SCHAUM'S outlines

全美经典 学习指导系列

# 信号与系统

〔美〕Hwei P. Hsu 著

骆丽 胡健 李哲英 译

涵盖全部课程基础

提供最有效的解题方案

571道精选习题及其详解

考研的得力助手

自学者的理想读物

科学出版社

McGraw Hill

麦格劳-希尔教育出版集团

## 内 容 简 介

本书为全美经典学习指导系列丛书之一。

本书为大学工科基础课教学参考书。全书分为7章。第1章介绍连续时间和离散时间的信号与系统的数学描述和表示；第2章研究线性时不变（LTI）系统基本的输入-输出关系，解释系统的单位冲激响应以及卷积运算；第3、4章研究LTI系统分析中使用的变换技术；第5、6章介绍信号与系统的傅里叶（Fourier）分析；第7章介绍连续时间和离散时间系统的状态空间或状态变量的概念和分析。除此之外，在附录中还给出了书中用到的背景材料。每章内容均包括重点分析、习题解答和补充习题。全书共有近600道习题，每道习题都附有详细的答案。

本书可作为大专院校电气类、电子信息类、计算机类和其他有关专业学生的辅导教材，也可供有关工程技术人员参考。

**Hwei P. Hsu: Schaum's Outlines Signals and Systems**

**ISBN: 0-07-030641-9**



**图字：01-2001-1562号**

**图书在版编目（CIP）数据**

信号与系统/〔美〕Hwei P.Hsu著；骆丽，胡健，李哲英译．—北京：科学出版社，2002

（全美经典学习指导系列）

ISBN 7-03-009396-8

Ⅰ．信… Ⅱ．①Hsu… ②骆… ③胡… ④李… Ⅲ．信号系统－高等学校－教材

Ⅳ．TN911.6

中国版本图书馆CIP数据核字（2001）第032794号

科学出版社 出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码：100717

http://www.sciencep.com

新蕾印刷厂 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

| | |
|---|---|
| 2002年1月第 一 版 | 开本：A4（890×1240） |
| 2002年1月第一次印刷 | 印张：20 3/4 |
| 印数：1-5 000 | 字数：587 000 |

**定价：30.00元**

（如有印装质量问题，我社负责调换〈北燕〉）

# 前　言

几乎所有的电气工程领域以及其他很多科学和工程学科都需要运用信号与系统的概念和理论。信号与系统是对通信、信号处理和控制系统等领域进行进一步研究的基础。

本书可以作为各种版本信号与系统教材的补充。另外，它本身也是一本教材，每章通过大量附有答案的习题对基本概念和原理加以详细分析，这些习题是本书的重要组成部分。

本书第 1 章介绍连续时间和离散时间的信号与系统的数学描述和表示。第 2 章研究线性时不变（LTI）系统基本的输入－输出关系，解释系统的单位冲激响应以及卷积运算。第 3、4 章研究 LTI 系统分析中使用的变换技术，其中第 3 章介绍拉普拉斯（Laplace）变换及其在连续时间 LTI 系统中的应用，第 4 章介绍 $z$ 变换及其在离散时间 LTI 系统中的应用。第 5、6 章介绍信号与系统的傅里叶（Fourier）分析，其中第 5 章介绍连续时间信号与系统的傅里叶分析，第 6 章介绍离散时间信号与系统的傅里叶分析。最后一章（第 7 章）介绍连续时间和离散时间系统的状态空间或状态变量的概念和分析。除此之外，在附录 A 中还列出了第 7 章所需的矩阵分析的背景材料。

我很感激 Manhattan 大学的 Gordon Silverman 教授，他仔细审阅本书的手稿并提出了宝贵的意见。我还要感谢 McGraw-Hill Schaum 丛书的全体职员，尤其要感谢 John Aliano 提出了宝贵的意见和建议，感谢 Maureen Walker 认真筹划本书的出版。最后，我要感谢我的妻子 Daisy 在本书写作过程中给予我的理解和支持。

Hwei P. Hsu

Montville, New Jersey

# 译 者 序

在电气工程领域及其有关的科学和工程学科领域中，都需要应用信号与系统的基本概念和分析、设计原理。信号与系统是对通信、信号处理、控制系统、生物医学工程、电子科学与技术、电气工程等学科领域进行进一步研究和学习的基础。因此，20 世纪 70 年代以来，信号与系统一直是电类和信息类专业的重要技术基础课程。

在学习信号与系统课程的过程中，如何求解有关信号与系统的分析问题是基本的学习内容，只有通过大量的练习或训练，才能比较牢固地掌握并熟练地应用有关的基本概念和基本分析方法。本书作者根据多年的教学经验，通过习题解答和补充习题，为读者提供了有关信号与系统课程基本概念和基本分析方法的详细讲解。本书内容丰富，讲解细致精辟，在国外已成为许多相关专业学生的必读辅导书。从辅导和帮助有关学科专业同学学好信号与系统课程的角度看，本书既可以作为不同版本信号与系统教材的补充，也可以作为自学教材。根据译者的教学经验，对那些准备报考通信、信息、电子等专业硕士研究生的同学，本书更不失为一本难得的考前辅助教材。

本书的第 1 章由李哲英教授翻译，第 2、3、4 章及附录由骆丽副教授翻译，第 5、6、7 章由胡健副教授翻译，全书由李哲英教授统一校对。

薛健副教授也参与了本书的翻译和校对工作。硕士研究生胡西、张至柔、纪松、李平、胡昕、杨欣等同学也对本书习题部分的翻译做出了贡献，并提出了宝贵的意见，在此对他们表示感谢。

译　　者

2001 年 3 月于北方交通大学

# 致 学 生

要理解本教材的内容，读者必须具备微积分的基本知识以及微分方程的知识，并且学习过电气工程的电路课程。

本书包含连续时间和离散时间的信号与系统。如果只想学习连续时间信号与系统，可以只阅读第1、2章有关连续时间信号与系统的部分，以及第3、5章和第7章的第二部分。如果只想学习离散时间信号与系统，可以只阅读第1、2章有关离散时间信号与系统的部分，以及第4、6章和第7章的第一部分。

要真正掌握一门课，必须注意技巧与知识的相互关系。通过学习和复习大量附有答案的习题，清楚每个问题是如何提出和解决的，就可以很容易地学会解决问题的技巧，增长学识。同时，为了测验和强化学会的技巧，必须作大量的补充习题（本书提供了提示和答案）。在此，我只能说：除了做，别无选择。

# 目　录

# 第 1 章 信号与系统

## 1.1 引言

几乎所有的电气工程领域和其他很多科学和工程学科都需要信号与系统的概念和原理。本章介绍信号与系统的数学描述、表示及分类。另外，还要定义几个重要的基本信号。

## 1.2 信号及信号的分类

信号是表示物理量或变量的函数。一般来说，信号包含某个现象的本质或行为特征。例如，在 RC 电路中，信号表示电容两端的电压或流过电阻的电流。从数学上讲，信号可以表示为自变量 $t$ 的函数，$t$ 一般代表时间。因此，信号可以用 $x(t)$ 表示。

### A. 连续时间信号与离散时间信号

如果 $t$ 是一个连续变量，那么信号 $x(t)$ 是连续时间信号。如果 $t$ 是一个离散变量，那么信号 $x(t)$ 是在离散时间点上定义的，是离散时间信号。由于离散时间信号是在离散时间点上定义的，因此常用序列来表示离散时间信号，表示为 $\{x_n\}$ 或 $[x_n]$，其中 $n$ 为整数。图 1-1 所示为连续时间信号 $x(t)$ 和离散时间信号 $[x_n]$。

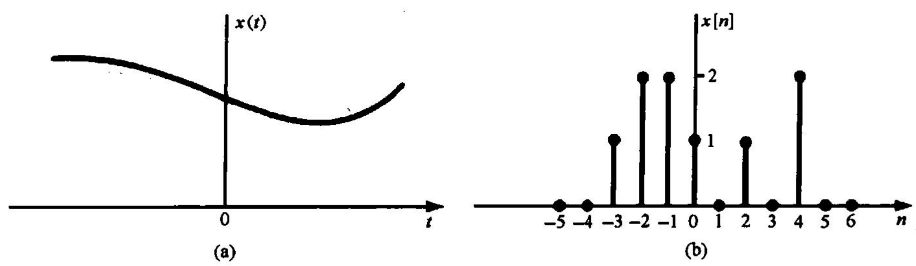


图 1-1　信号的图形表示　(a)连续时间信号；(b)离散时间信号

离散时间信号 $[x_n]$ 可以表示自变量本身是离散的特征。例如，股票市场每天收盘价是一个按照其自身特点在离散时间点(即每天收盘时)上变化的信号。另外，对连续时间信号 $x(t)$ 取样，也可以获得离散时间信号 $[x_n]$。例如

$$x(t_0), x(t_1), \cdots, x(t_n), \cdots$$

或者写成简化的形式如下：

$$x[0], x[1], \cdots, x[n], \cdots$$

$$\uparrow$$

或

$$x_0, x_1, \cdots, x_n, \cdots$$

$$\uparrow$$

在此，可以理解为

$$x_n = [x_n] = x(t_n)$$

其中，$x_n$ 称为取样点，取样点之间的时间间隔称为取样间隔。当取样间隔相等(均匀取样)时，有

$$x_n = [x_n] = x(nT_s)$$

其中，常数 $T_s$ 即为取样间隔。

离散时间信号有两种定义方法：

1. 可以指定计算序列第 $n$ 个值。例如：

$$x[n]=x_n=\begin{cases}\left(\dfrac{1}{2}\right)^n & n\geqslant 0\\ 0 & n<0\end{cases}$$

或

$$\{x_n\}=\left\{1,\frac{1}{2},\frac{1}{4},\cdots,\left(\frac{1}{2}\right)^n,\cdots\right\}$$

2. 可以直接列出序列的所有值。例如，图 1-1(b)所示的序列可以写成

$$\{x_n\}=\{\cdots,0,0,1,2,\underset{\uparrow}{2},1,0,1,0,2,0,0,\cdots\}$$

或

$$\{x_n\}=\{\underset{\uparrow}{1},2,2,1,0,1,0,2\}$$

在此，使用箭头表示 $n=0$ 项。为了方便起见，也可以不使用箭头，用第 1 项对应 $n=0$ 项，$n<0$ 的所有序列值均为 0。

两个序列的和与积可以定义如下：

$$\{c_n\}=\{a_n\}+\{b_n\}\rightarrow c_n=a_n+b_n$$
$$\{c_n\}=\{a_n\}\{b_n\}\rightarrow c_n=a_nb_n$$
$$\{c_n\}=\alpha\{a_n\}\rightarrow c_n=\alpha a_n \qquad \alpha\text{ 为常数}$$

### B. 模拟信号与数字信号

如果一个连续时间信号 $x(t)$为连续区间$(a,b)$内的任意值，则把该连续时间信号 $x(t)$称为模拟信号。其中，$a$ 为 $-\infty$，$b$ 为 $+\infty$。如果一个离散时间信号 $x[n]$只为有限个不同的值，则把该离散时间信号 $x[n]$称为数字信号。

### C. 实数信号与复数信号

如果一个信号 $x(t)$的值为实数，则把该信号称为实数信号。如果一个信号 $x(t)$的值为复数，则把该信号称为复数信号。复数信号一般可表示为如下形式：

$$x(t)=x_1(t)+jx_2(t) \tag{1.1}$$

其中，$x_1(t)$和 $x_2(t)$是实数信号，$j=\sqrt{-1}$。

注意，式(1.1)中的 $t$ 可以是连续变量，也可以是离散变量。

### D. 确定信号与随机信号

确定信号是指在任意给定时刻其值完全确定的信号。因此，确定信号的模型可以用一个时间 $t$ 的函数来表示。随机信号是指在任意给定时刻其值不确定的信号，这种信号可以通过统计方法来表征。本书不讨论随机信号。

### E. 偶信号与奇信号

如果信号 $x(t)$或 $x[n]$可以表示为

$$\begin{aligned}x(-t)&=x(t)\\x[-n]&=x[n]\end{aligned} \tag{1.2}$$

则称信号 $x(t)$或 $x[n]$为偶信号。

如果信号 $x(t)$或 $x[n]$可以表示为

$$\begin{aligned}x(-t)&=-x(t)\\x[-n]&=-x[n]\end{aligned} \tag{1.3}$$

则称信号 $x(t)$或 $x[n]$为奇信号。

偶信号与奇信号的例子如图 1-2 所示。

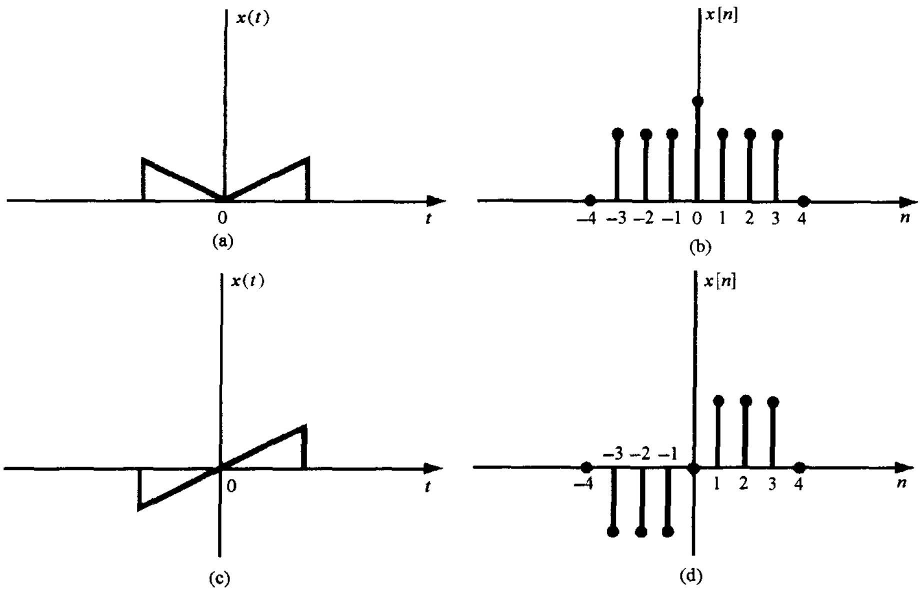


图 1-2 偶信号(a 和 b)与奇信号(c 和 d)示例

任意一个信号可以表示为偶信号与奇信号的和,即

$$x(t) = x_e(t) + x_o(t)$$
$$x[n] = x_e[n] + x_o(t) \tag{1.4}$$

其中

$$x_e(t) = \frac{1}{2}\{x(t) + x(-t)\} \qquad x(t)\text{ 的偶部分}$$
$$x_e[n] = \frac{1}{2}\{x[n] + x[-n]\} \qquad x[n]\text{ 的偶部分} \tag{1.5}$$

$$x_o(t) = \frac{1}{2}\{x(t) - x(-t)\} \qquad x(t)\text{ 的奇部分}$$
$$x_o[n] = \frac{1}{2}\{x[n] - x[-n]\} \qquad x[n]\text{ 的奇部分} \tag{1.6}$$

注意,两个偶信号或两个奇信号的乘积是一个偶信号,而一个偶信号与一个奇信号的乘积是一个奇信号(见习题 1.7)。

### F. 周期信号与非周期信号

一个连续时间信号 $x(t)$,如果存在非零的正数 $T$,对于所有的 $t$,有

$$x(t + T) = x(t) \tag{1.7}$$

则该连续时间信号 $x(t)$ 可以称为周期为 $T$ 的周期信号,如图 1-3(a)所示。由式(1.7)或图 1-3(a)可知,对于所有的 $t$ 和任意整数 $m$,有

$$x(t + mT) = x(t) \tag{1.8}$$

其中 $x(t)$ 的基本周期 $T_0$ 就是满足式(1.7)的最小正数 $T$。注意,该定义对常数信号 $x(t)$ 无效(例如直流信号)。对于常数信号 $x(t)$,不存在基本周期,因为 $x(t)$ 对任意 $T$ 值(没有最小正值)都是周期性的。任何没有周期的连续时间信号均称为非周期信号。

周期性离散时间信号的定义与此类似。即一个序列 $x[n]$(离散时间信号),如果存在正整数 $T$,对于所有的 $n$,有

$$x[n + N] = x[n] \tag{1.9}$$

则该序列 $x[n]$ 可以称为周期为 $N$ 的周期信号,如图 1-3(b)所示。由式(1.9)或图 1-3(b)可知,对于所有的 $n$ 和任意整数 $m$,有

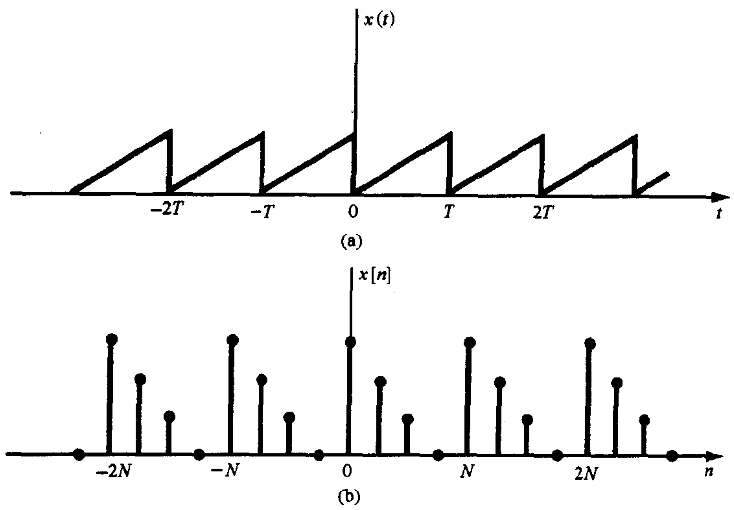


图 1-3

$$x[t + mN] = x[n] \tag{1.10}$$

其中 $x[n]$的基本周期 $N_0$ 就是满足式(1.9)的最小正整数 $N$。任何没有周期的序列称为非周期序列。

注意,对连续时间信号进行均匀取样所获得的序列不一定是周期序列(见习题 1.12 和 1.13),并且,两个连续时间周期信号的和不一定是周期信号,但两个周期序列的和一定是周期序列(见习题 1.14 和 1.15)。

G. 能量信号与功率信号

设 $v(t)$是一个电阻两端的电压,所产生的电流为 $i(t)$,则每欧姆上的瞬时功率 $p(t)$可以定义为

$$p(t) = \frac{v(t)i(t)}{R} = i^2(t) \tag{1.11}$$

每欧姆上的总能量 $E$ 和平均功率 $P$ 分别为

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} i^2(t)dt \qquad \text{焦耳} \tag{1.12}$$

$$P = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} i^2(t)dt \quad \text{瓦特} \tag{1.13}$$

对于任意一个连续时间信号 $x(t)$,其归一化能量 $E$ 可以定义为

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt \tag{1.14}$$

$x(t)$的归一化平均功率 $P$ 可以定义为

$$P = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} |x(t)|^2 dt \tag{1.15}$$

同样道理,对于任意一个离散时间信号 $x[n]$,其归一化能量 $E$ 可以定义为

$$E = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |x[n]|^2 \tag{1.16}$$

$x[n]$的归一化平均功率 $P$ 可以定义为

$$P = \lim_{N\to\infty} \frac{1}{2N+1}\sum_{n=-N}^{N} |x[n]|^2 \tag{1.17}$$

根据定义(1.14)~(1.17),可以把信号分为如下几类:

1. 当且仅当 $0<E<\infty$时,$x(t)$(或 $x[n]$)为能量信号(或序列),且 $P=0$。
2. 当且仅当 $0<P<\infty$时,$x(t)$(或 $x[n]$)为功率信号(或序列),且 $E=\infty$。
3. 既不满足能量信号的特性,又不满足功率信号特性的信号。

注意，如果一个周期信号在每个周期内的能量是有限的，则该周期信号是功率信号，并且求这种信号的平均功率只需要通过一个周期来计算（见习题 1.18）。

## 1.3 基本连续时间信号

### A. 单位阶跃函数

单位阶跃函数 $u(t)$ 可以定义为

$$u(t) = \begin{cases} 1 & t > 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases} \tag{1.18}$$

如图 1-4(a) 所示。注意，在 $t=0$ 时刻，单位阶跃函数是不连续的，在 $t=0$ 时刻其值不存在。同样道理，平移的单位阶跃函数 $u(t-t_0)$ 可以定义为

$$u(t-t_0) = \begin{cases} 1 & t > t_0 \\ 0 & t < t_0 \end{cases} \tag{1.19}$$

如图 1-4(b) 所示。

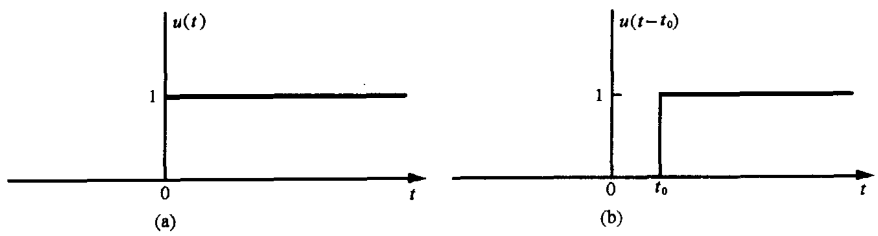


图 1-4　(a) 单位阶跃函数；(b) 平移的单位阶跃函数

### B. 单位冲激函数

单位冲激函数 $\delta(t)$，又称为狄拉克函数（$\delta$ 函数），在系统分析中极其重要。一般把 $\delta(t)$ 定义为适当选定的普通函数的极限，该函数在无限小时间间隔内具有单位面积，如图 1-5 所示，具有以下特性：

$$\delta(t) = \begin{cases} 0 & t \neq 0 \\ \infty & t = 0 \end{cases}$$

$$\int_{-\varepsilon}^{\varepsilon} \delta(t)dt = 1$$

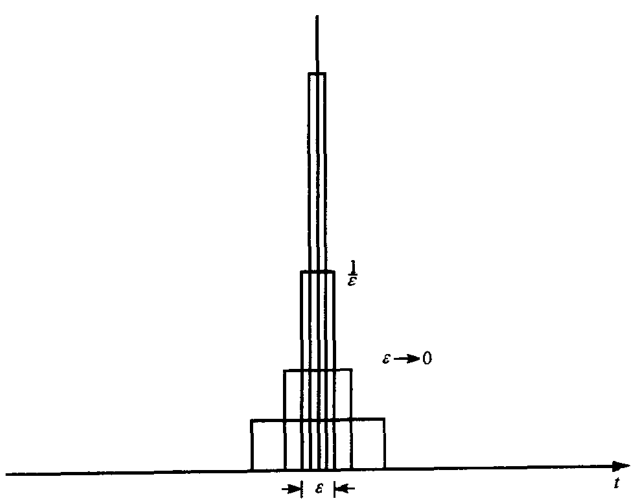


图 1-5

普通函数除信号点之外其余全部为 0，必须有整数 0（在 Riemann 积分情形下）。但 $\delta(t)$ 不是普通函数，其数学上的定义为

$$\int_{-\infty}^{\infty} \varphi(t)\delta(t)dt = \varphi(0) \tag{1.20}$$

其中 $\varphi(t)$是一个在 $t=0$ 时刻连续的普通函数。

$\delta(t)$的另一种定义为

$$\int_{b}^{a} \varphi(t)\delta(t)dt = \begin{cases} \varphi(0) & a<0<b \\ 0 & a<b<0 \text{或} 0<a<b \\ \text{未定义} & a=0 \text{或} b=0 \end{cases} \tag{1.21}$$

注意,式(1.20)和(1.21)是一种象征性的表达式,不应看作是普通的 Riemann(黎曼)积分。在这种情况下,时常把 $\delta(t)$称作广义函数,$\varphi(t)$称作测试函数。不同类型的测试函数可以定义不同的广义函数(见习题 1.24)。同样,延迟后的 $\delta$ 函数$\delta(t-t_0)$可以定义为

$$\int_{-\infty}^{\infty} \varphi(t)\delta(t-t_0)dt = \varphi(t_0) \tag{1.22}$$

其中,$\varphi(t)$是一个在 $t=t_0$ 时刻连续的普通函数。图 1-6 所示为 $\delta(t)$和 $\delta(t-t_0)$的图示。

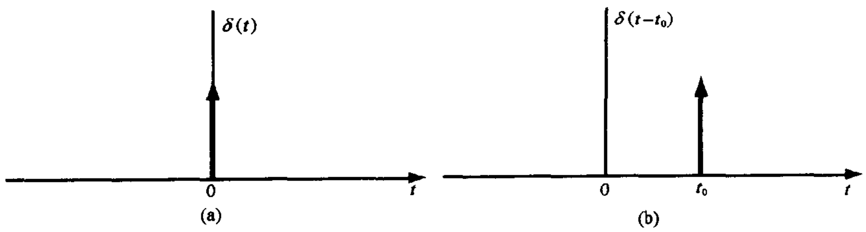


图 1-6 (a)单位冲激函数;(b)平移后的单位冲激函数

$\delta(t)$的其他特性如下:

如果 $x(t)$在 $t=0$ 时刻连续,则

$$\delta(at) = \frac{1}{|a|}\delta(t) \tag{1.23}$$

$$\delta(-t) = \delta(t) \tag{1.24}$$

$$x(t)\delta(t) = x(0)\delta(t) \tag{1.25}$$

如果 $x(t)$在 $t=t_0$ 时刻连续,则

$$x(t)\delta(t-t_0) = x(t_0)\delta(t-t_0) \tag{1.26}$$

利用式(1.22)和(1.24),可以将任意一个连续时间信号 $x(t)$表示为

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)\delta(t-\tau)d\tau \tag{1.27}$$

**广义导数**

如果 $g(t)$是一个广义函数,其 $n$ 阶广义导数$g^{(n)}(t)=d^n g(t)/dt^n$ 可以由以下关系来定义:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \varphi(t)g^{(n)}(t)dt = (-1)^n\int_{-\infty}^{\infty} \varphi^{(n)}(t)g(t)dt \tag{1.28}$$

其中,$\varphi(t)$是测试函数,可以微分任意多次,在某个固定间隔外消失。$\varphi^{(n)}(t)$是 $\varphi(t)$的 $n$ 阶导数。由式(1.28)和(1.20),$\delta(t)$的导数可以定义为

$$\int_{-\infty}^{\infty} \varphi(t)\delta'(t)dt = -\varphi'(0) \tag{1.29}$$

其中,$\varphi(t)$是测试函数,在 $t=0$ 时刻连续,在某个固定间隔外消失,且 $\varphi'(0)=d\varphi(t)/dt|_{t=0}$。利用式(1.28),$u(t)$的导数就是 $\delta(t)$(见习题 1.28),即

$$\delta(t) = u'(t) = \frac{du(t)}{dt} \tag{1.30}$$

则单位阶跃函数可以表示为

$$u(t)=\int_{-\infty}^{t}\delta(\tau)d\tau \tag{1.31}$$

注意,单位阶跃函数 $u(t)$在 $t=0$ 时刻不连续。因此,式(1.30)所示的 $u(t)$的导数不是一般情况下函数的导数,可以认为是广义函数情况下的广义导数。由式(1.31)可以看出,在 $t=0$ 时刻,$u(t)$不存在,且由 $\varphi(t)=1$ 时的式(1.21)得

$$u(t)=\begin{cases}1 & t>0\\ 0 & t<0\end{cases}$$

结果与 $u(t)$的定义(1.18)一致。

C. 复指数信号

复指数信号

$$x(t)=e^{j\omega_0 t} \tag{1.32}$$

是一种重要的复数信号。根据 Euler(欧拉)公式,复指数信号可以定义为

$$x(t)=e^{j\omega_0 t}=\cos\omega_0 t+j\sin\omega_0 t \tag{1.33}$$

即 $x(t)$是一个复数信号,其实部为 $\cos\omega_0 t$,虚部为 $\sin\omega_0 t$。式(1.32)中的复指数信号 $x(t)$有一个重要的特性,就是其周期性。$x(t)$的基本周期 $T_0$ 为(见习题 1.9)

$$T_0=\frac{2\pi}{\omega_0} \tag{1.34}$$

注意,对于任意的 $\omega_0$,$x(t)$均为周期函数。

**一般复指数信号**

设 $s=\sigma+j\omega$ 是一个复数,则 $x(t)$可以定义为

$$x(t)=e^{st}=e^{(\sigma+j\omega)t}=e^{\sigma}(\cos\omega t+j\sin\omega t) \tag{1.35}$$

式(1.35)中的信号 $x(t)$称作一般复指数信号,其实部 $e^{\sigma}\cos\omega t$ 和虚部 $e^{\sigma}\sin\omega t$ 都是按指数增长($\sigma>0$)或减小($\sigma<0$)的正弦信号(如图 1-7 所示)。

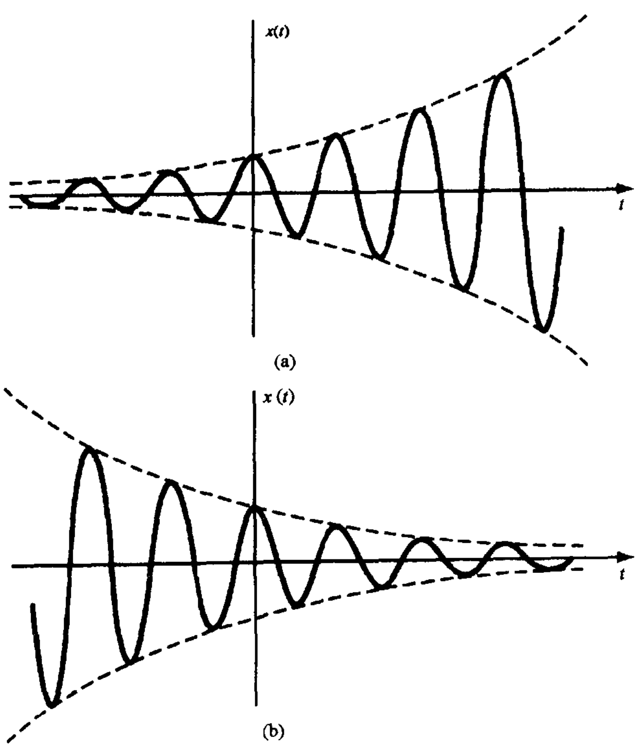


图 1-7　(a)指数增长的正弦信号;(b)指数减小的正弦信号

**实指数信号**

如果 $s=\sigma$(实数),则式(1.35)简化为一个实指数信号

$$x(t) = e^{\sigma t} \tag{1.36}$$

如图 1-8 所示,如果 $\sigma>0$,$x(t)$是一个增长的指数信号,如果 $\sigma<0$,$x(t)$是一个减小的指数信号。

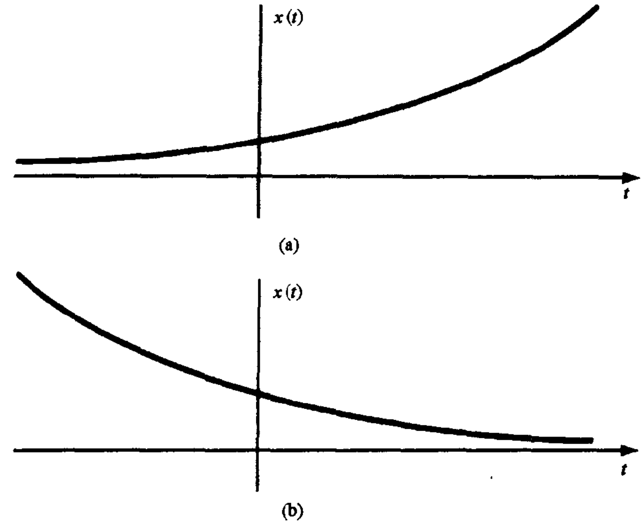


图 1-8 连续时间实指数信号 (a)$\sigma>0$;(b)$\sigma<0$

D. 正弦信号

一个连续时间的正弦信号可以表示为

$$x(t) = A\cos(\omega_0 + \theta) \tag{1.37}$$

其中,$A$ 是幅度(实数),$\omega_0$ 是角频率,为每秒钟扫过的弧度,$\theta$ 是以弧度表示的相角。如图 1-9 所示的正弦信号 $x(t)$是一个周期信号,其基本周期为

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} \tag{1.38}$$

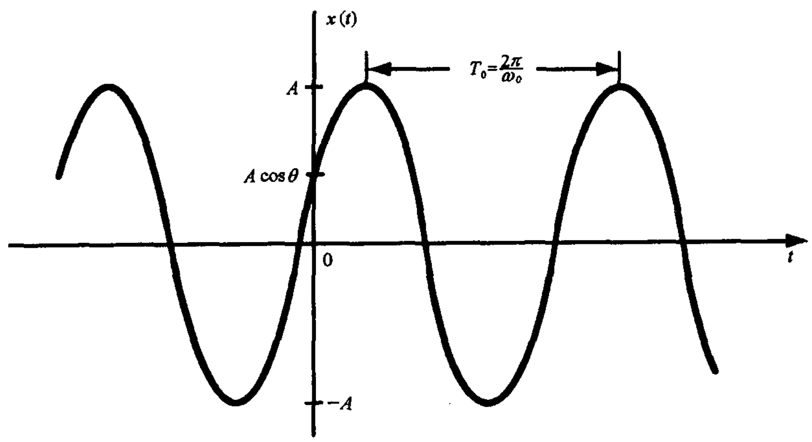


图 1-9 连续时间正弦信号

基本周期 $T_0$ 的倒数称为基本频率 $f_0$,单位为赫兹(Hz):

$$f_0 = \frac{1}{T_0} \tag{1.39}$$

由式(1.38)和(1.39)得

$$\omega_0 = 2\pi f_0 \tag{1.40}$$

$\omega_0$ 称为基本角频率。利用 Euler 公式,式(1.37)中的正弦信号可以表示为

$$A\cos(\omega_0 + \theta) = A\mathrm{Re}\{e^{j(\omega_0 t+\theta)}\} \tag{1.41}$$

其中,Re 表示实数部分,也可以使用 Im 表示虚数部分,得

$$A\mathrm{Im}\{e^{j(\omega_0 t+\theta)}\} = A\sin(\omega_0 t + \theta) \tag{1.42}$$

## 1.4 基本离散时间信号

### A. 单位阶跃序列

单位阶跃序列 $u[n]$ 可以定义为

$$u[n] = \begin{cases} 1 & n \geqslant 0 \\ 0 & n < 0 \end{cases} \tag{1.43}$$

如图 1-10(a)所示。注意，在 $n=0$ 时刻，$u[n]$ 有定义(与连续时间阶跃函数在 $t=0$ 时刻无定义不同)，且等于单位值 1。同样道理，平移后的单位阶跃序列 $u[n-k]$ 可以定义为

$$u[n-k] = \begin{cases} 1 & n \geqslant k \\ 0 & n < k \end{cases} \tag{1.44}$$

如图 1-10(b)所示。

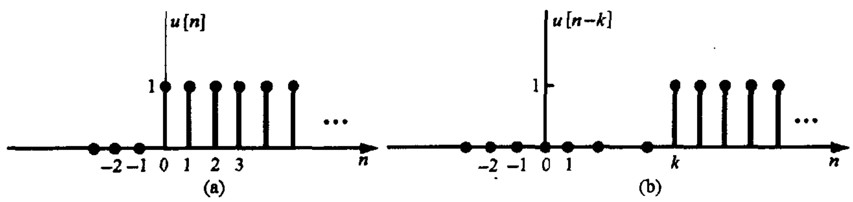


图 1-10　(a)单位阶跃序列；(b)平移后的单位阶跃序列

### B. 单位冲激序列

单位冲激(或单位取样)序列 $\delta[n]$ 可以定义为

$$\delta[n] = \begin{cases} 1 & n = 0 \\ 0 & n \neq 0 \end{cases} \tag{1.45}$$

如图 1-11(a)所示。同样道理，平移后的单位冲激(或单位取样)序列 $\delta[n-k]$ 可以定义为

$$\delta[n-k] = \begin{cases} 1 & n = k \\ 0 & n \neq k \end{cases} \tag{1.46}$$

如图 1-11(b)所示。

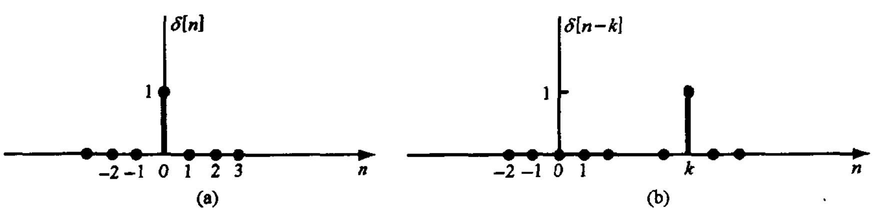


图 1-11　(a)单位冲激(取样)序列；(b)平移后的单位冲激序列

与连续时间单位冲激 $\delta(t)$ 不同，$\delta[n]$ 的定义在数学上并不复杂或困难。由式(1.45)和(1.46)可以看出

$$x[n]\delta[n] = x[0]\delta[n] \tag{1.47}$$

$$x[n]\delta[n-k] = x[k]\delta[n-k] \tag{1.48}$$

这分别是式(1.25)和(1.26)的离散时间对应式。由式(1.43)～(1.46)，$\delta[n]$ 和 $u[n]$ 的相互关系为

$$\delta[n] = u[n] - u[n-1] \tag{1.49}$$

$$u[n] = \sum_{k=-\infty}^{n} \delta[k] \tag{1.50}$$

这分别是式(1.30)和(1.31)的离散时间对应式。