[苏] П.Ф. 杜纳耶夫
О.П. 列利科夫 著

尺寸公差计算

Расчет допусков размеров

尺寸公差计算

[苏] П.Ф.杜纳耶夫
О.П.列利科夫 著

赵光宇 译
李纯甫 校

机械工业出版社

本书叙述了机械产品尺寸关系的主要概念和理论，并在此基础上分析出了公差的计算关系、计算顺序和计算方法，推荐了编制计算简图和技术设计阶段进行尺寸分析的方法。本书还介绍了典型的计算简图、计算实例以及有关标准数据。

本书可供机械制造业的设计和工艺技术人员使用，也可供大专院校有关专业师生参考。

Расчет допусков размеров

П. Ф. Дунаев, О. П. Леликов

МОСКВА «МАШИНОСТРОЕНИЕ» 1981г.

* * *

尺寸公差计算

[苏] П.Ф.杜纳耶夫、О.П.列利科夫 著

赵光宇 译

李纯甫 校

*

机械工业出版社出版（北京阜成门外百万庄南里一号）

（北京市书刊出版业营业许可证出字第117号）

重庆印制一厂印刷

新华书店北京发行所发行 · 新华书店经售

*

开本 787×1092 1/32 · 印张 8.5 · 字数 184 千字

1987年1月重庆第一版 · 1987年1月重庆第一次印刷

印数 00,001—10,850 · 定价 1.65 元

*

统一书号：15033 · 6465

前　言

在广大的机械制造工作者面前，党和政府提出，要在不断增长产品产量的条件下，极大地提高产品的使用性能。达到这个要求的最有效的方法是，在机械产品设计和生产实践中，广泛运用保证产品质量指标所依据的计算原理。

机械产品质量的重要指标之一是整个产品及其所有组成部分的精度。

本书叙述了组成机械产品装配单元的两个或更多个零件配合表面尺寸公差计算的理论、方法和实践。

尺寸公差的计算可以按两种原则上不同的方法来进行，即最大-最小法和概率法。

按照最大-最小法计算公差是以下列假设为基础的：当制造零件时，所有尺寸或者具有最大、或者具有最小的极限值，而且每个产品是在最不利的情况下装配的，所有尺寸的误差是算术和。从概率理论的观点来看，这样假设是不合理的。众所周知，在最大-最小法中给定点的尺寸实际值出现的概率等于零。这说明，最大-最小法并没有理论基础，而是建立在异常事件的基础上。因此，按照最大-最小法计算的尺寸公差不符合实际的结果，导致公差值没有根据的缩小，从而使生产成本急剧增加。所以这种方法只允许初步粗略的概算时采用，其计算结果不能作为零件图上给定尺寸公差的依据。

本书所叙述的公差计算的理论和方法（概率法）是基于

概率理论基础的，零件尺寸可以是直线尺寸或角度，独立尺寸或相关（非独立）尺寸(或函数尺寸)，标量尺寸或向量尺寸。

概率法不仅适用于静态的机械产品，也适用于处于工作状态的机械产品。书中所介绍的公式还可以用于计算同时所发生的弹性变形和热变形。

原始尺寸要求的精度可以按两种方法来保证，即互换性法和补偿法。书中给出了各种类型补偿件的计算方法。当原始尺寸以任一概率出现在公差计算前所选定的允许范围内时，按概率理论的规则即可计算出符合给定精度的公差。

因此，书中给出了机械产品尺寸公差计算的一般工程方法和现代理论，包括广泛的精度问题。书中采用的术语和符号是按照标准СЭВ 144-75，145-75，301-76，302-76，368-76等给出的。尺寸向量在平面上分布的独立的直线尺寸公差也可按ГОСТ 16320-80计算。按该ГОСТ标准计算时，允许用ЕСДП СЭВ的符号标记。

目　　录

第一章 计算理论

一、基本概念

通常，机械产品质量的每个指标可表示为某个函数，即

$$Y_{\Sigma}=\varphi(Y_1,\ Y_2,\cdots\cdots,\ Y_n) \tag{1-1}$$

式中 Y_{Σ}——机械产品的质量指标；

$Y_1, Y_2, \cdots\cdots, Y_n$——函数的自变量（影响因素，原因，功能参数）。

某些自变量是随机变量。它们可以是独立变量，函数相关变量或成对相关变量。此外，函数（1-1）的自变量也可以是其它随机自变量的函数。

下面在点MY_1，$MY_2,\cdots\cdots,MY_n$的附近研究函数(1-1)（MY_i为随机变量Y_i的数学期望）。因为在这些点的附近函数是线性的，当把它分解为泰勒级数时只保留一阶项，二阶项和高阶项可忽略不计，所以质量指标函数（1-1）在化为级数后具有如下形式：

$$Y_{\Sigma}=\varphi(MY_1,\ MY_2,\cdots\cdots,MY_n)+\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\partial\varphi}{\partial y_i}\right)_m \mathring{Y}_i \tag{1-2}$$

式中，右边部分的第一加数和第二加数中的偏导数是常数。

中心化随机变量$\mathring{Y}_i=Y_i-MY_i$是函数(1-2)的自变量。随机变量的主要数字特征是数学期望和方差。表 1-1 给出了求某些函数的数学期望和方差的公式。

表1-1 数学期望和方差的公式

序号	随机变量	数学期望	方差
1	非随机变量 C	$M[C]=C$	$D[C]=0$
2	积 CX 式中 X—随机变量	$M[CX]=CM[X]$	$D[CX]=C^2D[X]$
3	独立随机变量和 $\sum\limits_i X_i$	$M[\sum\limits_i X_i]=\sum\limits_i M[X_i]$	$D[\sum\limits_i X_i]=\sum\limits_i D[X_i]$
4	线性函数 $\sum\limits_i a_iX_i+b$ 式中 X_i—独立随机变量 a、b—非随机变量	$M[\sum\limits_i a_iX_i+b]=\sum a_iM[X_i]+b$	$D[\sum\limits_i a_iX_i+b]=\sum\limits_i a_i^2D[X_i]$
5	相关随机变量和 $\sum\limits_i X_i$	$M[\sum\limits_i X_i]=\sum\limits_i M[X_i]$	$D[\sum\limits_i X_i]=\sum\limits_i D[X_i]+2\sum\limits_{i<j}K_{ij}$ 式中 K_{ij}—相关矩
6	线性函数 $\sum\limits_i a_iX_i+b$ 式中 X_i—相关随机变量 a、b—非随机变量	$M[\sum\limits_i a_iX_i+b]=\sum a_iM[X_i]+b$	$D[\sum\limits_i a_iX_i+b]=\sum\limits_i a_i^2D[X_i]+2\sum\limits_{i<j}a_i$ $\times a_jK_{ij}$, $K_{ij}=r_{ij}\sigma_i\sigma_j$ 式中 r_{ij}—相关系数
7	两个独立随机变量的积 XY	$M[XY]=M[X]M[Y]$	$D[XY]=D[X]D[Y]$ $+M^2[X]D[Y]+M^2[Y]D[X]$
8	若干个独立随机变量的积 $\prod\limits_i X_i$	$M[\prod\limits_i X]=\prod\limits_i M[X_i]$	—
9	两个相关随机变量的积 XY	$M[XY]=M[X]M[Y]+K_{xy}$ 式中 K_{xy}—相关矩	—

显而易见，式（1-2）是$\sum_i a_i X_i + b$型的线性函数，式中

$$a_i=\left(\frac{\partial\varphi}{\partial y_i}\right)_m, \quad b=\varphi(MY_1, MY_2, \cdots\cdots, MY_n)$$

这时，函数（1-2）的数学期望为（见表1-1序号6）

$$M[Y_\Sigma]=\varphi(MY_1, MY_2, \cdots\cdots, MY_n)+\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\partial\varphi}{\partial y_i}\right)_m M[\mathring{Y}_i]$$

但是因为$M[\mathring{Y}_i]=0$，所以数学期望为

$$M[Y_\Sigma]=\varphi(MY_1, MY_2, \cdots\cdots, MY_n) \tag{1-3}$$

方差为

$$D[Y_\Sigma]=\sum_i\left(\frac{\partial\varphi}{\partial y_i}\right)_m^2 D[Y_i]+2\sum_{i<j}\left(\frac{\partial\varphi}{\partial y_i}\right)_m\left(\frac{\partial\varphi}{\partial y_j}\right)_m K_{ij} \tag{1-4}$$

式中　K_{ij}——相关矩。

对于独立随机变量，$K_{ij}=0$，这时式(1-4)为

$$D[Y_\Sigma]=\sum_i\left(\frac{\partial\varphi}{\partial y_i}\right)_m^2 D[Y_i] \tag{1-5}$$

式中，下角标m意味着在偏导数式中用自变量Y_i的数学期望代替自变量Y_i。

根据上述关系可以计算机械产品的各种质量指标（如传递力、力矩、功率、效率、精度等）。

为了计算机械产品的精度参数，需利用线性函数

$$Y_\Sigma=\Sigma C_i Y_i \tag{1-6}$$

式中　Y_Σ——装配单元的精度指标；

Y_i——零件的精度指标，是函数的自变量，又称影

响尺寸；

C_i——系数，又称传递系数，当 Y_i 为随机变量时 C_i 是常数。

函数（1-6）的数学期望和方差根据表1-1序号6分别为

$$M[Y_\Sigma]=\sum_i C_i M[Y_i]$$

$$D[Y_\Sigma]=\sum_i\left(\frac{\partial Y_\Sigma}{\partial y_i}\right)_m^2 D[Y_i]+2\sum_{i<j}\left(\frac{\partial Y_\Sigma}{\partial y_i}\right)_m\left(\frac{\partial Y_\Sigma}{\partial y_j}\right)_m K_{ij} \tag{1-7}$$

对于独立自变量

$$D[Y_\Sigma]=\sum_i\left(\frac{\partial Y_\Sigma}{\partial y_i}\right)_m^2 D[Y_i]$$

若线性函数（1-6）的偏导数 $\left(\frac{\partial Y_\Sigma}{\partial y_i}\right)_m$ 等于常数 C_i 时，则

$$D[Y_\Sigma]=\sum_i C_i^2 D[Y_i]+2\sum_{i<j}C_iC_jK_{ij} \tag{1-8}$$

对于非相关随机变量

$$D[Y_\Sigma]=\sum_i C_i^2 D[Y_i] \tag{1-9}$$

二、零件尺寸分散性

零件尺寸偏差是由于生产原因引起的，如设备、夹具、刀具、测量误差等。产生误差的原因大多是随机的，因此，零件尺寸偏差是随机变量。

由于机械产品是用于完成确定的工作的，因此，或多或

少的机械零件总是承受着力和温度的作用，由此所产生的变形将影响机械产品的工作精度。所以在计算公差时也必须考虑零件的受力变形和温度变形的影响。

在确定的使用条件下，作用在机械产品上的力和温度规范具有确定的值。这些值可用相应的计算来确定，当校验零件的强度、刚度或其它工作能力时也要用这些值。在各种随机因素的作用下，作用力和温度的实际值可能有某些分散，因此，力、温度以及它们引起的变形可以认为是随机变量。

随机变量 X 的分散性可用该变量的概率密度函数 $y=f(x)$ 来表示，并且也可以借助于基本数字特征来表示。

随机变量 X 的数字特征是数学期望 M_x，即

$$M_x=\int_{-\infty}^{\infty} xf(x)\mathrm{d}x$$

式中　$f(x)$——随机变量 X 的概率密度。

随机变量 X 相对其数学期望的分散特征是方差 D_x 或均方偏差 σ_x。方差为

$$D_x=\int_{-\infty}^{\infty}(x-M_x)^2f(x)\mathrm{d}x$$

或

$$D_x=\int_{-\infty}^{\infty}x^2f(x)\mathrm{d}x-M_x^2$$

均方偏差为

$$\sigma_x=\sqrt{D_x}$$

这些数字特征足够描述任何随机变量。在技术文件中随机变量（产品精度指标）通常用两个极限偏差来表示，即上

偏差$es(ES)$和下偏差$ei(EI)$。为了叙述方便，约定用es和ei表示所有尺寸的偏差，这样约定后尺寸的平均偏差em和公差t可根据下式来确定：

$$em=0.5(es+ei)$$

$$t=es-ei$$

但是，为表示随机变量特征，仅有em和t是不够的。

随机变量的数学期望可按鲍罗达切夫(Н. А. Бородачев)表达式（图1-1）来确定[2]，即

$$M_x=N+em+\alpha t$$

式中 N——随机变量的基本尺寸；

αt——尺寸分散不对称量；

α——尺寸分散相对不对称系数。

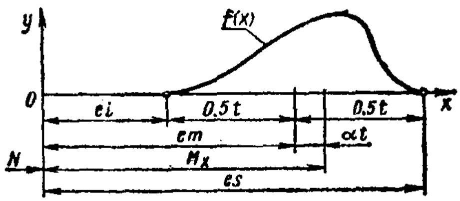

图 1-1

研究随机变量时，不研究随机变量本身大小，而研究它的基本尺寸偏差是比较方便的。

根据图1-1的图形，随机变量的数学期望为

$$M_x=em+\alpha t \tag{1-10}$$

D、σ和t之间的关系由下式确定[2]：

$$\sigma=\frac{1}{6}Kt$$

$$D=\frac{1}{36}K^2t^2 \tag{1-11}$$

式中 K——尺寸相对分散系数。

当工艺过程稳定良好，特别是当零件加工尺寸可以自动获得时，则偏差分布服从于高斯定律。

对于这种分布，概率密度为

$$f(x)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(x-M_x)^2}{2\sigma^2}}$$

通常均方偏差采用 $\sigma=\frac{t}{6}$。$t=6\sigma$ 值相应于分布曲线下所占的面积为0.9973（图1-2）。

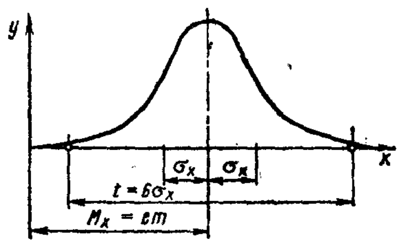

图 1-2

根据式(1-11)，$K=\frac{6\sigma}{t}$，正态分布的相对分散系数 $K=\frac{6\sigma}{6\sigma}=1$，因此，相对不对称系数 $\alpha=0$，$M_x=em$（图1-2）。

此外，在一定的条件下，各种占优势的因素将对零件制造结果产生影响。这些因素是按不同规律变化的，因此，零件尺寸分散也可用其它规律来描述，如等概率律㊀，匀增概

㊀ 又称均匀分布律——译者注。

率律或匀减概率律，西普松（СИМПСОН）律或其它规律等。对其中某些规律可确定出其数字特征M_x、D_x、K和α。

因为分布曲线下的面积等于1，所以对于等概率律（图1-3）

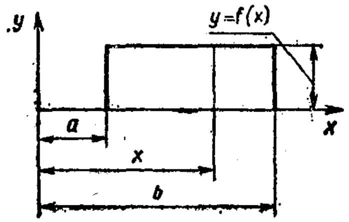

图 1-3

$$y(b-a)=1$$

$$y=f(x)=\frac{1}{b-a}$$

当$a=0$时，则

$$f(x)=\frac{1}{b}$$

因此，数学期望为

$$M_x=\int_0^b x\frac{1}{b}\,\mathrm{d}x=\frac{b}{2}$$

方差为

$$D_x=\int_0^b x^2\frac{1}{b}\,\mathrm{d}x-\frac{b^2}{4}=\frac{b^2}{12}$$

均方偏差为

$$\sigma_x=\sqrt{D_x}=\sqrt{\frac{b^2}{12}}=\frac{b}{2\sqrt{3}}$$

若取$t=b$，则得相对分散系数为

$$K=\frac{6\sigma}{t}=\frac{6t}{t\times 2\sqrt{3}}=1.73$$

因为等概率分布是对称的，所以当相对不对称系数$\alpha=0$时，$M_x=em$。

对于匀增概率律分布（图1-4）

$$\frac{(b-a)c}{2}=1$$

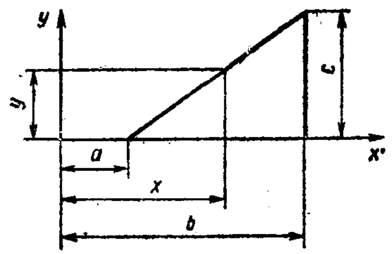

图 1-4

由此得

$$c=\frac{2}{b-a}, \quad \frac{y}{x-a}=\frac{c}{b-a}$$

或

$$y=f(x)=\frac{2(x-a)}{(b-a)^2}$$

当$a=0$时

$$f(x)=\frac{2x}{b^2}$$

因此，数学期望为

$$M_x=\int_0^b x\frac{2x}{b^2}\mathrm{d}x=\frac{2}{b^2}\int_0^b x^2\mathrm{d}x=\frac{2}{3}b$$

方差为

$$D_x=\int_0^b x^2\frac{2x}{b^2}\mathrm{d}x-\left(\frac{2}{3}b\right)^2$$

$$=\frac{2}{b^2}\int_0^b x^3\mathrm{d}x-\frac{4}{9}b^2=\frac{b^2}{18}$$

均方偏差为

$$\sigma_x=\sqrt{D_x}=\sqrt{\frac{b^2}{18}}=\frac{b}{3\sqrt{2}}$$

若取$t=b$，则得相对分散系数为

$$K=\frac{6t}{t\times3\sqrt{2}}=1.41$$

相对不对称系数为

$$a=\frac{M_x-em}{t_x}$$