$

⑤ $\begin{cases}1-x^2\neq 0\\ 1-x^2\geqslant 0\end{cases} \Rightarrow 1-x^2>0 \Rightarrow -1<x<1$

$\therefore$ 定义域为 $D=(-1,1)$

⑥ $\sin\pi x\neq 0 \Rightarrow x\neq n\,(n=0,\pm 1,\pm 2,\cdots)$

$\therefore$ 定义域为 $x\neq n\,(n=0,\pm 1,\pm 2,\cdots)$

⑦ $\begin{cases}2-x\geqslant 0\\ 5x+1\neq 0\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}x\leqslant 2\\ x\neq -\dfrac{1}{5}\end{cases}$

$\therefore$ 定义域为 $D=\left(-\infty,-\dfrac{1}{5}\right)\cup\left(-\dfrac{1}{5},2\right]$

⑧ $\begin{cases}4x-3>0\\ \ln(4x-3)\neq 0\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}4x-3>0\\ 4x-3\neq 1\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}x>\dfrac{3}{4}\\ x\neq 1\end{cases}$

$\therefore$ 定义域为 $D=\left(\dfrac{3}{4},1\right)\cup(1,+\infty)$

从函数的定义可知，函数的定义域和对应法则是函数的两大要素。由此给出：

定义 1.10 两个函数 $y=f(x)$ 和 $y=g(x)$，如果同时满足：

(1) 定义域相等。即 $D(f)=D(g)$

(2) 对应法则相同。即 $f\equiv g$

则称函数 $y=f(x)$和 $y=g(x)$相同，记为 $f(x)\equiv g(x)$，否则称两函数不同。

例 1.20 判断下列各组函数是否相同

① $f(x)=1$ $\qquad g(x)=\dfrac{x}{x}$

② $f(x)=\sin x$ $\qquad g(x)=\sqrt{\sin^2 x}$

③ $y=\lg x^2$ $\qquad y=2\lg x$

④ $y=x\sqrt{x}$ $\qquad y=\sqrt{x^3}$

⑤ $y=x^2-x$ $\qquad y=t^2-t$

解 ① $\because$ $D(f)=(-\infty,+\infty)$，$D(g)=(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$

$\therefore$ 不相同。

② $\because$ $g(x)=\sqrt{\sin^2 x}=|\sin x|$，对应法则不同，$\therefore$ 不相同。

③ $\lg x^2$ 的定义域是 $x\neq 0$，$2\lg x$ 的定义域是 $x>0$，$\therefore$ 不相同。

④⑤定义域和对应法则都相同，函数相同。

2. 函数的表示法

函数的表示法有公式法(解析法)、列表法和图示法 3 种。3 种方法可以结合使用。

在平面直角坐标系中，取自变量在横轴上变化，因变量在纵轴上变化。函数 $y=f(x)$对每一个 $x_0\in D(f)$可得到一个 y_0，从而确定平面上的一点(x_0,y_0)，所有这样的点构成的图形称为函数 $y=f(x)$的图形(图像)。如 $y=2x+1$ 的图形是直线，如图 1-8 所示。$y=x^2$ 的图形是抛物线，如图 1-9 所示。

3. 分段函数

例 1.21 旅客携带行李旅行时，行李重量不超过 20kg 时不收费，若超过 20kg，每超过 1kg 收运费 2 元。运费 y 是行李重量 x 的函数。

$$y=\begin{cases}0 & 0\leqslant x\leqslant 20\\ 2(x-20) & x>0\end{cases}$$

这个函数不能用一个式子表示，必须用两个式子表示。如果一个函数要用两个或两个以上的式子表示，这类函数称为分段函数。

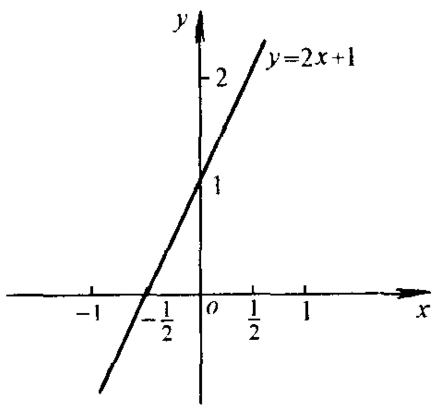


图 1-8

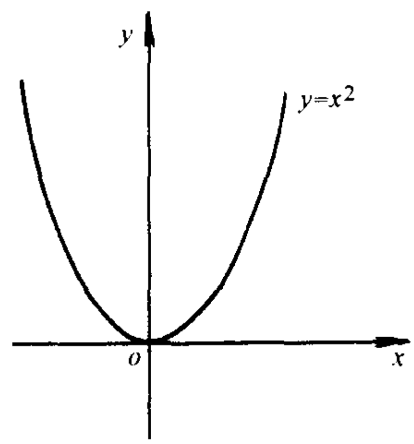


图 1-9

例如 $y=|x|=\begin{cases}x & x\geqslant 0\\ -x & x<0\end{cases}$

$$y=\begin{cases}x^2 & x\leqslant 0\\ x+1 & x>0\end{cases}$$

都是分段函数。$x=0$ 叫函数的分段点。它们的定义域都是$(-\infty,+\infty)$，图形分别如图 1-10，图 1-11 所示

例 1.22 设 $f(x)=\begin{cases}2x+1 & 1<x\leqslant 4\\ 0 & x=1\\ x^2-3 & -2\leqslant x<1\end{cases}$ 求：

① 定义域。

② $f(2)$、$f(1)$、$f(0)$、$f(-1)$。