分块法及其在电力系统中的应用

〔美〕H. H. 哈普 著

丘昌涛 译

王平洋 孙绍先 校

科学出版社

1987

内 容 简 介

本书讲述分割论的分块方法及其在电力系统分析、优化和控制等各种问题中的应用．全书分为三篇，共十四章．第一篇总结了分割论的基础——道路理论；第二篇讲述分割论的分块算法；第三篇讲述本书的重点——分割法在电力系统中的应用，其中包括在多区域经济调度、自动发电控制、电力系统潮流和暂态稳定计算中的应用．

全书安排得适于自学，附以许多具体的数例和分块算法表，每章开头均有提要，章末附有总结及可供读者自学的习题，各章均列出参考文献，便于读者查阅．

本书可作为电力系统工程技术人员，大专院校教师，有关专业的研究生和高年级大学生的参考书或教科书．

H. H. Happ
PIECEWISE METHODS AND APPLICATIONS TO POWER SYSTEMS
John Wiley & Sons, Inc. 1980

分块法及其在电力系统中的应用

〔美〕H. H. 哈普 著
丘昌涛 译
王平洋 孙绍先 校
责任编辑 范铁夫
科学出版社 出版
北京朝阳门内大街 137 号
中国科学院印刷厂印刷
新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售
*
1987 年 3 月第 一 版 开本：787×1092 1/16
1987 年 3 月第一次印刷 印张：19 1/4
印数：0001—8,000 字数：451,000
统一书号：15031·796
本社书号：5043·15—5
定价 4.50 元

目　　录

第二篇 分 割 论

第三篇　在电力系统中的应用

第一章　引　　论

1.1 提　　要

这一章对本书所论述的理论、方法及应用作一个概述．对分割论借以构想出来的经典问题作了历史的回顾，而且讲述了全书所用的记号．

1.2 问 题 简 述

分割论的基本思想是把大系统拆开或分割成许多较小的子系统或部分，首先解出各个个别部分，然后把分割开的诸部分的解组合起来，加以修正，而得到原来未分割的问题的解．用这一过程求解的结果和把大系统当作一个系统求解而得到的结果是一致的，例如参阅图 1.1，它可代表一个大系统．用分割法求解，是把系统分割开，分别地解出每一部分（A、B、C 及 D）而不考虑相邻部分间的影响，然后分别地考虑由分割开的诸部分互联而引起的对总的解的贡献．

这些分割开的部分（或子剖分）常可自然地存在的，例如，对应的分割线是各电力公司间的边界线．分割论的应用至少有二：第一种应用是，用分割法在某一计算机上，通过串行处理而有效地求解较大的系统，第二种应用是多台基本上并行操作的计算机而提供比用单个计算机较快的计算速度，计算机可以并排地放在一起，而形成计算机群，或者分别放到相距数英里之远；图 1.1 中，一个计算机作一个部分的解，就需要四台计算机，需要有额外的计算能力来计算把已分割部分再行互联而引起的对总解的贡献；这能力可由工作在分割部分的计算机来提供，或者由另外的专用计算机来提供．

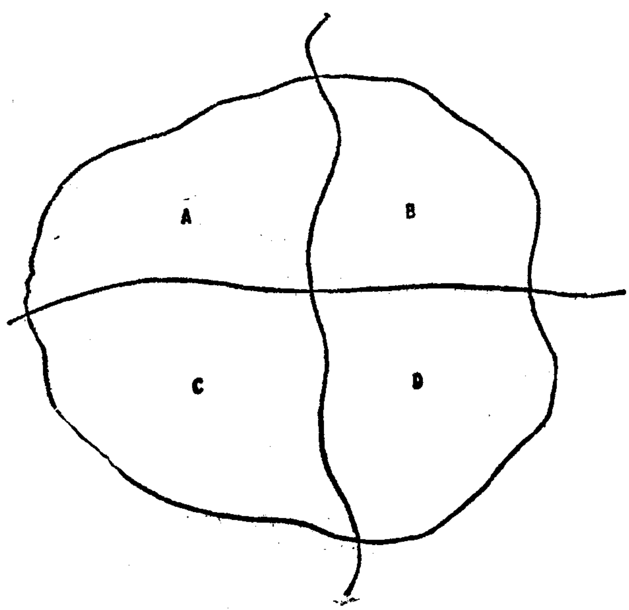

图 1.1　系统被分割成四部分

上述二种应用包括或多或少串行操作的常规计算机，未来的计算机可能有很好的并行计算能力，象第二种应用，可以期望用分割法解题比用常规方法能以更快的速度去解更大的问题．

1.3 历史的回顾

分割论[1,2]这个词源自希腊字“Kopto”(分割),它的意思是拆开或分割开;而 dia 是加强词,象英文字 very 的意思.“分割论”(Diakoptics) 是由已故的克朗在五十年代初所设想出来,而 Diakoptics 这个词是由已故的斯坦利 (Stanley) 教授命名的,他是纽约州史肯奈特得联合学院哲学系的教授.

象许多其他发现一样,分割论是在解决一个工程问题时偶然被发现的[1].

这一工程问题是:怎样从各个电力公司的损耗模型中去得出互联大电力系统的总损耗.例如图 1.2 是由三个电力公司 A、B、C 组成的一个互联电力系统,公司之间的线表示联络线,各个公司的损耗模型有正方矩阵之形式,每一个矩阵的阶次等于该区域中发电机数加上联接该区域到系统其他区域的联络线数.

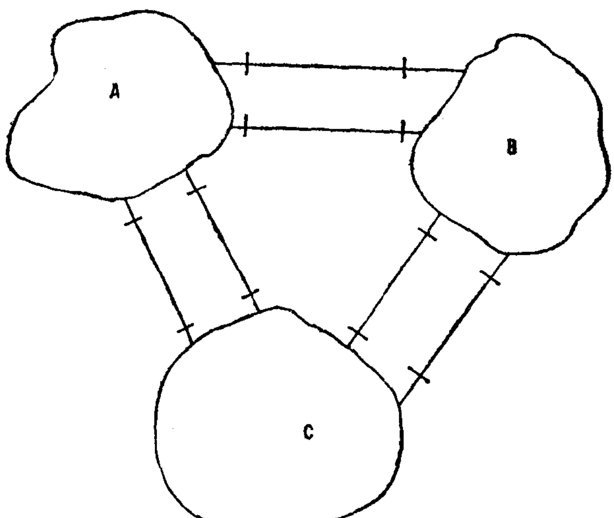

图 1.2 由三个电力公司组成的互联电力系统

区域 A 的损耗由下式给出:

$$P_{LA} = P_t^A B_{AA} P^A \tag{1.1}$$

式中 P^A 是区域 A 的功率向量,包括发电机功率 P^{GA} 和联络线功率 P^{TA}. 方程 (1.1) 中 t 表示转置,而 B_{AA} 则表示区域 A 的损耗模型.

图 1.2 中三区域的组合矩阵如下:

$$B_{\alpha\beta} = \begin{array}{c|cc|cc|cc|} & GA & TA & GB & TB & GC & TC \\ \hline GA & \multicolumn{2}{c|}{\multirow{2}{*}{B_{AA}}} & & & & \\ TA & & & & & & \\ \hline GB & & & \multicolumn{2}{c|}{\multirow{2}{*}{B_{BB}}} & & \\ TB & & & & & & \\ \hline GC & & & & & \multicolumn{2}{c|}{\multirow{2}{*}{B_{CC}}} \\ TC & & & & & & \\ \hline \end{array} \qquad P^{\alpha} = \begin{array}{c|c|} \hline GA & P^{GA} \\ TA & P^{TA} \\ \hline GB & P^{GB} \\ TB & P^{TB} \\ \hline GC & P^{GC} \\ TC & P^{TC} \\ \hline \end{array} \tag{1.2}$$

GA、GB 、GC 表示发电机和负荷的坐标轴，而 TA、TB、TC 则表示区域联络线的坐标轴，

恰如方程 (1.1) 一样，总损耗由下式给出：

$$P_L = P_t^\alpha B_{\alpha\beta} P^\beta \qquad \alpha, \beta = 1, 2, \cdots \tag{1.3}$$

注意，仅当代表图 1.2 中各区域间联络线上的潮流 P^{TA}，P^{TB}，P^{TC} 为已知时，方程 (1.3) 才能执行。但这些联络线潮流一般是不知道的，这正是经典分割法问题的难题：特别是象图1.2 那样的系统．怎样才能由它各部分的解去得出该系统总的解？

我们可以把方程 (1.2) 看作不是图 1.2 系统问题的解，而是图 1.3 问题的解，这里系统已被分割为三个部分或三个区域． 那么问题就成为如何改变或修正图 1.3 问题的解使它们能用到图 1.2 的系统中去．显然，图 1.3 中的系统代表了系统的子剖分，而不是它们的互联．还需要做的工作就是去实现子剖分间的互联，这正是克朗用一系列的道路(开路径和闭路径)变换所完成的工作，这种变换确定了互联而且把子剖分也连接了起来．

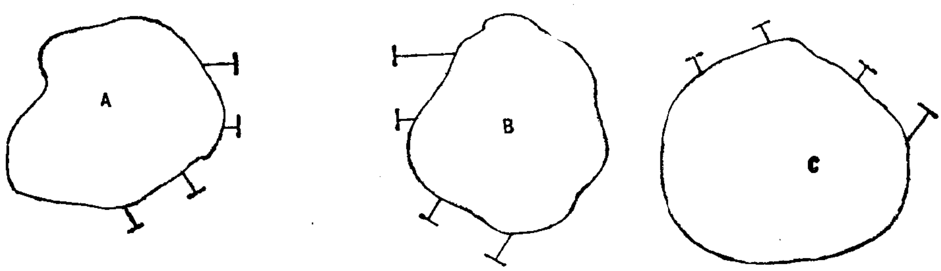

图 1.3　电力系统被分割为三个部分

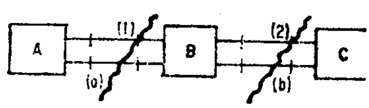

图 1.4　分割开的子剖分辐射地联接——多公共母线 (1)、(2)

五十年代有一个具体问题，其总解是由各部分的解而求得的，这引起了人们对这种理论的探索和应用的研究(参阅文献)．

从五十年代后期起，作者与克朗紧密合作过十多年，在克朗的鼓励下，发展出一种称为“网络的道路理论”的理论[3]，成为分割论的基础． 这一理论采用了开路径道路和闭路径道路及与道路结构相适应的电流和电压的方程式．自麦克斯韦以来，工程师们对闭路径(即回路)道路是熟知的，但对开路径道路却不然．开路径道路是麦克斯韦回路道路的更为正确的对偶．恰如回路一样，开路径道路可以每一对定义出和人方向的常规网络理论的节偶走到网络之外而又返回．因而网络中有几对节偶就有几条独立的开路径．根据这一理论的核心——道路，就可确定一个非奇异的支路对道路的变换矩阵．

1.4　本书内容简介

本书共分为三个主要部分：背景理论、分割论及其在电力系统中的应用．

作为在一个简单网络中的应用，从第一章到第四章我们讲述了背景理论，阐明了原网络、道路、变换矩阵及总的正交方程等概念，讨论了常规网络的解法.

用建立起的理论基础，从第五章到第九章讲述了分割论在电网络中的应用. 说明了整个系统并不需要一步就把它都解出来. 通过应用这一理论我们把互联系统分割为 n 个部分，每一部分称之为子剖分. 这些子剖分通常是自然存在的，因而对应的分割线、控制及数据结构也就很自然地可以被想象到.

这里讲了两种分割的情形. 第一种情形是：当分割线通过的支路移去时，分割线使子剖分仍然保持着辐射联接形式，图 1.4 举出了这种情形. 注意，当把支路 a 和 b 移去时，A 和 C 仍然保持着与 B 在母线 1 和 2 上以辐射形式相联系着.

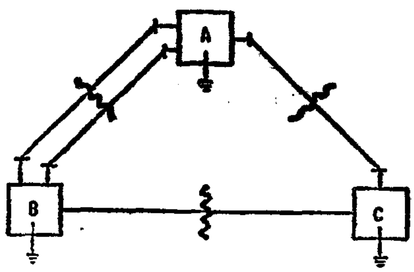

图 1.5 分割的子剖分辐射相联——单母线(地)

另一种特殊的但极为重要的情况，是分割开的子剖分联接在一个单公共母线上，并且它常常是接地的，如图 1.5 所示. 在这种情况下，所有联接子剖分的支路均被切断，但子剖分仍然保持着联接在单公共母线上，如图 1.5 中所示它们就是接地处. 第二种分割的情形是，被分割的子剖分并不互相联接，已示于图 1.3. 我们可以容易地把图 1.4 和图 1.5 变为互不相联的情形，只要使图 1.4 的分割线穿过互联支路（图 1.6）；而图 1.5，只要把子剖分对地的联接线移去就行了（图 1.7）.

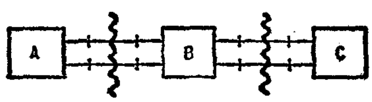

图 1.6 分割开的子剖分不相联接

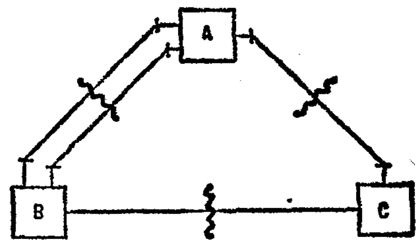

图 1.7 分割开的子剖分不相联接

现在分割法主要应用于电力科学，这是可以理解的，因为它是这一理论的发源地. 由第十章到第十四章讲述了在电力系统中的应用，并且它们构成了本书的第三篇.

第十章把上述理论应用于一个最优化过程，叫做多区域经济调度，它确定了在一个多公司互联系统（称为电力联营）中各发电机间电源的安排. 在全书中“多区域”这个词就意味着分割论的应用. 第十一章包括了多区域自动发电控制，由电力联营或跨联营的一个多计算机结构负责执行. 紧接的两章第十二章和十三章讲了称为区联矩阵的联络线模型的应用及其构成；既讨论了应用于单个公司，也讨论了应用于联营. 第十四章则致力于建立电力系统稳态和暂态网络的方法.

1.5 记 号

在直接记号中，每个向量或矩阵用一个称为基本字母的单一符号表示，例如用粗体字

Z、**Y** 或 **C**，以便把向量及矩阵与用斜体字母表示的各个元素区别开来．对基本字母不附以指标．

在矩阵理论中常用的下标 t 表示转置记号，及用 $(\ )^{-1}$ 表示逆记号，也用于直接记号中．

在直接记号中，完全不用指标，所以并不给出基本字母所表示张量的阶．例如，电压的集合 V 代表一个 1 阶张量，而导纳的集合 Y 则代表一个 2 阶张量，还有，也没有给出当变数改变时 V 或 Y 如何变换到不同标架去的启示．

张量分析中，一般用指标记号[3-5]．在指标记号中，每一向量或矩阵用一个象直接记号一样的基本字母表示，但它带着标在上肩和下肩的哑指标*，或者某种组合．例如零阶张量没有指标 (A)，因为仅用基本字母表示；一阶张量有一个指标 (A_α)；二阶张量有二个指标 $(A_{\alpha\beta})$，等等．这些指标表示在某一个给定标架中的哑指标**．我们要研究的典型方程，是这样的型式：$V_\alpha=Z_{\alpha\beta}J^\beta$．哑指标 α，β*** 表明特定的观察问题的一个标架，或者用它来描述问题的特定变量，因为有很多标架可以应用，对每一标架就用多于一个指标来分门别类．与直接记号比较，指标记号有一个缺点是难以区分混合张量或变换张量 (C^b_m) 的转置和逆．

修正的指标记号

本书用了一种介于直接记号和指标记号之间的记号[3]．这种记号的关键因素是用一个字母作为表示标架的指标，所有的量、变量、以及系数都用同一个指标来清楚地指明它们是在同一标架之中，但他们有不同的基本字母．所有电流向量用一个上指标表示：

$$J^b=(J^1,\ J^2,\ J^3\cdots) \tag{1.4}$$

上指标 b 有两个作用，除了用作指标记号的哑变量之外，还用来指明是在标架 b 上．所有电压向量用一个下指标表示：

$$V_b=(V_1,\ V_2,\ V_3,\ \cdots) \tag{1.5}$$

下标 b 有两个作用，既用作哑变量，也用来指明是在标架 b 中，J^b 和 V_b 在矩阵记号中表示列向量．在本书的例子中，上标和下标常常仅用来指明标架．

阻抗矩阵和导纳矩阵分别把电压向量与电流向量联系了起来，为：

$$V_b=Z_{bb}J^b \tag{1.6}$$

或反之，

$$J^b=Y^{bb}V_b \qquad b=1,\ 2,\ \cdots \tag{1.7}$$

本书中同时有一个上标和一个下标的矩阵，如变换矩阵，把方程组由一个标架变换到另一个标架去．例如，设 J^s 为标架 s 中的电流向量，J^b 为标架 b 中的电流向量，J^s 可用下列方程变换到标架 b 去．本书以后会讲到它：

$$J^b=C^b_{\cdot s}J^s \tag{1.8}$$

$C^b_{\cdot s}$ 有 b 行和 s 列的矩阵型式．由于在矩阵记号中，头一个指标是对行来说的，而第二个指标则指的是列，则上述矩阵是 $b\times s$ 矩阵．为了清楚地指明这个事实，用位置点来指

---

* 应为自由指标 (Free Index).——译者注

** 应为自由指标——译者注

*** α 为自由指标，β 为哑指标．——译者注

明指标的位置．方程(1.8)则写成以下之形式:

$$J^b = C^b_{.s} J^s \tag{1.9}$$

很清楚,指标 b 是第一个指标，而 s 是第二个指标,这表明 $C^b_{.s}$ 具有 b 行和 s 列矩阵的形式．$C^b_{.s}$ 的转置则有 s 行和 b 列,用 $C_s^{.b}$ 表之:

$$(C^b_{.s})_t = C_s^{.b} \tag{1.10}$$

在 $C_s^{.b}$ 中,指标 s 显然是第一个指标,而 b 是第二个．$C_s^{.b}$ 的转置当然是 $C^b_{.s}$:

$$(C_s^{.b})_t = C^b_{.s} \tag{1.11}$$

让我们假定 $C^b_{.s}$ 有逆,则方程(1.9)的逆可写为

$$J^s = C^s_{.b} J^b \tag{1.12}$$

这些指标足以表明逆,但为了更明确地指明是逆,基本字母 C 可以改为 A，按定义为

$$A^s_{.b} = C^s_{.b} \tag{1.13}$$

我们可用矩阵符号表示该记号,而有

$$(C^b_{.s})^{-1} = A^s_{.b} \tag{1.14}$$

$C^b_{.s}$ 的转置的逆为

$$(C_s^{.b})^{-1} = A_b^{.s} \tag{1.15}$$

方程(1.15)反映了众所周知的性质,即转置的逆就是逆的转置．

对电流则用一个上标 J^b，对电压则用一个下标 V_b，J^b 和 V_b 表示二个列向量．J^b 的转置用 $J^{.b}$ 表之，而 V_b 的转置则用 $V_{.b}$ 表之，$J^{.b}$ 和 $V_{.b}$ 是行向量．不管指标和以前对应的是行还是列，都要出现点记号．在 J^b 和 V_b 中指标首次出现而无指明有第二个指标,便与 J 和 V 的行相对应;因而 J^b 和 V_b 显然是列向量．在 $J^{.b}$ 和 $V_{.b}$ 中，指标出现在第二个位置，而在第一个位置上并未附以指标，便与 J 和 V 的列相对应;因而 $J^{.b}$ 和 $V_{.b}$ 显然是行向量．

有些地方,明显的转置记号仍然会觉得是有用的,这时,转置就用下标 t 表之．

1.6 总　结

本章对本书的三篇,即背景理论、分割论及其在电力系统中的应用作了概述．介绍了用拆开或分割方法解大系统问题的概念,且给出了导致分割论发现的经典问题，最后，讲了贯穿全书所用的记号．在学习本书之前,请读者完全熟悉这些记号．

习　题

1.1 分割图 1.4 的网络,但应和图示用不同的方式,使子剖分是辐射地相联的．

1.2 分割图 1.7 的网络,使子剖分是辐射地相联的,注意存在好几条可能的分割线．

1.3 把电压变换表示为 $V_s = C_s^{.b} V_b$，已知方程(1.9)及 $V_{.b} J^b = V_{.s} J^s$．

1.4 将 $(V_{.b} J^b = V_{.s} J^s)$ 表示为展开形式,其中 $b = 1, 2, 3$; $s = 1', 2'$．

参考文献

[1] H. H. Happ, "The Development of Diakoptics", in *Gabriel Kron and Systems Theory*, H. H.

Happ, Ed., Union College Press, Schenectady, New York, 1973, pp. 82—119.
[2] H. H. Happ, Ed., *Gabriel Kron and Systems Theory*, Union College Press, Schenectady, New York, 1973.
[3] H. H. Happ, *Diakoptics and Networks*, Academic Press, New York, London, 1971.
[4] G. Kron, *Tensor Analysis of Networks*. MacDonald, London, 1965 (originally published by Wiley, New York, and Chapman and Hall, London, 1939). Unrevised except for a new introduction.
[5] A. J. McConnell, *Application of Tensor Analysis*, Dover, New York, 1957.

第一篇 背 景 理 论

第二章 拓扑的概念

2.1 提 要

本章用大家熟知的支路、回路、节偶、节点等概念和稍为不很熟悉的所谓道路的概念讲述了基本的拓扑关系;道路的概念贯穿全书. 类似于麦克斯韦的网目回路,道路由所谓开路径和闭路径二种形式组成. 本章还研究了无约束道路的电流以及当路径被约束到经过某些支路的情况. 定义了有约束电流和无约束电流的联络矩阵, 在下面几章里我们将用到这些矩阵.

2.2 拓 扑 关 系

设 B 为网络的支路数; N 为节点数; M 为最小独立回路或闭路径数(每一支路至少要被通过一次), P 为节偶数(每一节点至少要被选入一次), S 为不联接的子网络数或物理上不相联接的网络数(在一个互联网络中 $S=1$).

韦布兰 (Veblen)[1] 所表述的 B、N、M、P 及 S 间的众所周知的关系为

$$P = N - S \tag{2.1}$$

$$M = B - N + S \tag{2.2}$$

或

$$B = M + N - S \tag{2.3}$$

2.3 开道路和闭道路

这里研究二种道路[2,3]: 闭道路和开道路. 前已指出,所说的闭道路不过就是麦克斯韦的网目回路. 考察图 2.1, 它有 6 条支路 ($B=6$) 和 4 个节点 ($N=4$); 由于它形成一个互联网络, 故 $S=1$; 根据方程 (2.1), 独立节偶数为 3 ($P=3$); 根据方程 (2.2), 独立回路数为 3 ($M=3$). 三条独立的闭路径选择如图 2.1 所示,标以 C_1, C_2, C_3, 他们使每一支路至少被通过一次; 三个独立节偶 J_{P1}, J_{P2}, J_{P3} 已经选择好,他们也使每一节点至少被选入一次.

图 2.1 网络中增添了一个第二组道路 (开道路), 这样命名是指明它们的道路并不在网络内闭合. 在数目上他们等于网络的节偶数,开道路都在有关节偶上进入和离开,可以想象节偶为开路径的始端或终端, 但它们按任意方式通过网络. 图 2.1 中有三个独立节偶,因而就有三条相对应的开路径, 并用 1, 2, 3 表示出来. 注意这些特定的开路径通过

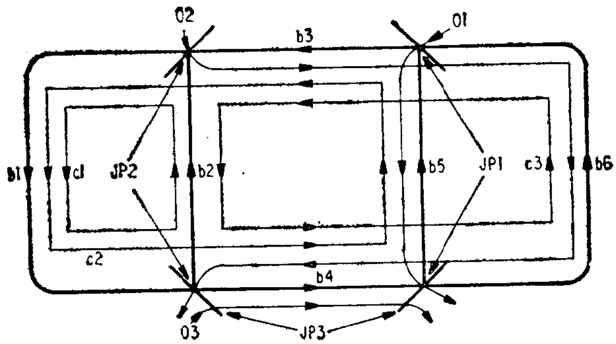

图 2.1　开道路和闭道路(不是节点对参考点的情形)

网络是任意的.

2.4　非奇异联络矩阵

为了说明支路对路径的联络矩阵 $C^b_{\cdot s}$ 的构成，图 2.1 中支路以及开路径和闭路径的指向是任意给定了的. 如方程 (2.4) 所示，$C^b_{\cdot s}$ 中每一列只是列举了道路内的支路. 在开路径和闭路径间进行了分块，分别用两个子矩阵 $C^b_{\cdot o}$ 和 $C^b_{\cdot c}$ 来表示. 注意 C 的构造

$$C^b_{\cdot s} = b \begin{array}{cc} o & c \\ \hline \multicolumn{1}{|c|}{C^b_{\cdot o}} & \multicolumn{1}{c|}{C^b_{\cdot c}} \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{c|cccccc|} & o1 & o2 & o3 & c1 & c2 & c3 \\ \hline b1 & & & & 1 & 1 & \\ b2 & & & & 1 & & -1 \\ b3 & & -1 & & & 1 & 1 \\ b4 & & -1 & 1 & & 1 & 1 \\ b5 & -1 & & & & 1 & \\ b6 & & -1 & & & & 1 \\ \hline \end{array} \tag{2.4}$$

方式:确定独立回路M和独立节偶P，要择其恰当的选择之；以节偶为始终端的开路径道路必须由网络内通过.

前已说过,按以上步骤所得的结果C是非奇异的. C之逆由下式决定:

$$(C^b_{\cdot s})^{-1} = A^s_{\cdot b} \tag{2.5}$$

方程 (2.4) 的逆为

$$A^s_{\cdot b} = \begin{array}{c|c|} & b \\ \hline o & A^o_{\cdot b} \\ \hline c & A^c_{\cdot b} \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{c|cccccc|} & b1 & b2 & b3 & b4 & b5 & b6 \\ \hline o1 & & & 1 & & -1 & -1 \\ o2 & 1 & -1 & -1 & & & \\ o3 & & & -1 & 1 & & \\ c1 & 1 & & -1 & & & 1 \\ c2 & & & 1 & & & -1 \\ c3 & 1 & -1 & -1 & & & 1 \\ \hline \end{array} \tag{2.6}$$

一般说来，当所有节偶均由一个公共基准点(通常是地)出发时，这是上述情形中的一种特殊情况。

注意，由线性图论的观点，$C^{b}_{\cdot c}$ 的转置是一个路集矩阵或一个连集矩阵，而 $A^{o}_{\cdot b}$ 的转置则是一个割集矩阵[5,6]．构造 $A^{o}_{\cdot b}$ 的过程将在第四章内讲述之。

2.5 树和链以及特殊情况

如所周知，根据图论[4,6]，任何相互联接的网络，可以用移去适当选择的称为链支的M条支路而变为树．剩下 $B-M$ 条支路则张开在整个网络上，联接了所有的节点N而无闭环。

考察图 2.1，且移去支路 $b1$、$b2$ 及 $b6$．剩下的支路 $b3$、$b4$、$b5$ 则象树一样地张开在网络上而无闭环．图 2.2 例举了上述概念，用实线表示树支，而用虚线表示链支。

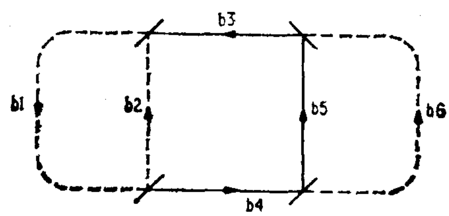

图 2.2 树支和链支

2.6 分块的联络矩阵

在 2.4 节里对图 2.1 的情形提出了一个非奇异联络矩阵C及其逆阵A。

我们可把全部支路分成为树支和链支(用指标 r 表示)，因而就把C阵和A阵分为 4 个子矩阵．我们用方程(2.4)及(2.6)的例子来说明分块和相应的记号。

$$C^{\prime}_{\cdot s}=\begin{array}{c|c|c|} & o & c \\ \hline T & C^{T}_{\cdot o} & C^{T}_{\cdot c} \\ \hline L & C^{L}_{\cdot o} & C^{L}_{\cdot c} \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{c|cccccc|} & o1 & o2 & o3 & c1 & c2 & c3 \\ \hline b5 & -1 & & & & 1 & \\ b3 & & -1 & & & 1 & 1 \\ b4 & & -1 & 1 & & 1 & 1 \\ \hline b1 & & & & 1 & 1 & \\ b2 & & & & 1 & & -1 \\ b6 & & -1 & & & & 1 \\ \hline \end{array} \tag{2.7}$$

其逆阵为