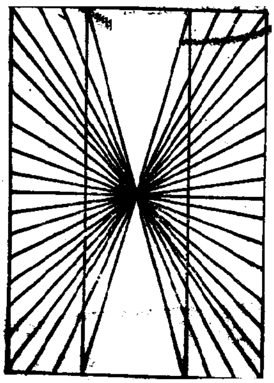
生活中的数学

丁耀仁　张祖椿

封面设计：钟蜀珩

插　　图：闻召鸣



中国少年儿童出版社

生活中的数学

丁耀仁　张祖椿

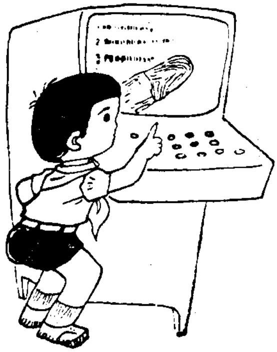
中国少年儿童出版社出版
中国青年出版社印刷厂印刷
新华书店北京发行所发行　各地新华书店经售

787×1092 1/32　3.5印张　37千字
1986年5月北京第1版　1986年5月北京第1次印刷
印数1—24,500册　定价0.63元

内 容 提 要

这本书讲的，大部分是日常生活中的事物，小部分是文学作品和数学史里的点滴故事。这些事物和故事，用数学的眼睛一看，原来互不相干的，因为其中的数学道理类似，就变得亲近了；而原来差不多的，因为其中的数学道理出入较大，又变得疏远了。数学和生活挂钩，有趣有用，是学习数学的一个好办法。张景中、马希文同志看过原稿。

目　次



日记里的数

今天气温 24 度。我到市场买了三条鱼，最大的一条有两斤重、一尺半长，回到家里正好 8 点。

在这 24、3、1、2、1.5、8 中，只有 3 和 1 是精确数，其他都是近似数。

狗有四条腿，蛇有一个头。这样的数能够精确，也应该精确。

本县有 56 万人，我的头发是 11 万根。这样的数也能够精确，知道万以上的数，就可以了。

许多近似数大不一样。象表示时间、长度、重量、温度、角度的数，只能是近似数，不能是精确数。这就是说，你想要精确数，也办不到。

谁也说不出一条鱼的精确重量。事实上，鱼的重

量随时随地在变。地球上的重力大小不是处处相同的；鱼身上有水分，水分可以挥发，又可以吸收空气中的某些气体，什么时间、什么地方的重量才精确呢？就是有精确重量，任何现代的先进测量工具，包括电子计算机也无能为力，并且永远无能为力。人能做的事情，只能是尽量满足不同的要求。

把椅子腿的角度做歪一度的木匠，不能算蹩脚的木匠；而打捞海底沉船的时候，把沉船位置算错一纬度的技术员，就是很不称职的技术员了。因为在地球上，经度相同，纬度相差一度，距离就差一百多公里远了。

日记里的数都有单位。

当今世界上，使用的度量单位也够多的了。同一种量，往往又有种种自成系统的单位。

长度的单位，英美国家喜欢用英里、码、英尺、英寸。据说，一码的长度，最初是英王亨利一世的指端到鼻子的距离；一英尺是以查理曼大帝的脚长为依据；把三颗又圆又干的麦粒连在一起是一英寸。这样定长度有点可笑，相互之间的换算更叫人心烦。

我国历史上有里、引、丈、步、尺、寸等长度单位，而且各个时期的“尺”长又不尽相同。古典文学中有“身长九尺”的说法。那时的一尺，肯定比现在的一市尺要

小。要不，在身长九尺的人面前，就是最高的篮球运动员，也是矮得出奇的小个子了。

人类交往多了，这么多不同的长度单位，实在太不方便了，有必要统一起来。

1790年，法国国民议会决定建立一套能适合国际需要的度量制度。九年后，在法国数学家拉普拉斯领导下，定出了“米”的单位。

1875年，国际计量组织规定，以通过巴黎的地球子午线长度的四千万分之一为一米。十四年后，决定以一根铂铱合金米尺上的两条刻线间的距离作为一米，精度是千万分之一。

1960年，国际计量大会通过：以规定条件下的氪^{86}原子，在真空中辐射的光波波长来确定一米的长度，精度是十亿分之一。二十三年后，通过用激光来代替氪^{86}，精度又提高了一百倍。

人家不欣赏我们的市尺、市寸，我们也对他们的脚长、麦粒不感兴趣。大家都用公制，倒是个好办法。

1984年2月27日，国务院发布了《关于在我国统一实行法定计量单位的命令》。这就是国际计量大会讨论通过采用的以米制为基础的国际单位制。

大家把度量单位统一起来是件好事。可是，为什么不用中国制，不用英国制，偏偏要用法国人创立的公

制呢？

这里面有两层道理：

一，公制里的大小单位之间的进位关系，是十进制、百进制或者千进制。

一公里是1000米，一米是100厘米，一厘米是10毫米；一吨是1000公斤，一公斤是1000克。这样的大小单位的换算，动动小数点便行了。这比一里是150丈，一英尺是12英寸要方便得多。

二，公制里的长度单位，和重量单位、时间单位以及其他的一些单位，互相配合得好。一立方米的水，正好是一吨；使质量一克的物体产生1厘米/秒^{2}加速度的力，正好是一达因。真是好记好用。

都用公制，不同国家和地区的度量单位一致了；度量进位制和数的十进制一致了；同类别大小单位的各级进位方式一致了；不同物理量的相互关系协调了。

为什么时间不用十进制呢？

其实，科学上用的时间，基本单位是秒，比秒小的时间单位也是十进制的。分和小时是按一昼夜长度，结合生活习惯划分的，本来就不是十分精确的单位。至于日、月、年，更是由天文现象决定的，想化成十进，也不可能了。

最短的时间单位叫“那诺秒”。一那诺秒等于1.0

$\times 10^{-9}$秒，相当于光线走30厘米花费的时间。

日记中的“24度”，要写成24°C，以免与其他温标混淆。

科学上有一种表示温度的方法叫“绝对温标”，也叫开氏温标，记作K。$0\,K = -273.15°C \doteq -273°C$。

0 K是达不到的。现代的超低温技术，已经能够获得十分接近于0 K的温度。至于能够达到的高温，理论上不受限制。

年龄的特点

父亲现在的年龄，与儿子现在的年龄加起来是110岁；等到儿子的年龄，与父亲现在的年龄相同时，儿子的年龄是孙子现在的年龄的9倍；那时，孙子的年龄比儿子现在的年龄大4岁。请问：孙子现在的年龄多大？

碰上这样弯来拐去的题，首先要有不怕的精神准备，然后开始理一理头绪。题牵涉到的人不过三个——父亲、儿子和孙子；用得上的时间不过两个——那时和现在。此外，还得对年龄本身的特点有所认识。

年龄本身有什么特点呢？

第一，年龄只能随时间增加，不会减少，数学上是没有“越活越年轻”的。所以，求解出来的真实年龄有负值，便应该舍去。

第二，时间给予人的年龄是相等的，很公正。这就是说，每过一年，每人都增长一岁，不想要这一岁不行，想蹦着长也不行。

第三，不特别声明，数学题中的年龄取整数。这虽然不太符合真实情况，也还符合一般习惯。

好了，现在来解题。

解题时设未知数可以大胆些，不必怕未知数设多了。题里有父亲、儿子、孙子三人，就分别设他们现在的年龄是 x、y、z 岁。然后，逐句分析题意，列出方程式。

第一句很明确，

$x + y = 110$ ……（1）

第二句也清楚，当儿子年龄达到 x 岁时，就有

$x = 9z$ ……（2）

两个方程有三个未知数，还需要再立一个方程才好解。不用说，应该在第三句上打主意了。关键是要找出“那时”孙子的年龄，找到后减去 y 等于 4，就是第三个方程。“那时”孙子的年龄是多少呢？是现在孙子的年龄 z 加上若干年。这若干年是多少年呢？就是儿子从现在年龄 y 活到 x 岁时的年数，也就是 $x - y$。于是得到

$[(x-y)+z] - y = 4$ ……（3）

解①②③三元一次方程组，得 $z = 8$（岁）。

下面的一个题，就难一些了。这是一个查有实据的故事：

19世纪，英国有个数学家叫狄摩根，曾在逻辑研究方面作过贡献，活了65岁。生前某一年，有人问他："你多大年龄啦？"在西方，除非至亲好友，随便问人家年龄是不礼貌的。狄摩根倒没有计较，他想了想，说："我在公元x^2年时是x岁。"

狄摩根开的是什么玩笑呢？看到他一本正经的样子，问话的人便认真思索起来：要是设他出生年是公元y年，就有x岁时是公元$y+x$年，得

$y+x=x^2$。

这个方程有两个未知数，是个不定方程，可以根据年龄本身的特点，化成不等式来求解。

狄摩根是19世纪的数学家，又只活了65岁，那他的出生年，就一定在1735年后，在1835年前。

$\because 1835>y>1735$；

$\therefore 1835>x^2-x>1735$。

这样，我们就可以把这个一元二次不等式的左右两边，分别求解，然后再取它们的公共解。

$x^2-x-1835<0$，

分解因式，化简，得

$-42.34<x<43.34$。

年龄不能是负数，得$x<43.34$。

$x^2-x-1735>0$，

分解因式，化简，舍去负数，得$x>42.16$。

于是，公共解是$43.34>x>42.16$。

考虑到年龄取整数，满足上式的只有

$x=43$(岁)。

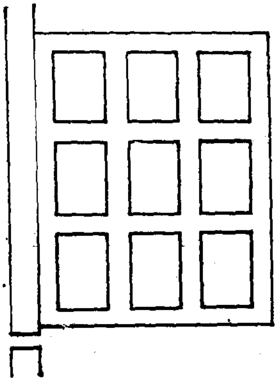
因为狄摩根在43岁时是公元$43^2=1849$年，所以他是在公元1806年出生、1871年去世的。

列出方程，用不等式寻找狄摩根的年龄相当费事，有点象公安人员在破案了。其实，这个题有一个非常简单的解法，是小学生也能很快给出答案的。

我们很容易算出来，在1700—2000之间，只有三个完全平方数。这就是$42^2=1764$，$43^2=1849$，$44^2=1936$。

要是狄摩根在1764年是42岁，他活到19世纪就有70多岁了，所以不对。要是狄摩根在1936年是44岁，那他是1892年生，19世纪末才8岁，不可能是这个世纪的数学家。所以，答案只能是：在1849年时，狄摩根43岁。

你看，解题的思路不同，方法的差别可以有多大。



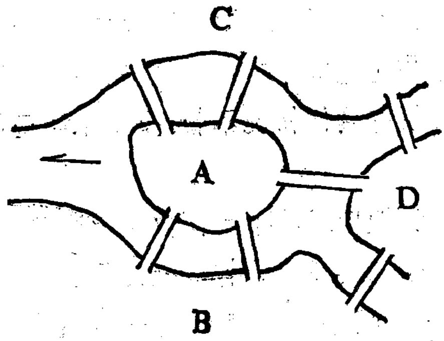
走路的学问

农技站有一片试验田，用纵、横的田埂划分成九个作物对比区。农技员每天都要过桥到试验田去巡回检查，把各块田的四周走遍，然后过桥返回。时间一长，农技员发现他每次都要走不少重复的路，于是向自己提了一个问题：不走重复的路，能不能把试验田的田埂走一遍呢？要是能，可就省时间了。

城市的邮递员，能不能从邮局出发，不走重复的路，走遍负责的街巷，最后回到邮局呢？要是能，千家万户就能早看到书信和报刊。

最早引起人们注意的，不是邮递路线问题，而是哥尼斯堡的七座桥。

哥尼斯堡城现在叫加里宁格勒，布勒格尔河从这



里流过。这条河有两条支流在城中心汇合，合流的地方有一个小岛 A 和半岛 D，再加上两岸 C、B，都是繁华的商业区。如图，在 C、B、A、D 之间架了七座桥。早在 18 世纪的时候，就有很多人探讨过，能不能不重复地一次走遍这七座桥呢？结果，谁也没有找到答案。经过分析，不同的路线有 5040 条，一条一条去试，未免太麻烦了。要是桥一多，走法上万，又该怎样办呢？

瑞士数学家欧拉解决了这个问题。他说，可以把七座桥简化成七条线，把岛 A、半岛 D 和河岸 C、B 简化成四个点。于是，问题便转换成能不能把这个线图，一笔画成的问题。因为这个线图不能一笔画成，所以不能不重复地一次走遍这七座桥。这便是有名的哥尼斯堡七桥问题。

问题是怎样判断一个线图能不能一笔画成呢？要是能一笔画成，又应该从哪里开头，在哪里结束呢？

欧拉的线图，为解决这类问题建立了数学模型，就象我们解应用题建立了方程。这样，我们便可以丢开城市、河流、桥等具体情况不管，全力来研究解决线图上的问题。

现在，我们把线图中有偶数条线交会的点叫做偶点，有奇数条线交会的点叫做奇点。不管我们从哪一点出发，到哪一点画完，中间每经过一点，总是既有画到那点去的线，又有从那点画出来的线。所以，除了开头点和结束点外，其余的点，都必须是偶点才行。

根据这个道理，我们可以得到三条原则：

一，线图中的奇点数不大于两个，这个线图就能一笔画成，否则不行。

二，线图中要是没有奇点，那始点和终点重合；要是有两个奇点，那就必须从一个奇点开始，在另一个奇点结束。

三，线图中的奇点数，总是成对出现的。

七桥问题中的A、B、C、D都是奇点，根据第一条，不能一笔画出。也就是说，谁也不能不重复，一次走遍七桥。

画出巡回试验田的线图，数一数偶点和奇点各有八个，奇点数超过两个，根据第一条，不能一笔画成。也就是说，农技员不能不重复，一次走遍所有的田埂。