

成人高考

每日一试

(数学)

边庆文 刘瑛 编著

中国经济出版社

成人高考每日一试(数学)

边庆文 刘瑛 缪志浩 编著

中国经济出版社

成人高考每日一试(数学)

边庆文 刘瑛 缪志浩 编著

中国经济出版社出版

新华书店北京发行所发行

水利电力出版社印刷厂印刷

787×1092毫米 32开本 11.5印张 253千字

1986年12月第1版 1986年12月第1版第1次印刷

印数：00,001—63,200

统一书号：7395.15 定价： 2.40元

前　　言

为了帮助广大自学青年及干部系统地复习中学阶段数学的基础知识，我们根据全国各类成人高等学校招生考试复习大纲的要求和范围，编写了本书，专供报考电大、职大、夜大的考生自学复习参考使用。

本书的习题，短小精炼，适合青年业余学习的特点，每题都有较详尽的答案。我们还针对数学学习中的重点和难点，有目的、有计划地进行了辅导。题目不限于一种解法，但书中仅给了一种答案。凡题号前有“☆”号的题目，适合理工农医类考生。

读者通过每日一题的复习，可以牢固地掌握好基本概念，加强基本技能的训练，从而达到预期的目的。

在编写过程中，由冯锦云同志为本书作了审读工作，在此谨致谢意。

由于编写的时间十分仓促，难免有疏漏之处，欢迎读者批评指正。

编　者

1986年1月于北京

目 录

题 目 部 分

一、函数.....	1
二、三角函数.....	22
三、空间图形.....	42
四、曲线和方程.....	65
五、数列、数列的极限，数学归纳法.....	83
六、排列、组合、二项式定理、复数.....	90

答 案 部 分

一、函数.....	98
二、三角函数	159
三、空间图形	218
四、曲线和方程	267
五、数列、数列的极限、数学归纳法	317
六、排列、组合、二项式定理、复数	340

题 目 部 分

一、函 数

第 1 题

(1) 在()处填上符号 \in 或 \notin :

- $0 (\quad) N, 3 (\quad) N, -5 (\quad) N;$
 $\frac{1}{6} (\quad) N, \sqrt{3} (\quad) N, 0 (\quad) J;$
 $3 (\quad) J, -5 (\quad) J, \frac{1}{6} (\quad) J;$
 $\sqrt{3} (\quad) J, 0 (\quad) Q, 3 (\quad) Q;$
 $-5 (\quad) Q, \frac{1}{6} (\quad) Q, \sqrt{3} (\quad) Q;$
 $0 (\quad) R, 3 (\quad) R^-, -5 (\quad) R^+,$
 $\frac{1}{6} (\quad) R, \sqrt{3} (\quad) R.$

(2) 设集合 $S = \{1, 2, 3\}$, 写出 S 的所有的子集与真子集。

(3) 写出 $\{0, 1\}$ 的所有子集。

第 2 题

- (1) 设 $A = \{3, 4\}$, $B = \{x | x^2 - 7x + 12 = 0\}$, 那么,
 $A = B$ 。
(2) 设 $C = \{-3, 5\}$, $D = \{x | x^2 - 2x - 15 = 0\}$, 那

么 $C = D$ 。

(3) 设 $A = \{x \mid -2 < x < 5\}$, $B = \{x \mid x \geq 0\}$, 求 $A \cap B$ 。

(4) 设 $A = \{x \mid 2 < x < 6\}$, $B = \{x \mid x < 2\}$, 求 $A \cap B$ 。

(5) 设 $A = \{x \mid 2 < x < 9\}$, $B = \{x \mid x \geq 5\}$, 求 $A \cap B$ 。

第3题

(1) 设 $A = \{x \mid 0 < x < 4\}$, $B = \{x \mid x < 0\}$, 求 $A \cap B$ 。

(2) 设 $A = \{(x, y) \mid 2x + y = 2\}$, $B = \{(x, y) \mid x + 4y = 8\}$, 求 $A \cap B$ 。

(3) 设 $A = \{(x, y) \mid 3x + y = 6\}$, $B = \{(x, y) \mid x + 2y = 3\}$, 求 $A \cap B$ 。

第4题

画示意图表示集合 $A \cap B \cap C$ 。

第5题

(1) 设 $A = \{2, 3\}$, $B = \{3, 4, 5\}$, 求 $A \cup B$ 。

(2) 设 $A = \{x \mid -3 < x < 4\}$, $B = \{x \mid 2 < x < 6\}$, 求 $A \cup B$ 。

(3) 设 $I = \{0, 1, 2, 3, 4\}$, $A = \{0, 2, 3\}$, 求 $A \cup \overline{A}$ 和 $A \cap \overline{A}$ 。

第6题

(1) 用适当的方法表示下列各集合, 并指出哪些是有限集合? 哪些是无限集合?

① 方程 $x^2 - 2x - 3 = 0$ 的解。

② 所有被 5 整除的数。

- ③ 方程 $x^2 + 1 = 0$ 的实数解。
 ④ 坐标平面上中心在原点半径是 3 的圆上的所有点。

(2) 用描述法表示下列各集合：

- ① 大于 10^{10} 的自然数。
 ② 在闭区间 $[3, 4]$ 中的全体实数。
 ③ 坐标平面上圆心在原点，半径等于 4 的圆上所有的点。

第 7 题

分别用符号“ \subset ”、“ \supset ”、“ $=$ ”表示下列各组中的两集合之间的关系：

- (1) $A = \{\text{矩形}\}$ 和 $B = \{\text{平行四边形}\}$ 。
 (2) $A = \{0\}$ 和 $B = \emptyset$ 。
 (3) $A = \{6 \text{ 的质因数}\}$ 和 $B = \{1, 2, 3\}$ 。
 (4) $A = \{x : (x+4)^2 \geq 1, \text{ 且 } x^2 - 4x \leq 0\}$ 和
 $B = \{x : (x-4)(x-2) \leq 0\}$ 。
 (5) $A = \{y : y = x^2 + 1, \text{ 且 } x \in \mathbb{R}\}$ 和
 $B = \{y : y = x^2 - 4x + 7, \text{ 且 } x \in \mathbb{R}\}$ 。

第 8 题

求适合下列各条件的集合：

- (1) $\{x : x = x + 1\}$;
 (2) $F = \{x : 0 < x < 5, x \in \mathbb{J}\}$,
 $G = \{y : 4 \leq y < 7, y \in \mathbb{J}\}$,

求： $F \cap G$, $F \cup G$;

- (3) $I = \{x : |x - 1| < 1, x \in \mathbb{R}\}$.
 $A = \{x : 0 < x < 1\}$

求： \overline{A} ;

(4) $I = \{a, b, c, d, e, f\}$,

$$A = \{a, c, d\}, B = \{b, c, f\}$$

求: $\overline{A \cap B}$, $\overline{A \cup B}$, $(A \cap B) \cup (\overline{A} \cap \overline{B})$

(5) $E = \{x: x = 2n, n \in J\}$, $D = \{y: y = 2n+1, n \in J\}$,
 $P = \{w: 0 < w < 25, w \in J\}$, $T = \{z: z = 3n, n \in J\}$,

求: $E \cup D$, $E \cap D$, $J \cap \overline{E}$, $p \cap D$, $(E \cap T) \cap P$

(6) $A = \{(x^2 - y^2)(2x+y) \text{ 所含一次因式}\}$,

$$B = \{(4x^2 - y^2)(x+y) \text{ 所含一次因式}\}.$$

求: $A \cup B$, $A \cap B$.

第9题

解下列不等式:

(1) $\sqrt{x^2 - 1} < x + 2$;

(2) $\sqrt{3x+5} > \sqrt{x-1}$.

第10题

已知 $a > b$, 请用适当符号连结每组两式, 并说明理由:

(1) $a+2$ 与 $b+2$;

(2) $a+x^2-4$ 与 $b+x^2-4$;

(3) $a(x^2-4)$ 与 $b(x^2-4)$

(4) $-6a$ 与 $-6b$;

(5) $a-b$ 与 0 。

第11题

解下列不等式:

(1) $2(3x-1) - 3(4x+5) > x - 4(x-7)$;

(2) $3[x-2(x-1)] \leqslant 4x$;

(3) $\frac{1}{2}(3x-1) + \frac{x}{5} < 7x + 10.1$;

$$(4) \quad 5 - \frac{x}{3} \geq 3 \frac{1}{2} - \frac{4x+1}{8}.$$

第12题

解下列不等式组:

$$(1) \quad \begin{cases} x - 3(x-2) \geq 4 & (1) \\ \frac{1+2x}{3} > x-1 & (2) \end{cases}$$

$$(2) \quad \begin{cases} \frac{x}{2} < \frac{x+1}{5} & (1) \\ \frac{2x-1}{5} < \frac{x+1}{2} & (2) \end{cases}$$

$$(3) \quad \begin{cases} x+2 > 0 & (1) \\ x-4 > 0 & (2) \\ x-6 < 0 & (3) \end{cases}$$

$$(4) \quad \begin{cases} \frac{3-7x}{10} + \frac{x+1}{4} > 4 - \frac{7+3x}{5} & (1) \\ 7(3x-6) + 4(17-x) < 11 - 5(x-3) & (2) \end{cases}$$

第13题

解不等式:

$$(1) \quad (x+2)(x-3) > 0;$$

$$(2) \quad x(x-2) \leq 0;$$

$$(3) \quad \frac{2x+1}{2-x} \geq 0$$

$$(4) \quad \frac{(x-3)(x-4)}{x-5} < 0$$

第14题

用两种方法解下列一元二次不等式:

$$(1) \quad 4x^2 - 4x > 15;$$

$$(2) \quad 19 - 3x^2 \geq x + x^2 + 5;$$

$$(3) \quad x(x+2) < x(3-x) + 1;$$

$$(4) \quad 4x^2 - 4x + 1 > 0;$$

$$(5) \quad -x^2 + 2x - 3 \geq 0$$

$$(6) \quad (x-1)^2 < x$$

☆ 第15题

解下列不等式：

$$(1) \quad \frac{|x| - 1}{2} > \frac{|x| + 1}{3}$$

$$(2) \quad \frac{|x| - 1}{1 + |x|} \geq 3$$

$$(3) \quad \frac{1 + |x|}{|x| - 1} \geq 3$$

$$(4) \quad |x - 5| < 0.001$$

$$(5) \quad 3 \leq |5 - 2x| < 9$$

$$(6) \quad |\sqrt{3x-2} - 3| > 1$$

第16题

已知 $a > 0, b > 0$, 试比较 $(a^3 + b^3)^{\frac{1}{3}}$ 和 $(a^2 + b^2)^{\frac{1}{2}}$ 的大小。

第17题

解下列不等式组：

$$(1) \quad \begin{cases} 1 + 3x < 9 + x, \\ \frac{x}{2} - \frac{x}{3} > -1; \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} 3x - 2 > 2(x + 1), \\ 4x + 3 < 3x + 2; \end{cases}$$

$$(3) \begin{cases} 7 - 4x > -9, \\ 1 - 3x < x - 3; \end{cases}$$

第18题

(1) 若 a 、 b 、 m 均为正值，且 $a < b$, $m < b$,
求证：

$$\frac{a-m}{b-m} < \frac{a}{b} < \frac{a+m}{b+m}.$$

(2) 已知 $a > b > c$, 求证: $\frac{1}{a-b} + \frac{1}{b-c} + \frac{1}{c-a} > 0$,

☆ 第19题

解不等式:

$$① |3x - 4| < 9;$$

$$② |2x - 3| \geq 5;$$

$$③ |x - 4| < 9;$$

$$④ |2 - x| > 3;$$

$$⑤ |2x - 3| < 15$$

$$⑥ \left| \frac{1}{2}x + 1 \right| > 4;$$

$$⑦ 2|2x + 1| - 4 \leq 0.$$

第20题

解不等式

$$(1) x^2 - 5x + 6 < 0;$$

$$(2) 3x^2 - 5x + 2 < 0;$$

$$(3) -x^2 + 3x - 2 \leq 0;$$

$$(4) x^2 - 4x - 3 > 0;$$

第21题

解不等式 $\sqrt{2x+1} + \sqrt{x-1} > \sqrt{5x}$.

第22题

解不等式

$$\left| \frac{x^2 - 3x - 1}{x^2 + x + 1} \right| < 3,$$

第23题

已知 x 为实数,

求证:

$$\frac{1}{2} \leq \frac{x^2 + x + 1}{x^2 + 1} \leq \frac{3}{2}.$$

第24题

已知 a, b, c 均为正数, 且 $a + b + c = 1$,

求证:

$$(1) \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \geq 9;$$

$$(2) \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} \geq 27.$$

第25题

解下列不等式:

$$(1) x < \frac{1}{x};$$

$$(2) \sqrt{x+2} < x;$$

$$(3) \frac{\sqrt{7x+1}}{3x^2 - 2x - 1} < 0;$$

$$(4) \quad 2x^3 - x + 1 < 0.$$

第26题

解下列不等式：

$$(1) \quad \left(\frac{4}{5}\right)^{x^2+x-1} < 1; \quad (2) \quad x^{2x+1} \leq x^3.$$

第27题

求下列各式的值：

$$\textcircled{1} \quad 81^{\frac{1}{4}} \quad \textcircled{2} \quad 25^{\frac{1}{2}} \quad \textcircled{3} \quad 12^{-1}$$

$$\textcircled{4} \quad \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} \quad \textcircled{5} \quad (-2)^{-2} \quad \textcircled{6} \quad -(6)^{-4}$$

$$\textcircled{7} \quad (6^{-1} + 3^{-1})^{\frac{1}{3}}$$

$$\textcircled{8} \quad \left(\frac{1}{64}\right)^{-\frac{1}{3}}$$

第28题

化简：

$$(1) \quad (\sqrt[4]{8})^{-\frac{2}{3}} \times (\sqrt[3]{10^2})^{\frac{9}{2}} \div \sqrt{10^5};$$

$$(2)$$

$$\frac{\sqrt[5]{\sqrt[3]{x}}}{\sqrt[3]{x}} \times \sqrt[3]{\sqrt{x}} \times \sqrt{\sqrt[5]{x}};$$

$$(3)$$

$$\left(\frac{1}{4}\right)^{-\frac{1}{2}} \cdot \frac{(\sqrt{4ab^{-1}})^3}{(0.1)^{-2}(a^3b^{-4})^{-\frac{1}{2}}}, \quad (a>0, b>0)$$

第29题

已知：

$$x^{\frac{1}{3}} + x^{-\frac{1}{3}} = 2,$$

求: $\frac{x+x^{-1}+4}{x^4+x^{-4}+8}$ 的值。

第30题

已知: $\log_{10} 2 = 0.3010$, $\log_{10} 3 = 0.4771$

求: (1) $\log_{10} 5$; (2) $\log_{10} 12$;

(3) $\log_{10} \sqrt{3}$; (4) $\log_{10} \sqrt{75}$ 的值。

第31题

利用恒等式 $a^{\log_a N} = N$ 求下列各式的值:

(1) $2^{\log_2 9}$;

(2) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-\log_2 7}$;

(3) $7^{\log_7 \frac{1}{3}}$;

(4) $3^{\log_3 8}$;

(5) $3^{2 \log_9 1}$;

(6) $(0.001)^{\frac{\log_{10} 8}{1000}}$.

第32题

计算下列各式:

(1) $\log_a 2 + \log_a \frac{1}{2}$; (2) $\log_3 18 - \log_3 2$;

(3) $\log_{10} \frac{1}{4} - \log_{10} 25$;

(4) $\frac{\sqrt{301.86}}{1.5316 \times 0.62164}$

第33题

x, y 为实数, 且满足 $\lg(3x-y) = 2\lg x + \lg y$,

求: x, y 的取值范围。

第34题

$(\lg k)x^2 - 2[\lg(3-2k)]x + \lg k = 0$ 有相异二实根，
求： k 的取值范围。

第35题

已知： $8^x = 9^y = 6^z$ ，

求证： $\frac{2}{x} + \frac{3}{y} = \frac{6}{z}$ 。

第36题

把下列方程的解填在括号内。

(1) $2^{x-1} = 16$ ()

(2) $10^x - 5 = 0$ ()

(3) $3^{\frac{1}{x}} = 27$ ()

(4) $5^{(x-1)(x-2)} = 1$ ()

(5) $\log_{0.2} x = \frac{1}{5}$ ()

(6) $\log x^3 = \frac{1}{2}$ ()

(7) $2\lg x - \lg 3 = \lg 12$ ()

(8) $\lg x + \lg(x-2) = 1$ ()

(9) $\log_2 |x| - 3 = 0$ ()

(10) $\left(\frac{5}{7}\right)^x = \left(\frac{7}{5}\right)^6$ ()

(11) $\left(\frac{2}{3}\right)^x \cdot \left(\frac{9}{8}\right)^x = \frac{27}{64}$ ()

(12) $\log_2 \log_3 \log_5 x = 0$ ()

第37题

解方程：

(1) $3^{2x+5} = 3^{x+2} + 2$,

$$(2) 4^{x+2} - 2^x = 15,$$

$$(3) 5^x + 3 \cdot 5^{x-2} = 140,$$

$$(4) 7 \cdot 3^{x+1} - 5^{x+2} = 3^{x+4} - 5^{x+3}$$

$$(5) \log_x 2 \cdot \log_{2x} 2 = \log_4 x 2$$

$$(6) \frac{1}{5 - \lg x} + \frac{2}{1 + \lg x} = 1$$

$$(7) x^{x^{15}} = 15$$

$$(8) 6^{2x+4} = 3^{3x} \cdot 2^{x+8}$$

$$(9) 4^{-\frac{1}{x}} + 6^{-\frac{1}{x}} = 3^{-\frac{2}{x}}$$

$$(10) 4^{x + \sqrt{x^2 - 2}} - 5 \cdot 2^{x - 1 + \sqrt{x^2 - 2}} = 6$$

第38题

化简下列各题中的幂：

$$(1) \left(\frac{27}{125} \right)^{-\frac{4}{3}};$$

$$(2) \left(\frac{4}{9} \right)^{\frac{1}{2}};$$

$$(3) \left(\frac{27}{64} \right)^{-\frac{2}{3}};$$

$$(4) \left(\frac{1}{16} \right)^{1.5}.$$

第39题

计算：

$$(1) a^{\frac{1}{3}} \cdot b^{\frac{1}{2}} \cdot c^{-1} \cdot a^{\frac{1}{2}} \cdot b^{\frac{1}{3}} \cdot c \cdot a^{\frac{1}{6}} \cdot b^{\frac{1}{6}};$$

$$(2) a^{\frac{3}{4}} \cdot b^{\frac{2}{3}} \div a^{\frac{1}{2}} \cdot b^{\frac{1}{6}};$$