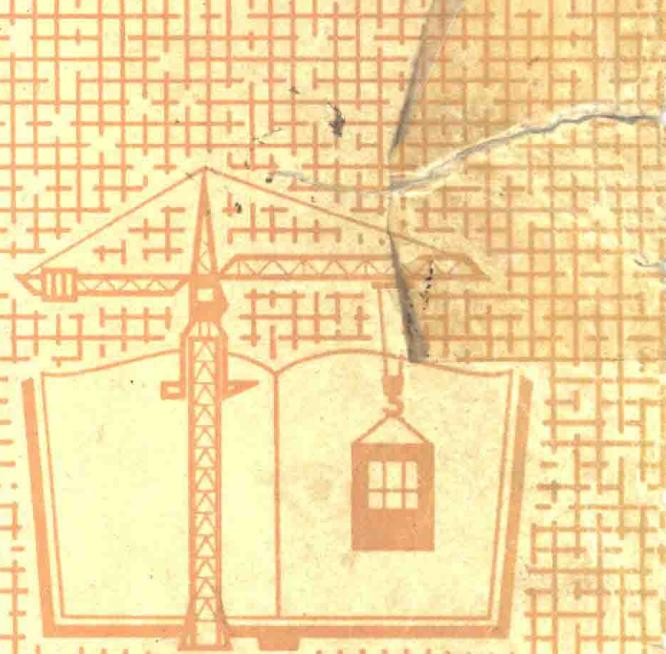


# 画法几何与阴影透视

下 册

许 松 照 编



高等学校试用教材

中国建筑工业出版社

高等学校试用教材

# 画法几何与阴影透视

下 册

许 松 照 编

中国建筑工业出版社

本书系高等学校建筑学、城市规划等专业试用教材。全书分上、下两册。上册包括正投影和轴测投影两部分；下册包括正投影图中的阴影和透视投影两部分。上、下两册分别附有相应的习题集。

上册由哈尔滨建筑工程学院基础部制图教研室编写；下册由天津大学建工系建筑制图教研室许松照编写。全书由同济大学建工系制图教研室审定。

本书可作土建类专业参考书，其中阴影及透视两部分尚可供建筑设计工作者参考。

高等学校试用教材  
画法几何与阴影透视

下册

许松照 编

\*

中国建筑工业出版社出版(北京西郊百万庄)  
新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售  
中国建筑工业出版社印刷厂印刷(北京阜外南礼士路)

\*

开本：787×1092毫米 1/16 印张：15½字数：191千字  
1979年12月第一版 1981年8月第二次印刷  
印数：10,141—27,240册 定价：1.70元  
统一书号：15040·3713

## 序

根据一九七八年一月召开的建筑学专业教材会议的计划安排，《画法几何与阴影透视》教材由天津大学和哈尔滨建筑工程学院编写。

本书为该教材的下册，内容包括正投影图中的阴影与透视投影两个部分。

在本书编写过程中，注意到专业的需要和课程的特点，着重阐明阴影与透视的基本概念、基本规律和基本的作图方法。书中插图尽量采用建筑形体。在保证基本内容的前提下，对教本的深度和广度作了适当的深入和扩展，以利于教师备课的取舍和学生进一步自学的需要，并供建筑设计工作者参考。

为了便于进行教学，配合教本，编绘了一本习题集。

本书由天津大学建工系建筑制图教研室许松照同志执笔编写。李培德同志给予了大力的协助并编绘了相应的习题集。

在本书审稿时，清华大学林贤光同志、华南工学院邹爱瑜同志、重庆建筑工程学院邬英炜、钱承鉴同志、南京工学院王文卿同志、哈尔滨建筑工程学院沈本同志、西安冶金建筑学院郑士奇同志等都对书稿提出了不少宝贵意见，最后经同济大学黄钟琏、马志超两同志审定。

编 者 一九七九年二月

## 目 录

第九章 阴影的基本概念与基本规律 .....	1
第一节 概述 .....	1
第二节 点和直线的落影 .....	3
第三节 平面图形的落影 .....	9
第十章 平面立体及其所组成的建筑形体的阴影 .....	16
第一节 平面立体的阴影 .....	16
第二节 建筑形体的阴影 .....	18
第十一章 曲面立体的阴影 .....	26
第一节 柱面和锥面的阴影 .....	26
第二节 曲线回转面的阴影 .....	32
第三节 辅助投射法求阴影 .....	41
第十二章 透视的基本概念与基本规律 .....	46
第一节 概述 .....	46
第二节 点和直线的透视规律 .....	50
第三节 建筑透视图的分类 .....	55
第十三章 透视图的基本画法和视点的选择 .....	58
第一节 透视图的基本画法 .....	58
第二节 视点、画面和建筑物间相对位置的处理 .....	71
第十四章 曲线、曲面的透视 .....	77
第一节 平面曲线和圆的透视 .....	77
第二节 曲面和曲面立体的透视 .....	78
第十五章 透视图的辅助画法 .....	86
第一节 灭点不可达时的透视画法 .....	86
第二节 建筑细部透视的简捷画法 .....	89
第十六章 鸟瞰图与三点透视 .....	96
第一节 鸟瞰图的画法 .....	96
第二节 三点透视的画法 .....	101
第十七章 透视图中的阴影与虚象 .....	108
第一节 透视图中的阴影 .....	108
第二节 倒影与虚象 .....	117

# 第九章 阴影的基本概念与基本规律

## 第一节 概述

### 一、阴和影的形成

在光线的照射下，物体表面上直接受光的部分，显得明亮，称为物体的阳面；背光的部分，比较阴暗，称为物体的阴面（或简称为阴）。阳面和阴面的分界线，称为阴线。由于物体通常是不透光的，所以照射在阳面上的光线，受到阻挡，以致该物体自身或其他物体原来迎光的表面（即阳面）上出现了阴暗部分，这称为影或落影。影的轮廓线，称为影线。影所在的面，称为承影面。阴与影合并称为阴影。

图 9-1 所示，是一台阶模型在平行光线照射下产生的阴影。从图中可以看出：通过台阶模型阴线上各点（称为阴点）的光线与承影面的交点，正是影线上的点（称为影点）。由此可知：阴和影是互相对应的。物体的影线正是该物体阴线的影。

### 二、正投影图中加绘阴影的作用

人们对于周围的各种物体，凭借它们在光线照射下产生的阴影，可以更清晰地看出它们的形状和空间组合关系。因此，在建筑图样中，如对所描绘的建筑物加绘阴影，同样会大大增强图形的立体感和真实感。这种效果对正投影图尤为突出。如图 9-2 a 所示，为贴附于正面墙上的三种不同形状的壁饰，它们具有完全相同的立面图。如不综观其平面图，就不能加以辨别。倘若在立面图中加绘了阴影，如图 9-2 b 所示，就能看出三者的区别，而不致混淆不清。因此，在物体的正投影图中加绘阴影，即使仅凭物体的一个投影，也能帮助人们想象出物体的空间形象。

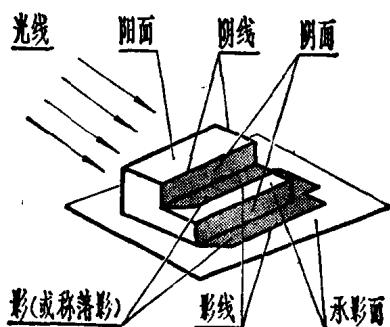


图 9-1 阴和影的形成

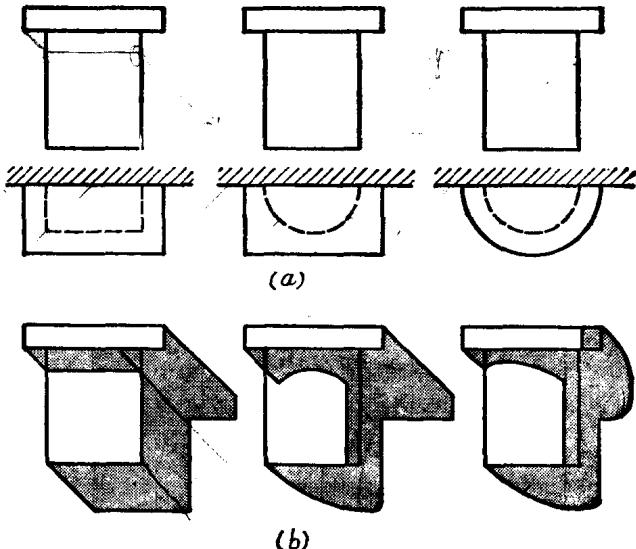


图 9-2 正投影图中加绘阴影的作用  
(a)未画阴影的正投影图，(b)画出了阴影的正投影图

在建筑设计的表现图中，由于画上了阴影，不仅丰富了图形的表现力，也增进了图画

的美感。如图 9-3 a 中，只是画出了建筑物正立面的投影轮廓。这样的图形既没有清晰地表现出建筑物各部分的实际形状和空间组合关系，图面也显得单调、呆板。而在图 9-3 b 中，加绘了阴影，不仅使人们清楚地看出建筑物的立体形状，同时也使图面更为生动、自然，有助于体现建筑造型的艺术感染力。因此，在建筑设计的表现图中，往往借助于阴影来反映建筑物的体型组合，并以此权衡空间造型的处理和评价立面装修的艺术效果。

这里应指出的是，在正投影图中加绘物体的阴影，实际上是画出阴和影的正投影。在一般不致引起误解的情况下，我们就简单地说成是画出物体的阴和影。

有关阴影的三章内容是以本书上册所讲的投影原理为基础，来阐明各种形体的阴和影产生的几何规律，以及在正投影图中绘制阴影的各种方法。在作图中，我们着重绘出阴影的准确的几何轮廓，而不去表现它们的明暗强弱的变化。

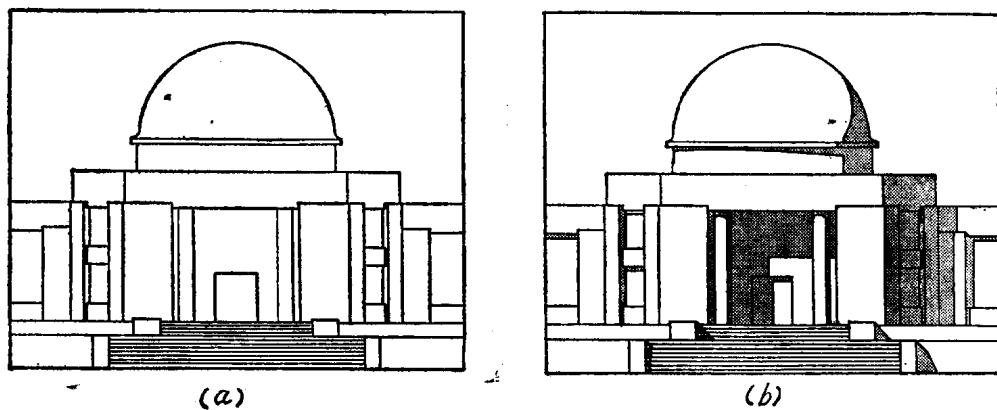


图 9-3 阴影在建筑表现图中的效果  
(a)未画阴影、图面单调呆板；(b)加绘阴影、图面生动美观

### 三、常用光线

在正投影图中求作阴影，一般采用平行光线，个别场合也可用辐射光线。平行光线的方向本可任意选定，但是为了作图及度量上的方便，我们通常采用一种特定方向的平行光线，称为常用光线。常用光线在空间的方向是和正立方体的体对角线的方向相一致的。如图 9-4 a 所示，该立方体的各棱面分别平行于相应的投影面，则常用光线的方向就是该立

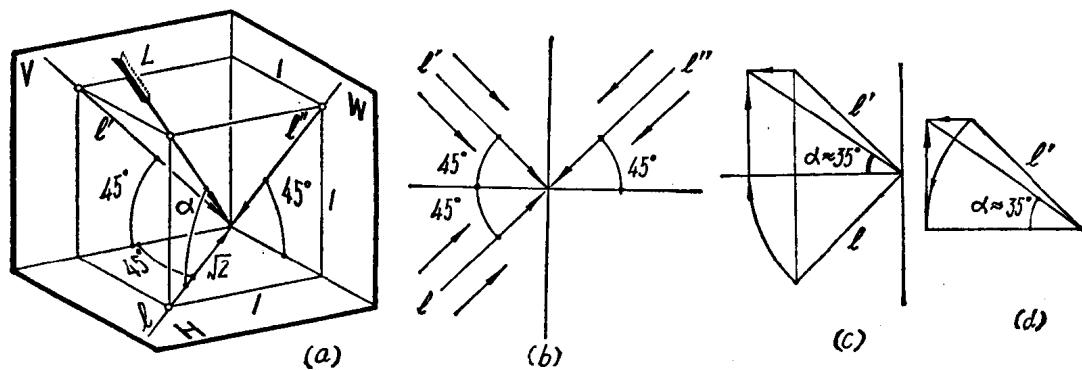


图 9-4 常用光线  
(a)空间情况，(b)正投影图，(c)求常用光线的真实倾角，(d)在单面投影中求倾角

方体自左、前、上至右、后、下的对角线方向。常用光线的三面正投影的方向 $l$ 、 $l'$ 、 $l''$ ，均与水平线成 $45^\circ$ 角（为了叙述方便，以后就将光线的投影，称为“ $45^\circ$ 光线”或“ $45^\circ$ 线”），如图9-4 b 所示。常用光线对各个投影面的实际倾角均相等。设倾角为 $\alpha$ 、立方体边长为1，则 $\tan \alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}$ ，由此得到 $\alpha = 35.264^\circ$ 。取近似值 $\alpha \approx 35^\circ$ 。在作图过程中，如果需要求出光线对投影面的真实倾角 $\alpha$ 时，则可按图9-4 c 所示的旋转法来求出常用光线的倾角 $\alpha$ ；也可只利用光线的一个投影，求出常用光线的倾角 $\alpha$ ，如图9-4 d 所示。

## 第二节 点和直线的落影

### 一、点的落影

1. 空间一点在某承影面上的落影，实际上就是射于该点的光线延长后，与承影面的交点。如图9-5所示，要作出点A在承影面P上的落影，可通过点A作光线L，则光线L与P面的交点 $A_p$ ，就是点A在P面上的落影。可见，求作点的落影，本质上就是求作直线与面的交点。

如点位于承影面上，则其落影与该点自身重合。图9-5中的点B就是如此，其影 $B_p$ 与点B自身重合。

2. 当以投影面为承影面时，点的落影就是通过该点的光线对投影面的迹点。我们知道，在两投影面体系中，这样的迹点有两个，如图9-6 a 所示。但究竟哪一个迹点是空间点A的落影呢？这要看过点A所引光线，首先与哪个投影面相交；在首先相交的那个投影面上的迹点，就是所求的落影。在图9-6中，过点A的光线L首先与V面相交，因此，正面迹点 $A_v$ 就是点A的落影。如设想V面是透明的，则点A将落影于H面上，即水平迹点 $A_h$ 。此影称为点A的虚影（因V面并非透明的，此影仅是假想的），一般不必画出，但以后在求作阴影过程中有时也需利用它。

从图9-6a中看出，落影 $A_v$ 的V面投影 $a'_v$ 和 $A_v$ 自身重合，而其H面投影 $a_v$ 则位于OX轴上， $a_v$ 、 $a'_v$ 又分别位于光线L的投影 $l$ 、 $l'$ 上。因此，在投影图b中，求作点A( $a$ 、 $a'$ )的落影 $A_v$ ( $a_v$ 、 $a'_v$ )，首先自 $a$ 、 $a'$ 引光线的投影 $l$ 、 $l'$ 。 $l$ 和OX轴相交，交点 $a_v$ 就是落影 $A_v$ 的H面投影，由此可在 $l'$ 上求得 $a'_v$ ，也就是落影 $A_v$ 的自身。

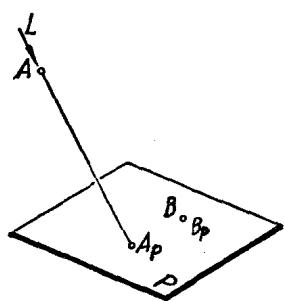


图 9-5 点的落影

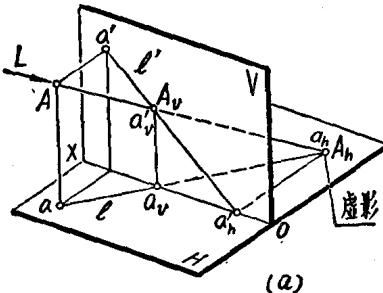
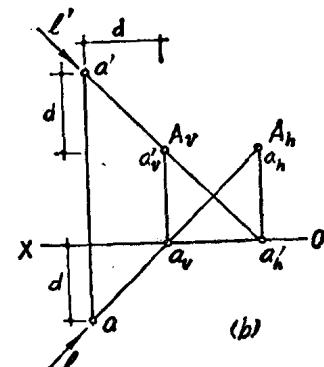


图 9-6 点在投影面上的影



① 点的落影在空间用相同于该点的字母加脚注来标记，脚注则为相同于承影面的小写字母，如 $A_p$ 、 $B_p$ 、 $C_p$ ……。如承影面不是以一个字母表示的，则落影符号的脚注以数字0、1、2……标记。

在图9-6b中，如使光线的投影 $l$ 、 $l'$ 继续延长， $l'$ 则与 $OX$ 轴相交于 $a'_h$ ，由此在 $l$ 上可求得 $a_h$ ，也就是点 $A$ 在 $H$ 面上的虚影 $A_h$ 。

3. 这里必须明确的是，在常用光线下，点在投影面上的落影规律。试分析图9-6b，可以明显地看出：点 $A$ 的落影 $A_v$ （ $a'_v$ ）与其投影 $a'$ 之间的水平距离和铅垂距离，都正好等于点 $A$ 对 $V$ 面的距离，即投影 $a$ 对 $OX$ 轴的距离。这就是说，空间点在某投影面上的落影，与其同面投影间的水平距离和垂直距离，都正好等于空间点对该投影面的距离。

4. 点在任何投影面平行面上的落影也同样符合上述规律。如图9-7a所示，点 $A$ （ $a$ 、 $a'$ ）在正平面 $P$ 上的落影 $A_p$ （ $a_p$ 、 $a'_p$ ），是利用了承影面 $P$ 的水平投影 $P_H$ 的积聚性来求出的。由图中可以看出： $a'$ 和 $a'_p$ 之间的水平距离和铅垂距离，都等于点 $A$ 对 $P$ 面的距离。因此，只要给出了点对投影面平行面的距离，就可以在单独一个投影中求作点在该承影面上的落影。如图9-7b所示，即过 $a'$ 作光线 $l'$ ，在 $a'$ 的右下方取一点 $a'_p$ ，使它与 $a'$ 的铅垂（或水平）距离等于点 $A$ 对正平面 $P$ 的距离 $d$ ，则此点 $a'_p$ 即为点 $A$ 在 $P$ 面上落影的 $V$ 面投影。

5. 当承影面为一般位置平面时，如图9-8所示，就利用求作直线与平面交点的步骤，作出通过点 $A$ 的光线 $L$ 对承影面 $Q$ 的交点 $A_q$ （ $a_q$ 、 $a'_q$ ），这就是点 $A$ 的落影。

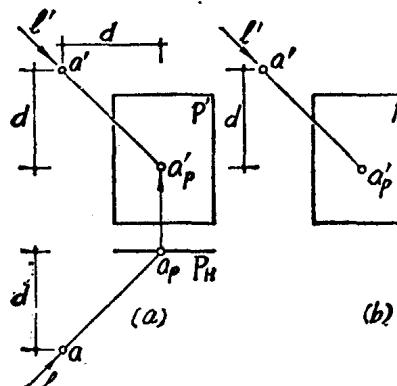


图 9-7 点在投影面平行面上的落影

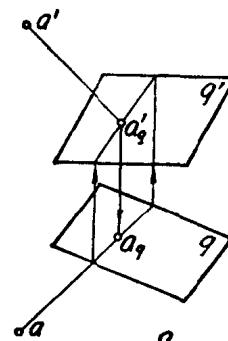


图 9-8 点在一般位置平面上的落影

## 二、直线的落影

1. 直线在某承影面上的落影，实际上就是射于该直线上各点的光线所形成的平面（称为光平面）延伸后，与承影面的交线。

当承影面为平面时，直线（如图9-9中的直线 $AB$ ）在其上的落影一般仍然是一直线。因此，求直线在平面上的落影，本质上就是求作两平面的交线。

如直线平行于光线的方向，则其落影成为一点。图9-9中，直线 $CD$ 的落影就是如此。

因为射于 $CD$ 线上各点的光线，实际上是一条光线，所以，落影成为一点。

2. 求作直线线段在一个承影平面上的落影，只要作出线段两端点（或直线上任意两点）的落影，连以直线即可。

图9-10中，所绘直线 $AB$ 落影于 $V$ 面上。分别过直线上两端点 $A$ 、 $B$ 引光线，求出这两条光线的正面迹点 $A_v$ 及 $B_v$ ，则连线 $A_vB_v$ 就是直线 $AB$ 在 $V$ 面上的落影。

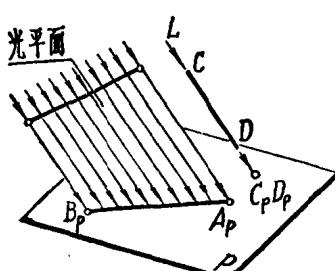


图 9-9 直线的落影

图9-11中，承影面为铅垂面 $P$ ，其水平投影 $P_H$ 有积聚性。利用积聚性，分别求出直线上两端点 $A, B$ 的落影 $A_p, a'_p$ 及 $B_p, b'_p$ 。连线 $a'_p b'_p$ 为直线落影 $A_p B_p$ 的V面投影，而 $A_p B_p$ 的H面投影 $a, b$ 则积聚在 $P_H$ 上。

3. 图9-12中，承影面为一般位置平面 $Q$ ，求直线 $AB$ 在 $Q$ 面上的落影。按图9-8所示，分别求出 $A, B$ 两端点的落影 $A_q, a'_q$ 及 $B_q, b'_q$ ，则连线 $a'_q b'_q$ 、 $a'_q b'_q$ 就是所求直线落影的两个投影。

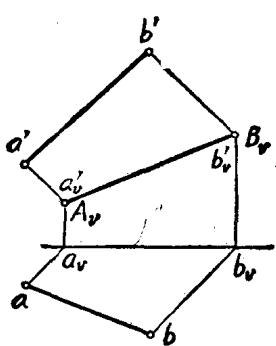


图 9-10 直线在投影面上的落影

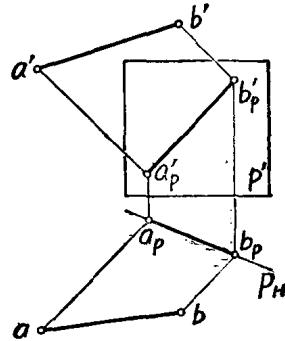


图 9-11 直线在铅垂面上的落影

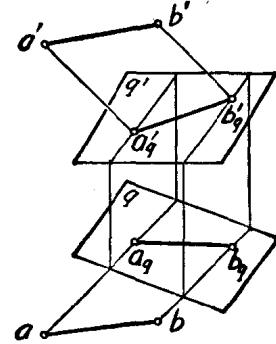


图 9-12 直线在一般位置平面上的落影

### 三、直线的落影规律

#### 1. 直线落影的平行规律

(1) 直线平行于承影平面，则直线的落影与该直线平行且等长（规律①）。

图9-13中，求作直线 $AB$ 在铅垂面 $P$ 上的落影。从 $H$ 面投影中看到 $ab \parallel P_H$ ，故可知直线 $AB$ 是与 $P$ 面平行的。因此，直线 $AB$ 在 $P$ 面上的落影 $A_p, B_p$ 必然平行于 $AB$ 本身，且等长。它们的同面投影也一定平行且等长。根据这样的分析，只需求出直线 $AB$ 一个端点的落影如 $a'_p$ ，即可作出与 $a'b'$ 平行且等长的落影 $a'_p b'_p$ 。

(2) 两直线互相平行，它们在同一承影平面上的落影仍表现平行（规律②）。

图9-14中， $AB$ 与 $CD$ 是两平行直线，它们在 $P$ 面上的落影 $A_p, B_p$ 与 $C_p, D_p$ 必然互相平行。它们的同面投影也一定互相平行。因此，可先求出其中一条直线的落影如 $a'_p b'_p$ ，则另一直线 $CD$ ，只需求出一个端点的落影 $c'_p$ ，就可引出与 $a'_p b'_p$ 平行的落影 $c'_p d'_p$ 。

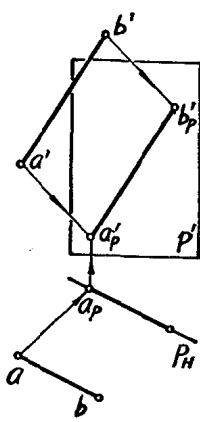


图 9-13 直线在其平行平面上的落影

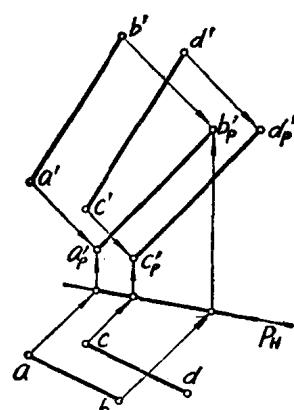


图 9-14 平行二直线的落影

(3) 一直线在互相平行的各承影平面上的落影互相平行(规律③)。

图9-15中,承影平面P与Q是互相平行的。故过直线AB的光平面,与两个平行平面相交的两条交线必然互相平行,也就是两段落影互相平行。这两段落影的同面投影也互相平行。图中首先作出端点A、B的落影 $A_p(a_p, a'_p)$ 和 $B_q(b_q, b'_q)$ ,它们分别位于两个承影面上。因此, $A_p$ 和 $B_q$ 两个影点是不能连线的。这就是说,AB线分为两段,它们分别落影于P面和Q面上。为此,可求出点B在P面上的扩大面上的虚影 $B_p(b_p, b'_p)$ ,连线 $a'_p b'_p$ 的左边一段,即直线AB在P面上的落影。再过影点 $b'_q$ ,作 $a'_p b'_p$ 的平行线,即得AB线在Q面上的落影。也可在AB线上任取一点如C,求其落影,图中点C的影落于Q面上,就是 $C_q(c_q, c'_q)$ 。连线 $b'_q c'_q$ 延长,与Q面的边线交于点 $d'_q$ ,线段 $b'_q d'_q$ 就是AB线在Q面上的一段落影,再过影点 $a'_p$ ,作 $b'_q d'_q$ 的平行线,就得到AB线在P面上的落影。

## 2. 直线落影的相交规律

(1) 直线与承影面相交,直线的落影(或延长后)必然通过该直线与承影面的交点(规律④)。

图9-16中,直线AB与承影面P相交于点B。交点B在P面上,故其落影 $B_p$ 与该点B本身重合。而 $B_p$ 又应在直线的落影上,因此,直线的落影通过 $B_p$ ,也就是通过交点B。作图时,只需求出该直线另一个端点A的落影 $A_p(a_p, a'_p)$ ,连线 $a'_p b'_p$ 即为直线的落影的V面投影。

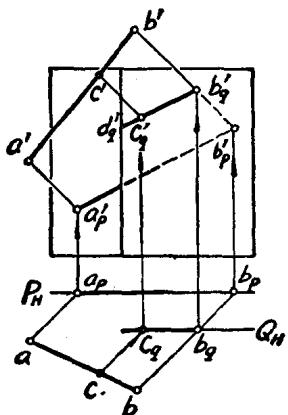


图 9-15 直线在平行二平面上的落影

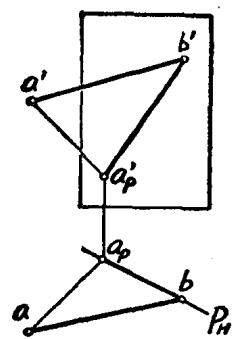


图 9-16 直线与承影面相交

(2) 两相交直线在同一承影面上的落影必然相交,落影的交点就是两直线交点的落影(规律⑤)。

图9-17中,直线AB和CD相交于点K。图中首先求出交点K的落影 $K_p(k_p, k'_p)$ ,则直线上各求出一个端点的落影,如 $a'_p$ 和 $c'_p$ ,然后分别与 $k'_p$ 相连,即得两相交直线的落影。

(3) 一直线在两个相交的承影面上的两段落影必然相交,落影的交点(称为折影点)必然位于两承影面的交线上(规律⑥)。

图9-18中,直线AB在相交二平面P和Q上的落影,实际上是过AB的光平面与二承影平面的交线。作为影线的两条交线,与P、Q两面间的交线,必然相交于一点(即三面共点),这就是折影点 $K_1$ 。图中首先作出直线上两端点A、B分别在P面和Q面上的落影 $A_p$ ,

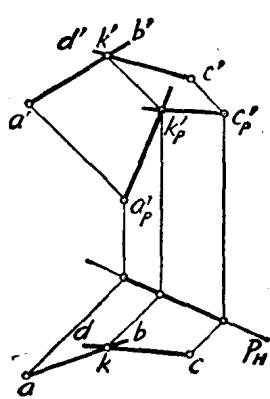


图 9-17 相交二直线的落影

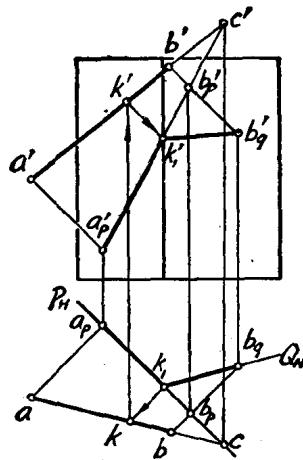


图 9-18 直线在相交二平面上的落影

( $a_p$ 、 $a'_p$ )和 $B_q(b_q$ 、 $b'_q$ )。至于直线AB在P面和Q面上的两段落影，图中展示了三个解题的途径：(1)由折影点 $K_1$ 的H面投影 $k_1$ 引45°线，反回到AB线上得点 $K(k$ 、 $k')$ 。则点K的落影正好位于P、Q两面交线上，而成为折影点。由 $k'$ 作45°光线，即可得到折影点的V面投影 $k'_1$ 。连线 $a'_p k'_1$ 和 $k'_1 b'_q$ 就是所求的两段影线的V面投影。(2)求出端点B在P面上的扩大面上的虚影 $B_p(b_p$ 、 $b'_p)$ ，连线 $a'_p b'_p$ 与P、Q两面交线相交，也得折影点 $k'_1$ ，再与 $b'_q$ 相连， $a'_p k'_1$ 和 $k'_1 b'_q$ 即为所求。(3)求出直线AB与P面的扩大面的交点C( $c$ 、 $c'$ )，连接 $a'_p$ 和 $c'$ 两点，同样求得折影点 $k'_1$ ，则 $a'_p k'_1$ 和 $k'_1 b'_q$ 即为所求。

图9-19所示是直线AB在两个投影面上的落影。图中是利用点B的虚影 $B_h$ ，与影点 $A_h$ 相连，从而在OX轴上得到折影点K。连线 $A_h K$ 和 $K B_v$ 就是所求的两段落影。

### 3. 投影面垂线的落影规律

(1) 某投影面垂线在任何承影面上的落影，此落影在该投影面上的投影是与光线投影方向一致的45°直线(规律⑦)。

图9-20所示，铅垂线AB在地面和房屋上的落影，实际上就是通过AB线所引光平面

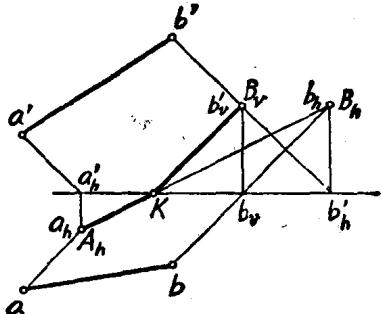


图 9-19 直线在两个投影面上的落影

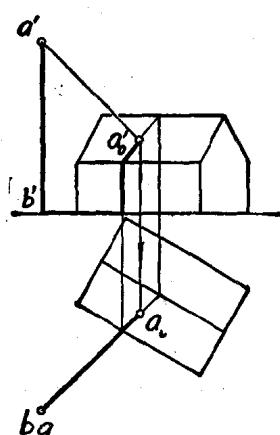


图 9-20 投影面垂直线的落影在该投影面上的投影

与  $H$  面和房屋表面的交线。由于  $AB$  线垂直于  $H$  面，所以该光平面也垂直于  $H$  面。光平面的  $H$  面投影有积聚性，且与光线的  $H$  面投影方向一致。所以光平面与  $H$  面及房屋表面相交所得到的落影，其  $H$  面投影均积聚在光平面的  $H$  面投影上，成  $45^\circ$  直线。

图9-23所示是铅垂线  $AB$  在组合的承影面上的落影，尽管组合承影面内还包含有柱面，在柱面上的落影是曲线，但在  $H$  面投影中仍表现为  $45^\circ$  直线。

(2) 某投影面垂直线在另一投影面(或其平行面)上的落影，不仅与原直线的同面投影平行，且其距离等于该直线到承影面的距离(规律⑧)。

图9-21为铅垂线  $AB$  与侧垂线  $BC$  在正平面  $P$  上的落影。在  $V$  面投影中，不仅  $a'_p b'_p \parallel a'b'$ ， $b'_p c'_p \parallel b'c'$ ，而且它们之间的距离等于这两条直线与正平面  $P$  的距离  $d$ 。

图9-22所示是正平线  $EF$  在正平面  $P$  上的落影，故在  $V$  面投影中仅有平行的特征，而不反映其间距离。

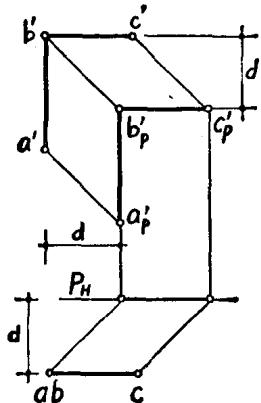


图 9-21 投影面垂直线在另一投影面平行面上的落影

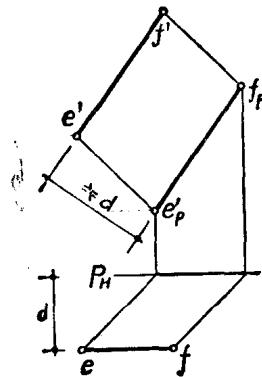


图 9-22 投影面平行线在该投影面上的投影

(3) 某一投影面的垂直线落影于由另一投影面垂直面(平面或曲柱面)所组合成的(或单一的)承影面上时，落影在第三投影面上的投影，与该承影面有积聚性的投影成对称形状●(规律⑨)。

图9-23所示，直线  $AB$  垂直于  $H$  面。而承影面是由一组垂直于  $W$  面的平面和柱面组合而成。因为通过  $AB$  线所作光平面  $P$ ，对  $V$  面和  $W$  面的倾角相等，均等于  $45^\circ$ 。所以，包含在光平面内的影线  $A_1 I I I \dots B$ 。在  $V$  面和  $W$  面上的投影，应成对称形状，而影线的  $W$  面投影是积聚在承影面的  $W$  面投影上的，因此，我们说影线的  $V$  面投影与承影面有积聚性的  $W$  面投影成对称形状。

图9-24所示是垂直于  $V$  面的正垂线  $CD$ ，而承影面是由几个侧垂面组合而成的。 $CD$  在此承影面上的落影，其  $H$  面投影与承影面的  $W$  面投影形状相对称。

上述直线落影的各项规律，必须深刻理解融会贯通，这将有助于正确而迅速地求作建筑设计图中的阴影。

● 实际上，投影面垂直线在任何承影面上落影的投影，除了在直线所垂直的那个投影面上的投影是  $45^\circ$  方向外，其余两投影总是成对称形状的。

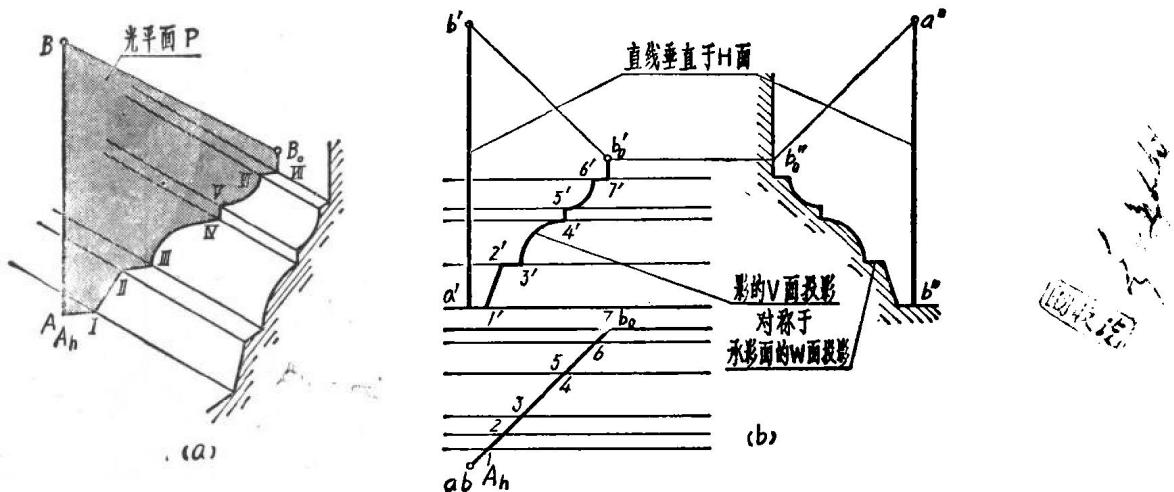


图 9-23 铅垂线在另一投影面垂直面上的落影

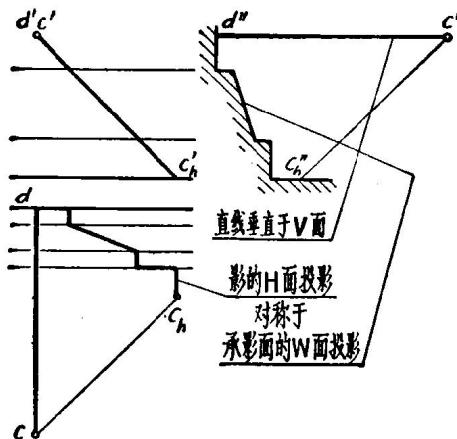


图 9-24 正垂线在另一投影面垂直面上的落影

### 第三节 平面图形的落影

#### 一、平面多边形的落影

1. 平面多边形的落影轮廓线——影线，就是多边形各边线的落影。

求作多边形的落影，首先作出多边形各顶点的落影，然后用直线顺次连接起来，即得多边形的落影。

图9-25所示，为五边形落影的作图。

2. 若平面多边形平行于承影平面，其落影与该多边形的大小、形状全同。它们的同面投影也相同。

图9-26所示，为五边形落影于P面上。由H面投影中可以看出：两者是相互平行的铅垂面。因此，五边形及其落影的H面投影均积聚成直线，它们的V面投影的形状和大小则完全相同。

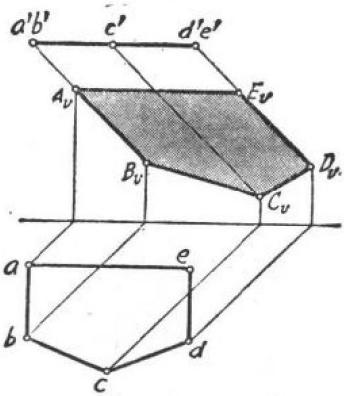


图 9-25 平面多边形在投影面上的落影

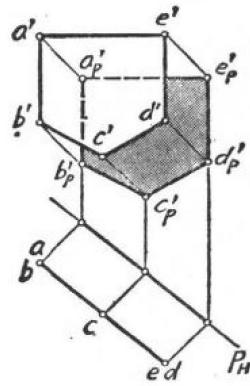


图 9-26 平面多边形在其平行平面上的落影

3. 平面多边形如平行于某投影面，则在该投影面上的落影与投影，形状完全相同，均反映该多边形的实形。

图9-27所示，五边形平行于V面，它在V面上的落影  $A_vB_vC_vD_vE_v$  与投影  $a'b'c'd'e'$  形状完全相同，均反映了五边形的实形。

4. 若平面图形与光线的方向平行，它在任何承影平面上的落影成一直线，并且平面图形的两面均呈阴面。

图9-28所示的五边形，平行于光线的方向，它在铅垂承影平面  $P$  上的落影是一条直线  $E_pB_p$ 。这时，平面图形上只有迎光的两条边线  $AB$  和  $AE$  被照亮，而其他部分均不受光，所以两侧表面均为阴面。

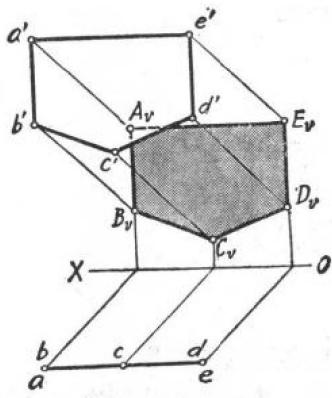


图 9-27 平行于投影面的多边形在该投影面上的落影

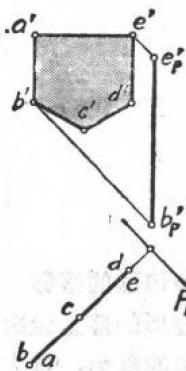


图 9-28 平行于光线的平面图形的落影

5. 如平面图形落影于两个相交的承影平面上，则应注意解决影线在两承影平面的交线上的折影点。

图9-29所示为五边形落影于两相交承影平面  $P$  和  $Q$  上。图9-29a中是运用反回光线确定影线上的折影点  $J_1$  和  $K_1$ ，从而完成作图。图9-29b中则是利用虚影来完成求影的作图。

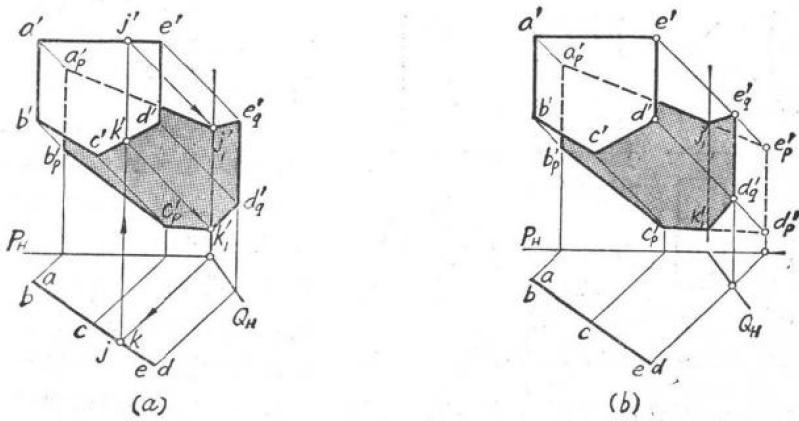


图 9-29 多边形落影于两相交平面上

(a)利用反回光线求折影点; (b)利用虚影求折影点

6. 图9-30所示是一个三角形ⅠⅡⅢ和一个矩形ⅣⅤⅥⅦ。三角形ⅠⅡⅢ不仅在V面上有其落影，而且还有一部分落影于矩形ⅣⅤⅥⅦ上。为了求作三角形在矩形上的落影，可先作出两者在V面上的落影，即三角形Ⅰ<sub>v</sub>Ⅱ<sub>v</sub>Ⅲ<sub>v</sub>和矩形Ⅳ<sub>v</sub>Ⅴ<sub>v</sub>Ⅵ<sub>v</sub>Ⅶ<sub>v</sub>。由此看到，矩形的影线Ⅳ<sub>v</sub>、Ⅴ<sub>v</sub>和Ⅵ<sub>v</sub>、Ⅶ<sub>v</sub>与三角形各边的影线相交于A<sub>v</sub>、B<sub>v</sub>、C<sub>v</sub>和D<sub>v</sub>四点。由这四点引45°线，反回到矩形的边线4'5'和5'6'上，得到a'\_v、b'\_v、c'\_v、d'\_v四点，这些光线再进而反回到三角形各相应边线上，得到a'、b'、c'和d'四点。这说明，在空间，三角形ⅠⅡⅢ各边线上的A、B、C、D等四点，其影正好落在矩形边线ⅣⅤ和ⅤⅥ上，即A<sub>v</sub>、B<sub>v</sub>、C<sub>v</sub>、D<sub>v</sub>等四个影点。倘若光线通过这四个影点继续前进，将使A、B、C、D四点又落影于V面上，得影点A<sub>v</sub>、B<sub>v</sub>、C<sub>v</sub>和D<sub>v</sub>。从两者在V面上的落影看出：三角形的各边线上，只有线段ⅡA、ⅢB、ⅢC和ⅢD是落影于V面上，而其余部分则落影于矩形平面上。连接b'\_v和c'\_v，即三角形边线ⅡⅢ的中段BC落于矩形上的影线。经过点d'\_v，平行于1'3'，作直线d'\_v1'\_v，即三角形边线ⅠⅢ的一段ⅠD的落影。而连线1'\_v a'\_v，即三角形边线ⅠⅡ的一段ⅠA的落影。这样，在V面投影中，矩形上的一块多边形a'\_v b'\_v c'\_v d'\_v 1'\_v，就是三角形在矩形上的落影。这种求作落影的方法，称为反回光线法。

今后为叙述方便起见，将a'\_v与A<sub>v</sub>、b'\_v与B<sub>v</sub>……这些成对的点，称为影的过渡点对。意即直线ⅠⅡ的影，部分落于矩形上，通过点a'\_v过渡到点A<sub>v</sub>，将得到V面上的部分落影。

## 二、平面图形的阴面和阳面的判别

1. 在光线的照射下，平面图形的一侧迎光，则另一侧必然背光，因而有阴面和阳面的区别。我们在正投影图中加绘阴影时，需要判别平面图形的各个投影，是阳面的投影还是阴面的投影。

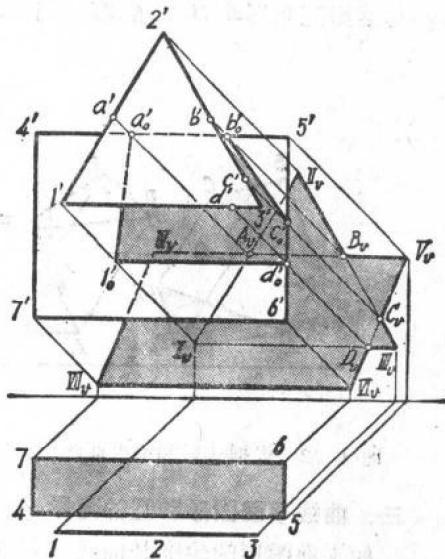


图 9-30 平面图形在另一平面图形上的落影

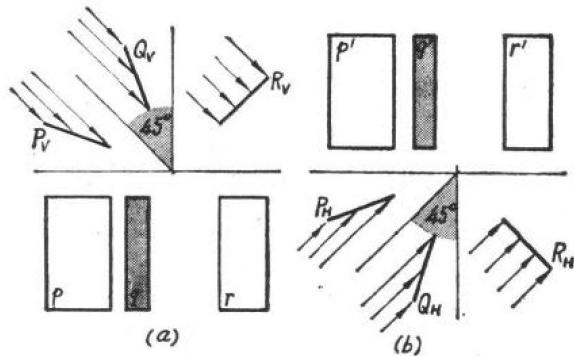


图 9-31 判别投影面垂直面的阴阳面

左下侧面，这成为它的阳面，当自上向下作H面投影时，所见却是Q面的背光的右上侧面，故Q面的H面投影表现为阴面的投影。而P面和R面，其上侧表面均为阳面，故H面投影表现为阳面的投影。

图9-31b中，所示三平面均为铅垂面，根据它们的H面投影进行分析，可以判明Q面的V面投影表现为阴面的投影，而P和R两面的V面投影均表现为阳面的投影。

3. 当平面图形处于一般位置时，若两个投影各顶点的旋转顺序相同，则两投影同为阳面的投影，或同为阴面的投影；若旋转顺序相反，则其一为阳面的投影，另一为阴面的投影。检定时，可先求出平面图形的落影，当某一投影各顶点与落影的各顶点的旋转顺序相同，则该投影为阳面的投影，若顺序相反，则该投影为阴面的投影。因为承影面总是迎光的阳面，如图9-32的直观图所示。所以，平面图形在其上的落影的各顶点顺序，只能与平面图形的阳面顺序一致，而与平面图形的阴面顺序相反。

在图9-33所示投影图中，由于H面投影三角形 $a'b'c'$ 的顺序，与落影三角形 $A_hB_hC_h$ 的顺序相同，可知三角形 $a'b'c'$ 是三角形ABC的阳面的投影，而V面投影三角形 $a'b'c'$ 的顺序，与落影三角形 $A_hB_hC_h$ 的顺序相反，可知三角形 $a'b'c'$ 是三角形ABC的阴面的投影。

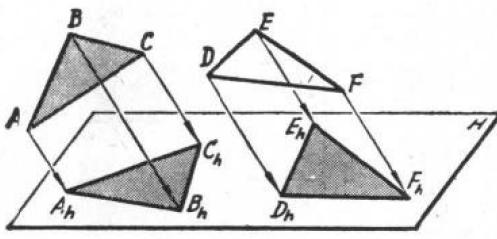


图 9-32 根据落影判别平面图形的阴阳面

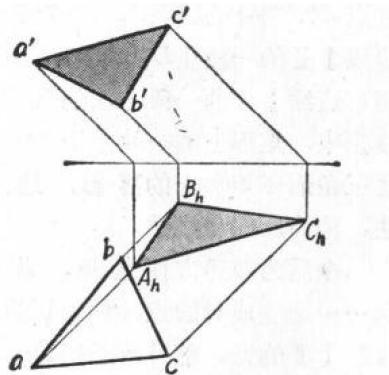


图 9-33 根据落影判别三角形的阴阳面

### 三、曲线平面图形和圆的落影

1. 如平面图形的轮廓是曲线，则求作曲线上一系列具有特征的点的落影，并以光滑曲线顺次连接起来，就得到该平面图形的落影。

图9-34所示就是求作曲线平面图形的落影。图中示出了几个具有特征的影点：如I<sub>1</sub>