

计算水力学

周雪漪 编著

清华大学出版社

计算水力学

周雪漪 编著

清华大学出版社

(京)新登字 158 号

内 容 提 要

本书共分十章。论述了计算水力学的基本原理及其实际应用。内容包括：基本方程，有限差分法，有限元法，边界元法，有限体积法，有限分析法以及计算水力学在管道水流、明渠水流、理想不可压缩势流、浅水环流、污染扩散问题、粘性不可压缩流动问题等方面的应用。附有圆柱绕流，水击，明渠一维非恒定流和非恒定渗流共四个计算程序。

本书可作为水利、环境、海洋、化工、流体机械及流体工程和土建类专业本科生或研究生课程的教材或参考书。也可供有关专业的工程技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

计算水力学/周雪漪编著. —北京:清华大学出版社, 1995

ISBN 7-302-01916-9

I. 计… II. 周… III. 水力计算-水力学 N. TV131

中国版本图书馆 CIP 数据核字(95)第 10939 号

出版者: 清华大学出版社(北京清华大学校内, 邮编 100084)

印刷者: 昌平环球印刷厂

发行者: 新华书店总店北京科技发行所

开 本: 850×1168 1/32 印张: 15.125 字数: 394 千字

版 次: 1995 年 9 月第 1 版 1995 年 9 月第 1 次印刷

书 号: ISBN 7-302-01916-9/TV·25

印 数: 0001—1500

定 价: 12.00 元

前 言

随着电子计算机和现代计算技术的发展,用数值方法对水力学问题进行研究与计算,已取得了重大进展,于 60 年代中期,逐渐形成了水力学的一个新兴分支——“计算水力学”。发展至今,“计算水力学”已广泛应用于许多相关的科技领域。国内外许多高等院校已将“计算水力学”列为本科生选修课程和研究生课程。

从 1986 年开始,我校就开设了“计算水力学”本科生选修课及相应的研究生课程。本书是在两次油印讲义的基础上,经过整理、修改和补充而编写的。本书可作为水利、环境、化工、海洋、流体机械与流体工程及土建类专业本科生或者研究生“计算水力学”课程的教材,也可作为有关工程技术人员进行数值计算的参考书。

本书内容分理论与应用两大部分。理论部分的第一章系统地介绍了计算水力学中用到的基本方程,第二、三章介绍有限差分法与有限元法,在此基础上,第四章简单介绍了边界元法、有限体积法、有限分析法。应用部分从第五章开始,介绍了计算水力学在管道水流、明渠水流、理想不可压缩势流、浅水环流、污染扩散问题、粘性不可压缩流动问题等方面的应用,很多实例取材于国内外典型成果(见参考文献)。

本书的特点是① 在取材的广度与深度上分清层次,以基础内容为主,也适当介绍最新的研究成果,使初学者在经过不太长时间的学习后,能掌握水力学数值计算的基本原理和方法。并具备一定的开发能力;② 强调物理概念的分析,使读者能充分利用自己的认识和经验来加强对计算方法的理解;③ 为使读者了解计算程序的设计,书中附有圆柱绕流、水击、明渠一维非恒定流和非恒定渗

流共四个计算程序；④ 每章后有适当数量的习题和计算实习。

本书所包括的内容可供 32—64 学时的课程讲授之用，学时较少的可把重点放在二、三两章的基本内容并有目的选择五、六、七章中的有关内容，这样不会影响内容的连贯性。也可采用理论与应用两部分结合的方法讲授，例如特征线法与水击计算结合，有限差分法与明槽不定流结合，有限体积法与 N-S 方程的数值解结合，有限元法与圆柱绕流问题结合。其他部分内容可留给学生自学或作进一步钻研之用。

本书参考了中山大学力学系流体力学教研组编写的“计算流体力学”、马法三编写的“计算流体动力学”及李鑑初、张廷芳编写的“计算水力学”等讲义。在编写过程中还得到了林汝长教授、李玉梁教授等的帮助和支持，此外有些研究生曾对本稿提过有益的建议，在此谨向他们表示衷心的感谢。

鉴于作者学识水平有限，书中的错误缺点一定难免，敬请读者指正。

周雪漪

1994 年 11 月

目 录

第一章 绪论	1
1.1 计算水力学的形成和发展	1
1.2 水动力学基本方程	3
1.2.1 三维流动的基本方程.....	3
1.2.2 在静压分布假定下,沿水深平均的 二维流动基本方程.....	6
1.2.3 渐变总流的一维基本方程.....	9
1.2.4 涡量方程.....	9
1.2.5 浓度传输方程	12
1.2.6 热传输方程	14
1.2.7 通用微分方程	15
1.3 方程分类及其定解条件.....	17
1.3.1 守恒型方程	17
1.3.2 方程的分类	17
1.3.3 单程坐标与双程坐标	21
1.3.4 水动力学方程的模化	22
1.3.5 模型方程的定解条件	23
习题	33
第二章 有限差分法	35
2.1 有限差分逼近.....	35
2.1.1 差分网格的划分	35
2.1.2 几种差商近似	35
2.1.3 差分格式	39

2.2	差分格式的相容性、收敛性、稳定性	44
2.2.1	相容性	44
2.2.2	收敛性	46
2.2.3	稳定性	47
2.3	双曲型方程的差分解法	52
2.3.1	常系数方程初值问题	52
2.3.2	常系数方程组	58
2.3.3	拟线性方程组	60
2.4	抛物型方程的差分解法	64
2.4.1	一维初值问题	64
2.4.2	一维混合问题	67
2.4.3	一维对流扩散方程	69
2.4.4	二维扩散方程	72
2.5	椭圆型方程的差分解法	75
2.5.1	差分格式	77
2.5.2	不规则边界的处理	79
2.5.3	边值问题差分解法的方程组求解	81
	习题	84
	计算实习	85
第三章	有限元法	88
3.1	变分原理基础	89
3.1.1	泛函与变分	89
3.1.2	椭圆型方程的变分原理	91
3.2	里兹(Ritz)法	94
3.2.1	里兹法的思路	94
3.2.2	里兹法的缺点	96
3.3	加权剩余法	97
3.3.1	最小二乘法	97

3.3.2	加权剩余法	99
3.4	伽辽金(Galerkin)法	99
3.4.1	伽辽金方程与其缩写形式	100
3.4.2	伽辽金方程的强形式(一)	101
3.4.3	伽辽金方程的弱形式	102
3.4.4	伽辽金方程的强形式(二)	103
3.5	有限元法	106
3.5.1	里兹法基础上的有限元法	106
3.5.2	伽辽金法基础上的有限元法	113
3.6	插值函数	123
3.6.1	一维有限元插值函数	124
3.6.2	二维有限元插值函数	126
3.6.3	三维有限元插值函数	133
3.7	三角形单元局部有限元方程的变换	135
3.7.1	三角形三结点单元的变换	136
3.7.2	三角形六结点单元的变换	139
3.8	曲线四边形单元局部有限元方程的变换	142
3.8.1	积分表达式中偏导数的变换	143
3.8.2	定积分变换	144
	习题	145
	计算实习	147
第四章	边界元法、有限体积法、有限分析法简介	148
4.1	边界元法简介	148
4.1.1	概述	148
4.1.2	边界积分方程的建立	149
4.1.3	边界元方法数值离散化	152
4.2	有限体积法简介	158
4.2.1	概述	158

4.2.2	有限体积法的数值离散化·····	159
4.2.3	有限体积法的四条基本原则·····	166
4.2.4	二维通用微分方程的离散方法·····	168
4.3	有限分析法简介·····	171
4.3.1	概述·····	171
4.3.2	有限分析法原理·····	172
4.3.3	椭圆型方程的有限分析解·····	175
4.3.4	抛物型方程的有限分析解·····	179
	习题·····	182
第五章	管道流动 ·····	184
5.1	管网计算·····	184
5.1.1	管道及管网恒定流的数学模型·····	185
5.1.2	管网计算方法(一)·····	188
5.1.3	管网计算方法(二)·····	198
5.2	水击计算·····	203
5.2.1	概述·····	203
5.2.2	水击基本方程·····	204
5.2.3	水击计算的特征线法·····	206
5.2.4	特征线法计算实例和程序·····	218
	习题·····	222
	计算实习·····	222
	附录 水击计算程序·····	224
第六章	明渠流动 ·····	226
6.1	明渠恒定渐变流水面曲线计算·····	226
6.1.1	棱柱形明渠恒定渐变流水面曲线计算·····	226
6.1.2	天然河道恒定流水面曲线计算·····	232
6.1.3	河网计算·····	233
6.1.4	渠-闸、壅联合水力计算的数值解法·····	236

6.2	明渠一维非恒定流动	238
6.2.1	基本方程	238
6.2.2	特征线法	239
6.2.3	直接差分法	250
6.3	直接差分法计算实例和程序	258
6.3.1	步长选择、构造网格	259
6.3.2	初始条件	260
6.3.3	边界条件	261
6.3.4	计算公式	261
6.3.5	变量说明表	263
6.3.6	计算框图	264
6.3.7	计算成果	265
	注 三次样条插值	265
	习题	268
	计算实习	268
	附录 明槽一维非恒定流计算程序	270
第七章	理想不可压缩势流	278
7.1	具有固定边界的平面势流	278
7.1.1	圆柱绕流问题	279
7.1.2	绕多体势流	280
7.1.3	翼型绕流	290
7.2	具有自由面的势流	300
7.2.1	自由面流动问题的逐步修正算法	300
7.2.2	用确定表面梯形单元厚度的方法 计算自由面流动	304
7.3	渗流问题	311
7.3.1	多孔介质中水流的数学模型	311
7.3.2	恒定渗流	313

7.3.3 非恒定渗流·····	318
7.4 求解非恒定渗流实例与计算程序·····	323
习题·····	328
计算实习·····	329
附录 圆柱绕流势流解有限元计算程序·····	331
第八章 浅水环流问题 ·····	339
8.1 概述·····	339
8.2 浅水方程·····	341
8.2.1 基本方程·····	341
8.2.2 初始条件和边界条件·····	346
8.3 瞬态模型的有限元分析·····	349
8.4 简化模型的有限元分析·····	354
8.4.1 基本方程的简化·····	354
8.4.2 势流模型·····	355
8.4.3 环流模型(一)·····	356
8.4.4 环流模型(二)·····	360
8.5 用有限差分法求解浅水环流·····	364
8.5.1 基本方程与初始、边界条件·····	364
8.5.2 差分格式·····	364
8.5.3 初值和边界的处理·····	369
8.5.4 稳定性条件·····	370
8.6 用剖开算子法计算二维动边界潮流·····	371
8.6.1 与“窄缝”有关的几个概念·····	371
8.6.2 基本方程和边界条件·····	373
8.6.3 剖开算子法的差分格式·····	374
8.6.4 基本参数·····	377
8.6.5 计算工况与模型验证·····	378
习题·····	378

计算实习.....	378
第九章 扩散问题.....	379
9.1 一维扩散问题的数值计算	380
9.1.1 一维水质模型.....	380
9.1.2 潮汐河流一维水质模型计算实例.....	384
9.1.3 河网一维潮平均水质模型.....	387
9.2 二维扩散问题的数值计算	390
9.2.1 二维浓度场的数值计算.....	390
9.2.2 二维温度场的数值计算.....	408
习题.....	417
计算实习.....	417
第十章 粘性不可压缩流动问题.....	419
10.1 流场控制方程及数值求解中的困难.....	419
10.2 N-S 方程数值解的原始变量法.....	422
10.2.1 交错网格及动量方程的离散.....	422
10.2.2 求解压强场的各类方法.....	426
10.2.3 压强校正法与压强校正方程.....	430
10.2.4 SIMPLE 算法	435
10.2.5 SIMPLE 算法的改进与发展	442
10.2.6 突扩流动的流场计算.....	445
10.3 N-S 方程数值解的分步法.....	449
10.3.1 分步法的基本思想.....	449
10.3.2 分步法的计算程式.....	453
10.3.3 分步法算例——船闸中的淹没射流.....	455
10.4 N-S 方程数值解的涡量-流函数法	457
10.4.1 涡量-流函数方程	457
10.4.2 涡量-流函数方程的离散	458
10.4.3 涡量-流函数法的计算程式	459

10.4.4 涡量-流函数法边界条件的确定	460
10.4.5 突扩流动的层流流场计算.....	465
习题.....	467
计算实习.....	468
参考文献.....	469

第一章 绪 论

1.1 计算水力学的形成和发展

计算水力学作为一门新学科,形成于 20 世纪 60 年代中期。水力学问题中有比较复杂的紊流、分离、气穴、水击等流动现象,并存在各种界面形式,如自由水面、分层流交界面等。由各种流动现象而建立的数学模型(由微分方程表示的定解问题),例如连续方程、动量方程等组成的控制微分方程组,多具有非线性和非恒定性,只有少量特定条件下的问题,可根据求解问题的特性对方程和边界条件作相应简化,而得到其解析解。因此长期以来,水力学的发展只得主要借助于物理模型实验。随着电子计算机和现代计算技术的发展,数值计算已逐渐成为一个重要的研究手段,发展至今,已广泛应用于水利、航运、海洋、环境、流体机械与流体工程等各种技术科学领域。

计算水力学的任务是研究各种水流问题的数值计算方法。如以各种离散化方法(有限差分法、有限元法等),建立各种数值模型,并通过计算机进行数值计算和数值试验,得到在时间和空间上许多数字组成的集合体,最终获得定量描述流场的数值解。

计算水力学的特点是适应性强、应用面广。首先流动问题的控制方程一般是非线性的,自变量多,计算域的几何形状任意,边界条件复杂,对这些无法求得解析解的问题,用数值解则能很好地满足工程需要;其次可利用计算机进行各种数值试验,例如,可选择不同的流动参数进行试验,可进行物理方程中各项的有效性和敏感性试验,以便进行各种近似处理等。它不受物理模型实验模型律

的限制,比较省钱省时,有较多的灵活性。但数值计算一是依赖于基本方程的可靠性,且最终结果不能提供任何形式的解析表达式,只是有限个离散点上的数值解,并有一定的计算误差;二是它不像物理模型实验一开始能给出流动现象并定性地描述,却往往需要由原体观测或物理模型试验提供某些流动参数,并对建立的数学模型验证;三是程序的编制及资料的收集、整理与正确利用,在很大程度上依赖于经验与技巧。所以计算水力学有自己的原理、方法和特点,数值计算与理论分析、观测和实验相互联系、促进又不能相互代替,已成为目前解决复杂水流问题的主要手段之一,尤其是在研究流动过程物理机理时,更需要三者有机的结合而互相取长补短。

近二三十年来,计算水力学有很大的发展,替代了经典水力学中的一些近似算法和图解法,例如有水面曲线计算;管网和渠系的过水或输沙(排污)能力的计算;有水轮机负荷改变时水力振荡系统的稳定性计算研究;流体机械过流部件的流道计算以及优化设计,还有洪水波、河口潮流计算,以及各种流动条件下,不同排放形式的污染物混合区计算等;70年代中期已从针对个别工程问题建立的单一数学模型,开始建立对整个流域、洪泛区、已建或规划中的水利水电工程进行系统模拟的系统模型。理论课题的研究中,对扩散问题、传热问题、边界层问题、旋涡运动、紊流等问题的研究也有了很大的发展,并已开始计算非恒定的三维紊流问题。

由于离散的基本原理不同,计算水力学可分为两个分支:一是有限差分法(Finite-Difference Method 简写FDM),在此基础上发展有PIC(Particle-in-Cell)法和MAC(Marker-and-Cell)法等,还有在70年代末,美籍中国学者陈景仁提出了有限分析法(Finite Analytic Method)。二是有限单元法(Finite-Element Method 简写FEM),在此基础上,英国勃莱皮埃(C. A. Brebbia)等人提出了边界元法和混合元法,另外还有迎风有限元法等。

本书主要介绍有限差分法、有限元法及其在计算水力学中的应用,包括在当前工程应用的几个主要方面。在第十章中着重说明当前已广泛应用的有限体积法。

1.2 水动力学基本方程

水动力学方程组是在对客观物理现象进行概括、抽象、简化,并依据质量守恒、牛顿第二定律和能量守恒等基本原理而建立的。可分为两大类:一类描述成恒定流,不包含时间变量 t 而表达为边值问题;另一类描述成非恒定流,包含时间变量 t 并常表达为初值问题及初值与边值的混合问题。下面首先介绍基本方程。

1.2.1 三维流动的基本方程

1. 连续方程

连续方程是质量守恒定律的数学表达式,以微小控制体为研究对象,可推导得到其微分形式为

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial (\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial (\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial (\rho w)}{\partial z} = 0 \quad (1-1a)$$

写成散度形式为

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \rho \mathbf{u} = 0 \quad (1-1b)$$

写成张量形式为

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_j) = 0 \quad (1-1c)$$

式中 ρ 为密度, u, v, w 为 x, y, z 三个方向的流速分量,方程表示在控制体内密度的减小等于从单位体积表面流出的流体质量。对于不可压缩流体 $\left(\frac{d\rho}{dt}=0\right)$ 或密度为常数 $(\rho=C)$ 的流体,则有

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (1-2a)$$

上式写成散度形式为

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (1-2b)$$

2. 动量方程

动量方程是牛顿第二定律或动量守恒定律的数学表达式。分析微小控制体受力和运动情况可推导得到其微分形式为

$$\left. \begin{aligned} & \frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u^2)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho uv)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho uw)}{\partial z} \\ &= \rho X + \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \\ & \frac{\partial(\rho v)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho vu)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v^2)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho vw)}{\partial z} \\ &= \rho Y + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} \\ & \frac{\partial(\rho w)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho wu)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho wv)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w^2)}{\partial z} \\ &= \rho Z + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} \end{aligned} \right\} \quad (1-3)$$

式中 X, Y, Z 是单位质量力沿 x, y, z 三个方向的分量, $\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}$ 是法向拉应力, 切向应力 $\tau_{yx} = \tau_{xy}, \tau_{zx} = \tau_{xz}, \tau_{zy} = \tau_{yz}$, 第一个脚标表示作用面的法线方向, 第二个脚标表示应力分量的作用方向, 对于不可压缩牛顿流体, 反映其应力与应变率关系的本构方程为

$$\left. \begin{aligned} p_{xx} &= -\sigma_{xx} = p - 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} \\ p_{yy} &= -\sigma_{yy} = p - 2\mu \frac{\partial v}{\partial y} \\ p_{zz} &= -\sigma_{zz} = p - 2\mu \frac{\partial w}{\partial z} \\ \tau_{yx} &= \tau_{xy} = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \\ \tau_{zx} &= \tau_{xz} = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \\ \tau_{zy} &= \tau_{yz} = \mu \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \end{aligned} \right\} \quad (1-4)$$