

//
高等学校教材

高等数学

上册

童裕孙 於崇华 金路 张万国

高等教育出版社

高等学校教材

高等数学

上册

童裕孙 於崇华 金路 张万国

高等教育出版社

图书在版编目(CIP)数据

高等数学. 上册 / 童裕孙等. —北京: 高等教育出版社, 2001.8

高等院校理工科非数学类专业教材

ISBN 7-04-010055-X

I. 高... II. 童... III. 高等数学—高等学校—教材 IV. 013

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2001) 第 049559 号

责任编辑 徐刚 封面设计 王晔 责任绘图 陈均元
版式设计 马静如 责任校对 俞声佳 责任印制 陈伟光

高等数学 上册

童裕孙 於崇华 金路 张万国

出版发行 高等教育出版社

社 址 北京市东城区沙滩后街 55 号 邮政编码 100009

电 话 010-64054588 传 真 010-64014048

网 址 <http://www.hep.edu.cn>

<http://www.hep.com.cn>

经 销 新华书店北京发行所

印 刷 北京民族印刷厂

开 本 850 × 1168 1/32

版 次 2001 年 9 月第 1 版

印 张 14.125

印 次 2001 年 9 月第 1 次印刷

字 数 350 000

定 价 14.40 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题, 请到所购图书销售部门联系调换。

版权所有 侵权必究

内 容 提 要

本书是教育部“面向 21 世纪理科非数学类专业高等数学课程体系和内容改革”课题的研究成果。其主要特色是对分析、代数、几何、随机数学几部分内容作较为统一的综合处理;在教材的深度和广度上作一定限制,以学生容易接受的自然形式,运用严格的数学语言介绍各部分内容;以现代数学的观点统率经典内容,精心组织并简洁处理相对成熟的材料,以适应多数专业的学时分配;在较为广泛的范围内选择应用性的例题和习题,从中体现数学建模的思想和方法。

本书为上册,内容包括极限与连续,微分与导数,一元函数积分学,矩阵和线性方程组,线性空间和线性变换,空间解析几何。下册内容包括多元函数微分学,多元函数积分学,级数,常微分方程,概率论基础,数理统计初步。

本书可作为高等院校理工科非数学类专业的教材或教学参考书。

前 言

大学数学课程的建设历来受到高等院校教育工作者的广泛关注,适应不同需要的教科书品种繁多。在长期的教学工作中,我们曾接触过一些很有特色的教材,受益匪浅。然而,课堂教学的实践、与各专业老师的共同探讨以及来自学生的信息反馈,仍使我们多年前就萌发了编写一本通用于我国高校理科和技术学科各专业高等数学教材的意向。

计划早已列出,大纲亦几经斟酌,年复一年却迟迟未能下笔。这固然缘于诸多客观因素,其实因为我们深知这门课程的分量,所以希望再看一看,想一想,冷静地把编写思路整理得更清晰些。在此期间,教育部组织并启动了高等教育改革研究的计划,理科非数学类高等数学课程的建设被列为其中一项。作为项目参加成员,我们有机会与兄弟院校的同行一起作深入的研讨,从教育观念上达到了一个明确而重要的共识:大学数学教育的目标不仅在于为学生提供学习专业知识的工具,更重要的在于引导学生掌握一种现代科学的语言,学到一种理性思维的模式,接受包括归纳、分析、演绎等各项数学素质的训练。根据这一理解,就有可能较为自觉而准确地把握好知识传授与能力培养的关系,基本技能训练和应用意识熏陶的关系,逻辑体系的继承性与教学内容现代化的关系。

基于对高等数学课程的认识与体验,我们在教材编写过程中特别注意了以下几个方面:

首先,大学数学基础课的教材,无疑应包含分析、代数、几何和随机数学这几部分的内容。作为一部完整的教材,须对全书的内容作统一的综合处理,使其不致沦为零星素材的简单堆砌。在本

书中,第二篇线性代数与空间解析几何既是一个相对独立的篇章,又在第一篇一元函数微积分与第三篇多元函数微积分之间架起了一座桥梁。线性代数的语言与方法渗透于多元微积分的展开之中,将有利于学生对这两方面知识的理解与深化。

其次,由于本教材以非数学类学生为对象,取材的深度与广度自有一定限制。我们一方面尽量以学生易于接受的自然形式,展开各章节的数学材料,以帮助学生理解概念提炼的必然性、条件引入的合理性和证明过程的科学性;另一方面也注意恰当地运用严格的数学语言与推理,切实保证教材必要的系统性和严谨性,使学生有机会适度接触精彩的数学抽象,积累理性思维的经验,这是提高学生数学素质的重要环节。

再次,我们致力于以现代数学的观点统率经典的内容。在避免人为地提高课程平台的前提下,精心组织并简洁处理相对成熟的材料,在一定程度上缩小教材的篇幅,以适应多数专业的学时分配。

同时,我们在较为广泛的范围内选取了一些应用性的例题和习题,并试图从中体现数学建模的思想与方法,以培养学生的应用意识,提高学生融会贯通地分析问题、解决问题的能力。教学实践证明这是增强高等数学课程活力的有效途径。

此外,我们在注意力求使教材的基本内容准确到位的同时,还先易后难地配置了相当数量的习题。例题和习题的选取兼顾了各类学生的需要,教师可根据学生的不同程度选择使用。

一般说来,大学教材并非教师照本宣科的脚本。同一本教材可以供不同的对象使用,也可以教出不同的风格。我们把本书的目标定位在一本适用于理工类大部分专业的数学基础课程的教材,其内容经选择也应适用于对数学要求较高的其他各类(如经管、师范)有关专业的高等数学课程。作为本书前身的同名讲义,曾经在我校物理、电子工程、材料、电光源等系的各个大班和理、化、生各理科基地班使用。从2001年秋起,我校物理类、化学类各

系和生命学院各系将同时使用这本教材。根据我们的经验,学生在两个学期内能学完前四篇的全部内容,第五篇可作为第三学期数学课程的内容。对于仅开设两学期数学课程的院系,为讲完全书主要内容,可以略去第二篇的“线性空间和线性变换”一章中除特征值问题外的其他各节、第三篇的“多元函数积分学”一章中关于曲线积分、曲面积分和场论等内容以及第五篇的“数理统计”一章中的部分内容。

复旦大学数学系每年都有近二十名教师承担高等数学的教学任务。多年来,我们在与大家的教学交流中获得了大量的启示;朱胜利教授、曹沅副教授与翁史伟老师和我们一起试用过这本讲义,提出了许多宝贵的意见;在本书编写过程中,我们还自始至终获得了复旦大学前副校长严绍宗教授、副校长孙莱祥教授的关心与鼓励;教务处方家驹教授多年来一直支持着我们的工作;高等教育出版社的胡乃罔同志和徐刚同志以及上海分部的陈建新主任为本书的顺利出版提供了热情的帮助。值此本书面世之际,我们谨向上诸位致以诚挚的谢意。

限于水平,我们的一些主观设想写成文字后也许走了样,全书中的错误和缺陷也在所难免。殷切地期望广大读者不吝指正,希望通过共同努力,经日后修订,使这本教材日趋成熟。

编 者

2001年3月于复旦大学

目 录

第一篇 一元函数微积分

第一章 极限与连续	3
§ 1 函数	3
函数概念	3
函数的图象	5
函数的性质	6
复合函数	8
反函数	9
初等函数	10
习题	13
§ 2 数列的极限	15
几个例子	15
无穷小量	17
无穷小量的运算	18
数列的极限	21
收敛数列的性质	22
单调有界数列	26
Cauchy 收敛准则	29
习题	30
§ 3 函数的极限	31
自变量趋于有限值时函数的极限	31
极限的性质	34

单侧极限	38
自变量趋于无限时函数的极限	38
曲线的渐近线	42
习题	44
§ 4 连续函数	45
函数在一点的连续性	46
函数的间断点	48
区间上的连续函数	49
闭区间上连续函数的性质	50
无穷小和无穷大的连续变量	52
习题	56
第二章 微分与导数	58
§ 1 微分与导数的概念	58
一个实例	58
微分的概念	60
导数的概念	62
导数的意义	63
微分的几何意义	67
习题	67
§ 2 求导运算	68
几个初等函数的导数	68
四则运算的求导法则	70
复合函数求导的链式法则	72
反函数的求导法则	75
基本初等函数的导数表	77
对数求导法	78
高阶导数	80
习题	83
§ 3 微分运算	84
基本初等函数的微分公式	85
微分运算法则	86

一阶微分的形式不变性	86
隐函数求导法	86
由参数方程确定的函数求导法	89
微分的应用:近似计算	91
微分的应用:误差估计	93
习题	94
§ 4 微分学中值定理	96
局部极值与 Fermat 定理	96
Rolle 定理	97
微分学中值定理	99
Cauchy 中值定理	101
习题	102
§ 5 L'Hospital 法则	103
$\frac{0}{0}$ 型的 L'Hospital 法则	104
$\frac{\infty}{\infty}$ 型的极限	105
其他不定型的极限	106
习题	109
§ 6 Taylor 公式	110
带 Peano 余项的 Taylor 公式	110
带 Lagrange 余项的 Taylor 公式	112
Maclaurin 公式	113
习题	116
§ 7 函数的单调性和凸性	117
函数的单调性	117
函数的极值	120
最大值和最小值	122
函数的凸性	126
曲线的拐点	129
函数图象的描绘	130
习题	133

§ 8	函数方程的近似求解	135
	计算实习题	138
第三章	一元函数积分学	140
§ 1	定积分的概念、性质和微积分基本定理	140
	面积问题	141
	路程问题	142
	定积分的定义	143
	定积分的性质	146
	原函数	148
	微积分基本定理	150
	习题	151
§ 2	不定积分的计算	153
	不定积分	153
	基本不定积分表	154
	不定积分的线性性质	154
	第一类换元积分法(凑微分法)	156
	第二类换元积分法	159
	分部积分法	163
	有理函数的积分	167
	某些无理函数的积分	171
	三角函数有理式的积分	173
	习题	176
§ 3	定积分的计算	179
	分部积分法	179
	换元积分法	180
	数值积分	185
	习题	189
§ 4	定积分的应用	190
	微元法	190
	面积问题(直角坐标下的区域)	192
	面积问题(极坐标下的区域)	193

已知平行截面面积求体积	194
旋转体的体积	196
曲线的弧长	196
旋转曲面的面积	198
由分布密度求分布总量	200
质量	201
引力	201
液体对垂直壁的压力	203
动态过程的累积效应:功	203
习题	206
§ 5 广义积分	208
无穷限的广义积分	208
比较判别法	211
无界函数的广义积分	212
Cauchy 主值积分	216
Γ 函数	218
B 函数	220
习题	222

第二篇 线性代数与空间解析几何

第四章 矩阵和线性方程组	226
§ 1 从多元一次方程组谈起	226
习题	229
§ 2 向量与矩阵	230
向量	230
矩阵	230
矩阵的运算	234
分块矩阵及运算	241
习题	244
§ 3 行列式	246
n 阶行列式的定义	246

行列式的性质	249
习题	256
§ 4 逆阵	258
逆阵的定义	258
用初等变换求逆阵	262
Cramer 法则	266
习题	267
§ 5 向量的线性关系	269
线性相关与线性无关	269
与线性关系有关的性质	272
习题	278
§ 6 秩	279
向量组的秩	279
矩阵的秩	282
习题	287
§ 7 线性方程组	288
齐次线性方程组	288
非齐次线性方程组	296
Gauss 消去法	305
Jacobi 迭代法	308
习题	311
第五章 线性空间和线性变换	313
§ 1 线性空间	313
线性空间	313
线性空间的基与坐标	318
习题	325
§ 2 线性变换及其矩阵表示	326
几个简单的几何变换	326
线性变换及其矩阵表示	329
习题	337
§ 3 特征值问题	338

特征值和特征向量	338
特征值和特征向量的性质	341
利用特征值和特征向量化简矩阵	346
习题	351
§ 4 内积和正交变换	351
Euclid 空间	351
正交基	354
正交矩阵和正交变换	357
酉空间	360
习题	361
§ 5 正交相似变换和酉相似变换	363
正交相似变换和酉相似变换	363
正交(酉)相似对角阵	365
习题	370
§ 6 二次型及其标准形式	370
一个例子	370
二次型与对称矩阵	374
化二次型为标准形的几种方法	377
习题	383
§ 7 正定二次型	384
惯性定理	384
正定二次型和正定矩阵	386
二次曲线的分类	392
用 Cholesky 分解解线性方程组	393
习题	395
第六章 空间解析几何	397
§ 1 向量的外积与混合积	397
习题	402
§ 2 平面和直线	402
平面方程的几种形式	402
直线方程的几种形式	405

点到平面、直线的距离	410
交角	412
习题	415
§ 3 曲面、曲线和二次曲面	417
曲面方程	417
空间曲线方程	421
二次曲面	423
习题	433

第一篇 一元函数微积分

数学是人类历史上最早诞生的科学之一,它研究的对象是现实世界中的数量关系和空间形式.任何事物都蕴涵其独特的量与形的特征,掌握这些基本特征,“胸中有数”,才能驾驭事物的发展,因而数学必然地成为自然科学、工程技术乃至人们日常生活不可缺少的工具.近几十年来,伴随着计算机技术的迅速提高,现代科学技术进入了高速发展的新阶段,其重要标志就是数学的思维方式、推理方法、演算技术均以前所未有的深度和广度延伸到各个领域,并对它们的发展起着关键的作用.现在重温马克思的名言:“一切科学,只有在成功地运用数学时,才算达到真正完善的地步”,更令人信服地体会到数学在科学舞台上正扮演着越来越重要的角色.

经过历史上长期的发展,数学已成为一个范围广阔、分支众多、应用广泛的科学体系.这个体系中最基础的一部分内容,构成了理科学学生必修的高等数学课程.我们将从分析变量间最本质的联系,即函数关系入门,展开这门课程的主要内容.本篇就来介绍关于一元函数的局部性质和整体性质的微积分理论.

微积分作为一门科学,产生于17世纪后半期,基本完成于19世纪,而它的一些基本思想则萌芽于人类文明社会的早期.

对任意的封闭曲线所围成的平面图形面积的计算是微积分概念的主要来源之一.这类问题在欧几里得的《几何原本》中就有所反映.公元前3世纪,古希腊数学家阿基米德提出用逼近的方法计算圆周率,正是对此类方法的重要贡献.我国魏晋时代的数学家刘徽提出了割圆术,即利用圆内接多边形面积来推算圆面积的方法,

也是在极限方法探索上跨出的重要一步。

由于受到社会生产力和科学本身发展的制约,在相当长的一个历史阶段中,这些萌芽了的工作未被后人所直接继续.直至16世纪中叶,伴随着大工业的发展,数学符号化的成熟和解析几何的问世,大量数学问题迅速涌现,这就为数学家创造性的工作开拓了方向.上至天文,下至机械,对各种运动的研究引发了对函数、切线、速度、极大、极小、面积、重心等问题计算的需要.自那以后的百余年间,许多欧洲数学家都致力于这些问题的各别解法.寻求这些实践问题普遍算法的过程,及由此建立的一系列基础,最终导致英国数学家牛顿和德国数学家莱布尼茨提出了微积分方法的雏形.以极限理论为基础的微积分体系的完成是19世纪数学最重要的成就之一,极限方法的成熟也是这门学科严格化的标志.时至今日,微积分已经成为一个在理论科学和实践应用中不可缺少的重要工具.

本篇介绍一元函数微积分的基本知识.第一章讨论极限与连续.极限运算和极限方法是研究变化过程的有效手段,数列极限和函数极限则是两类最基本的极限概念.函数的连续性是利用极限概念描述的一类重要性质,微积分研究的主体正是连续函数.微分是讨论变量在小范围中变化性态的重要工具;伴随着微分概念的导数概念,则刻画了变量变化的快慢.导数的几何背景是切线斜率,其物理原型是瞬时速度.第二章将对导数和微分作出系统的讨论,进而介绍它们在某些理论和实际问题中的应用.第三章介绍一元函数的积分.不定积分是微分运算的逆运算;变速直线运动的路程、曲线的弧长以及曲边形的面积等问题均可归结为定积分的计算.这一章介绍的微积分基本定理——Newton - Leibniz 公式不仅使积分运算方便易行,而且建立了微分和积分的本质联系,使微分学和积分学融合成一个不可分割的有机整体.