

T8323
Z

037846

复合材料力学导引

王士杰 编

重庆大学出版社

一九八七·重庆

内 容 简 介

本书首先从宏观力学的角度介绍了复合材料单向层合板的刚度特性和强度理论,然后讨论了对称层合板和一般层合板的刚度和强度计算的基本原理和方法,并介绍了复合材料受环境影响的湿、热效应。最后择要介绍了微观力学的分析方法。

本书可作为高等院校有关专业高年级学生和研究生教材(40学时左右),亦可供从事复合材料工作的科技工作者参考。

复合材料力学导引

王士杰 编

*

重庆大学出版社出版
新华书店重庆发行所发行
重庆印制第一厂印刷

*

开本: 787×1092 1/16 印张: 13 字数: 324 千

1987年 2 月第 1 版 1987年 2 月第 1 次印刷

印数: 1—3,700

统一书号: 15408·14

定价: 2.20元

前 言

近二十年来,复合材料在航天、航空、汽车、造船、化工以及土建方面得到日益广泛的应用。复合材料力学相应迅速发展,内容涉及了十分广泛的学科领域。为了使读者在较短时间内获得关于非均质各向异性材料力学分析的基础知识,本书力图用较短的篇幅简明扼要地介绍复合材料力学的基础理论,和一些比较成熟而实用的方法。以二维问题经典层合理论为基础,侧重介绍单向层合板和多向层合板的刚度计算和强度计算的基本原理,也择要地介绍了复合材料受环境影响和微观力学分析方法的基本知识。期望能起到复合材料力学入门的作用,从而为在复合材料力学领域内深入探索、拓宽知识奠定基础。

本书可作为高年级大学生和研究生学习的教材,亦可供有关专业技术人员参考。阅读本书需要具备线性代数、材料力学和弹性力学等基础知识以及张量的概念。

本书是在为重庆交通学院高年级本科生和研究生授课所用讲义的基础上修改而成。在编写过程中,承蒙西安交通大学蒋咏秋教授的关心和帮助,成都科技大学冯广占教授,上海海运学院沈康辰副教授,中国路桥公司陆楸高级工程师,重庆交通学院吴恒立副教授,北京航空学院刘方龙副教授等提出了宝贵意见,特此致谢。

限于作者水平,书中谬误和不当之处恳请专家、读者批评指正。

编 者

1986年3月于重庆

序

复合材料既有古老的渊源，又是材料发展的一个重要新领域。当前主要是无机纤维和有机高分子材料的复合。它已广泛地应用于航空、宇航、车辆、建筑、化工、造船及体育用品等方面。复合材料力学随之得到了迅速发展，初步形成了学科体系。

复合材料力学是内容极为丰富的一个力学分支，主要包括两部分。其一是基础理论，主要包括纤维与基体力学性质，界面性质分析，复合材料刚度及强度的预测，寿命预测和破坏机理，以及断裂、疲劳与蠕变和它们之间的相互作用等。其二是应用部分，主要是层合板、壳结构的弯曲、稳定与振动问题，以及结构优化设计，属于复合材料结构力学范畴。

为了便于读者入门，这本书将复合材料力学基本原理和比较成熟的，而且比较适用的计算方法作为重点是适宜的。作者总结了多年来从事教学和科研工作的经验，以较短的篇幅，做到内容简明，叙述有启发性，文字上通俗易懂，深入浅出，并密切注意理论联系工程实际，是一本复合材料力学入门的好书，便于自学。阅读本书的预备知识是材料力学和弹性力学基础。也适宜于作为有关专业本科高年级学生和研究生选修课教材。

蒋 咏 秋

1986年11月于西安交大

目 次

第一章 绪 论	1
§ 1-1 概 述	1
§ 1-2 复合材料的分类	1
§ 1-3 复合材料的特点	3
§ 1-4 复合材料力学的基本假设	6
第二章 单向层合板的正轴刚度	8
§ 2-1 概 述	8
§ 2-2 单向层合板正轴应力-应变关系	10
§ 2-3 模量与柔量的对称性	14
§ 2-4 应力转换	16
§ 2-5 应变转换	22
习 题	26
第三章 单向层合板的偏轴刚度	28
§ 3-1 偏轴模量	28
§ 3-2 偏轴柔量	36
§ 3-3 偏轴模量和柔量的互逆关系	40
§ 3-4 偏轴工程弹性常数	42
习 题	50
第四章 单向层合板的强度理论	52
§ 4-1 宏观强度理论的概念	52
§ 4-2 最大应力理论和最大应变理论	53
§ 4-3 蔡-希尔(Tsai-Hill)理论	54
§ 4-4 蔡-吴(Tsai-Wu)张量理论	55
§ 4-5 单向层合板强度的方向性及各种强度理论的比较	63
习 题	68
第五章 对称层合板的刚度	70
§ 5-1 概 述	70
§ 5-2 经典层合理论	71
§ 5-3 对称层合板的面内刚度	77
§ 5-4 几种典型层合板的面内刚度	84
§ 5-5 面内载荷下铺层应力和应变分析	91
§ 5-6 对称层合板的弯曲刚度	94
§ 5-7 几种典型层合板的弯曲刚度	98
§ 5-8 横向载荷下铺层应力和应变分析	105

习 题	109
第六章 一般层合板的刚度	111
§ 6-1 概 述	111
§ 6-2 一般层合板的应力-应变关系	111
§ 6-3 一般层合板刚度系数的计算	114
§ 6-4 非对称正交铺设层合板	120
§ 6-5 反对称层合板	125
§ 6-6 平行移轴定理	130
习 题	136
第七章 多向层合板的强度	137
§ 7-1 概 述	137
§ 7-2 一般层合板铺层应力-应变分析	137
§ 7-3 强度比方程	141
§ 7-4 最先一层失效强度	144
§ 7-5 多向层合板的极限强度	148
习 题	153
第八章 湿热效应	154
§ 8-1 概 述	154
§ 8-2 单向层板考虑湿、热变形的本构关系	154
§ 8-3 层合板考虑湿、热变形的本构关系	157
§ 8-4 层合板的残余变形和残余应力	161
§ 8-5 层合板的湿、热膨胀系数	171
习 题	173
第九章 复合材料微观力学性能	174
§ 9-1 概 述	174
§ 9-2 确定刚度参数的材料力学分析方法	175
§ 9-3 确定刚度参数的弹性力学分析方法	180
§ 9-4 确定强度的材料力学分析方法	190
§ 9-5 确定湿、热膨胀系数的方法	193
习 题	197
主要参考文献	198

第一章 绪 论

§ 1-1 概 述

复合材料是指由两种以上的材料在宏观尺度上组成的一种多相材料。其中各组分材料的化学和物理特性是不同的；各组分材料之间具有明显的界面。复合材料具有各组分材料的优点，某些性能甚至超过组分材料。

复合材料的使用已有悠久的历史。中国古代采用粘土和稻草制成的泥砖和泥墙，古埃及人把木板作不同排列制成多层木板，以及近代的胶合板、钢筋混凝土实际上都是复合材料。而现代复合材料是从本世纪四十年代开始生产玻璃钢（玻璃纤维/聚酯树脂）而发展起来的。到六十年代中期，硼纤维、碳纤维问世，从而制成硼/环氧树脂、碳/环氧树脂先进复合材料，至今只有二十多年的历史。特别是航空和航天工业的发展，大大地推动了复合材料理论、技术和工业生产的发展。复合材料的出现，是科学技术上的一大突破。人类在使用材料上从过去为特定结构选择材料，到目前已有可能为特定结构物设计材料。目前一些技术先进国家的新型战斗机，如美制F-15、F-16、F-111，英国“鹞式”垂直起落战斗机以及正在研制生产的无人驾驶侦察机、B-1轰炸机，在受力大而复杂的部件上都采用了复合材料。有人把复合材料的出现，称为航空工业自喷气发动机发明以来最大的技术革命。随着工业化生产和技术进步以及复合材料价格的降低，近年来在车辆、船舶、化工、建筑以及体育用具上也得到广泛的应用，国外已制成自重轻、耗油省的全复合材料的汽车。

我国复合材料工业的起步较晚，1958年才诞生了玻璃钢工业，1965年试飞了玻璃钢螺旋桨飞机，1966年首飞了解放7型滑翔机，1970年安装了直径44米的全玻璃钢地面雷达罩，1976年试航了长39米的玻璃钢船。特别是十一届三中全会以后复合材料的研制、运用有了更加广泛的发展。1982年9月建成世界上第一座净跨20.24米简支玻璃钢桥。碳纤维、硼纤维等先进复合材料在飞机结构上以及卫星、洲际导弹某些部件上的应用正在积极的研制。

§ 1-2 复合材料的分类

复合材料通常是由不连续的细微形状的材料分散于另一种连续相的材料中组成。一般称连续相的材料为“基体材料”，而称分散的不连续相的材料为“增强材料”。有害的杂质不能称为增强材料。

复合材料按其组分与构成大致可分为三类。

1. 纤维增强复合材料

人们早就发现，材料处于纤维状的强度，比块状可能高出百多倍。这是由于纤维直径接近晶体大小，晶体沿纤维轴定向排列，比块状材料的缺陷大大减少。目前常用纤维有玻璃纤维、硼纤维、碳纤维。美国杜邦公司1968年发明了一种叫做Kevlar-49的有机纤维（芳纶），

也得到较广泛的应用。表1—1列出几种纤维材料的强度与模量。为了便于比较也列出了钢、铝丝等普通材料的值。表中的比强度是指强度与密度的比，比刚度是刚度与密度的比。

表1—1 纤维和金属丝的比强度和比刚度

纤维 或 丝	密度 ρ kN/m ³	拉伸强度 σ GN/m ²	比强度 σ/ρ km	拉伸刚度 E GN/m ²	比刚度 E/ρ Mm
铝	26.3	0.62	24	73	2.8
钛	46.1	1.9	41	115	2.5
钢	76.6	4.1	54	207	2.7
玻璃E	25.0	3.4	136	72	2.9
玻璃S	24.4	4.8	197	86	3.5
碳	13.8	1.7	123	190	14
铍	18.2	1.7	93	300	16
硼	25.2	3.4	137	400	16
石 墨	13.8	1.7	123	250	18

纤维增强材料又可分为长纤维（连续纤维）增强，短纤维（不连续纤维）增强和晶须增强。所谓连续纤维系指纤维两端点都在材料制成构件的边界处，否则为不连续纤维。晶须则比短纤维更短，呈须状。晶须是在很小尺度上结晶，有完整的晶体线状排列，比纤维有更高的性能。

增强材料主要用来抵抗破坏和变形，要求它有较小的比重和较高的强度。而包围纤维的基体材料主要起粘结、保护与传递应力的作用。按基体材料的不同，又可分为金属基和非金属基复合材料。目前常用的玻璃纤维非金属基体多为不饱和聚酯树脂。而碳、硼和 Kevlar 纤维主要是采用各种配方的环氧树脂。其次是聚酰亚胺和酚醛树脂。环氧基复合材料一般在 200℃ 以下的工作温度，聚酰亚胺可以经受 300℃ 左右的工作温度。金属基体多用铝和钛。铝基复合材料在 400℃ 时其模量和强度基本不变。但铝合金在 400℃ 时模量几乎完全丧失。

2. 颗粒增强复合材料

由一种颗粒材料悬浮在另一种基体材料内构成颗粒增强复合材料。在基体材料中加进模量和强度更高的粒子，可以阻止基体材料的位错，从而提高其力学性能。这种材料承受荷载的主体是基体材料，这与纤维增强复合材料有根本区别。

颗粒和基体均可以是金属或非金属的，从而可以组合成四种颗粒增强的复合材料。混凝土是非金属颗粒悬浮于非金属基体的例子，金属陶瓷是非金属颗粒悬浮于金属基体的例子，金属颗粒亦可用来增强金属和非金属基体。合理地选用基体和颗粒材料可增强其耐磨性、延展性、耐热性和耐腐蚀性等等。

3. 层合复合材料

层合复合材料至少是由两层不同材料胶合而成的，这是为了将组分的最有利方面组合起来，以得到更为有用的材料。把两种热膨胀系数不相同的金属胶合成双金属层合物，利用预定的翘曲变形可作温度测量装置。将一层聚乙烯醇缩丁醛夹在两层玻璃之间，玻璃保护了柔性的塑料，使其具有足够的刚度。产生大应变而不破坏的塑料，则使复合板有足够的韧性，制成性能比其组分大为改善的安全玻璃。再如层合纤维增强的复合物，在不同方向得到不同强度和刚度。这种层合的纤维增强材料可以按照结构元件的受力要求来布置各纤维增强

材料层的方向，因而广泛地应用于北极星导弹的弹壳，飞机的机翼和机身以及船壳、体育用具等。

本书研究对象主要是层合连续纤维增强材料。当然也包括单层连续纤维增强材料。今后本书中提及复合材料未加注明者均指这种连续纤维增强的材料。

§ 1-3 复合材料的特点

一、复合材料是结构材料

复合材料是由纤维与基体两种组分材料组成的。两者有明显界面，两种材料复合成的单层材料称为简单层板或称铺层。实际上就是一个结构层次。其力学性能决定于组分材料的力学、几何（形状、分布、含量）特性和层间界面的性能。而各铺层可以叠合成层合体，称为层合板（图1—1）。其力学性能决定于铺层的力学和几何（铺层厚，铺设方向，铺层序列）特性。而层合板又可以形成为各种工程结构和产品结构，其力学性能决定于层合板（体）的力学性能和结构的几何特性。

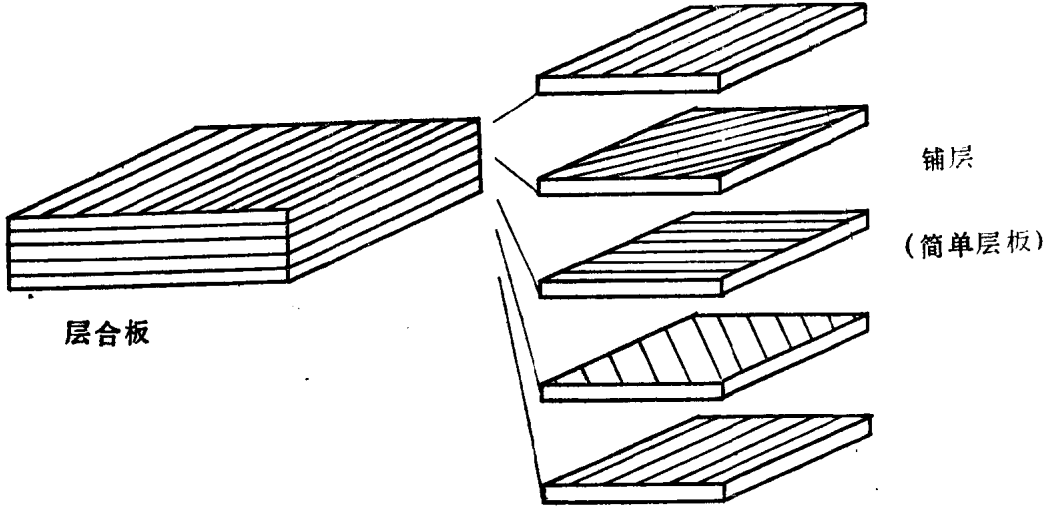


图1—1 层合复合材料

铺层内纤维有两种典型的形式，即单向纤维和经纬交织纤维（图1—2）。这种单层板具有两个正交的对称平面，平行或垂直于纤维的方向。分别记为 L 和 T ，铺层法线方向定为 n 。 L 、 T 、 n 称为铺层的主方向。

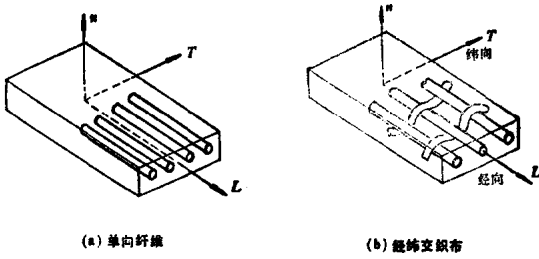


图1—2 铺层的两种类型：

从图1—2(a)简单层板中取单元体,如图1—3所示。沿纤维方向记为1轴,垂直于纤维方向记为2轴。1轴和2轴是材料的主方向,称为正轴。(b)图单元体外法线方向 x 与材料主方向1之间夹角为 θ ,则 x 轴和 y 轴称为偏轴。

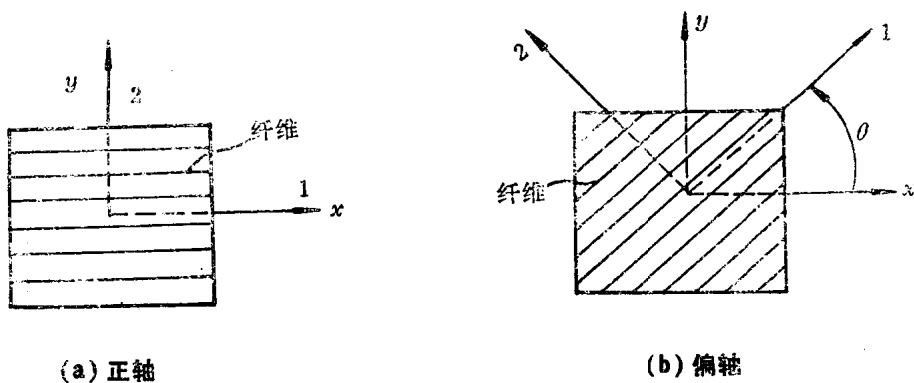


图1—3 简单层板的单元体

层合板是由若干铺层以不同方向叠合而成。如果各铺层都是一个方向则称为单向层合板,各铺层主方向不同则称多向层合板。若铺层纤维方向与层合板 x 轴方向重合,该层就叫 0° 铺层,若铺层纤维方向与层合板 x 轴方向垂直则称 90° 铺层。整个层合板中只有 0° 和 90° 铺层,称正交铺设层合板(图1—4a)。若铺层方向只有 $+\phi$ 和 $-\phi$ 两种则称斜交(角交)铺设层合板(图1—4b)。

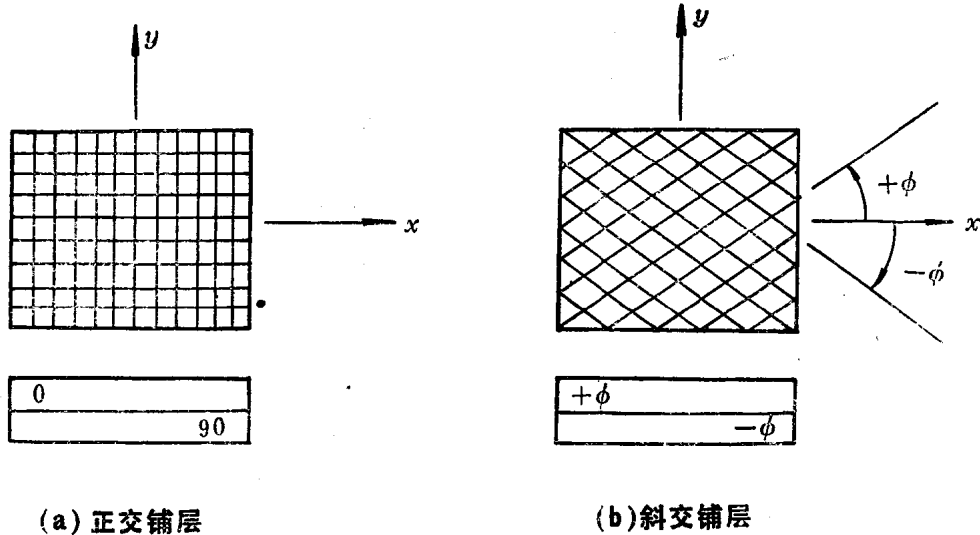


图1—4 多向层合板类型

二、比强度、比刚度高

由于纤维材料缺陷大大减小,避免了低应力脆断,因而纤维具有高的强度。复合材料就是由高强度低密度的脆性纤维,与低强度、低模量和低密度的塑料基体复合。可以制造出强

度比铝高三倍，重量只有铝的60%的新型材料，也可以制造出强度和刚度与高强度钢相同，而重量只有钢的70%左右的复合材料。这是一种很有发展前途的材料。表 1-2 给出了几种常见复合材料的比强度和比刚度。

表1-2

材 料	比 强 度 $\sigma/\rho(\text{km})$	比 刚 度 $E/\rho(\text{Mm})$
玻璃/环氧 (玻璃钢)	53	2.1
高强度碳/环氧	103	2.1
高模量碳/环氧	67	15
硼/环氧	66	10

三、复合材料具有可设计性

复合材料是由两种不同强度与模量的材料组成，而且层合板的每一铺层方向又可以随意铺设。所以变化其组分材料的组成、含量与铺设方向和顺序，可以达到结构物强度、弹性与方向性的要求。例如受内压的薄壁筒，由材料力学可知纵截面上应力为横截面应力的两倍。因而可以用 2:1 的经纬交织纤维布，使环向与轴向获得相同的强度储备。这是一般金属结构设计办不到的。因此为设计人员提供了可任意设计的材料，以达到结构与材料高度统一的优化设计。

另外，复合材料可以根据需要改善材料的物理力学性能。如强度、刚度、疲劳寿命，耐腐蚀、耐磨损，绝热性、隔音性以及导热、导电性等。总之，复合材料可以根据设计要求，在一定范围内，选择合适的组分材料、铺设顺序和工艺，以达到预期的目的。

四、力学性能的特点

复合材料具有不均匀性和各向异性的特征。在外力作用下其变形特征不同于一般各向同性材料。一种外力可以引起多种基本变形。对于各向同性材料，正应力只产生正应变，剪应力只产生剪应变。而对于复合材料的单向层板，是正交各向异性材料。如图1—5所示在非材料的主方向承受应力。正应力不仅会产生正应变，而且也会产生剪应变。同样剪应力除了产生剪应变外，也要产生正应变。我们把这种正应力产生剪应变，剪应力产生正应变的现象称为耦合效应。

这种耦合作用是由于材料物理特性所决定的。各向同性材料独立的弹性常数只有两个：弹性模量 E 和泊松比 ν (或剪切模量 G)。对于各向异性的单向层板，在面内有两个材料主方向：纤维方向 (纵向 L) 和垂直于纤维方向 (横向 T)，在 $L-T$ 坐标系中，其独立弹性常数有四个：纵向弹性模量 E_L ，横向弹性模量 E_T ，横向泊松比 ν_{LT} (纵向泊松比 ν_{TL})，纵 横 向 剪 切 模 量 G_{LT} 。

对于各向同性材料，强度与方向无关。但对于各向异性材料，强度随方向而异。上述单向层板在其面内有五个基本强度：纵向拉伸强度 X_t ，纵向压缩强度 X_c ，横向拉伸强度 Y_t ，横向压缩强度 Y_c ，面内剪切强度 S 。其它如热性能也是各向异性的。单向层板纵向和横向热膨胀系数 α_L 和 α_T 也是不同的。

总之，单向层板的各类参数都是方向的函数。在复合材料力学中，各类参数的坐标转换

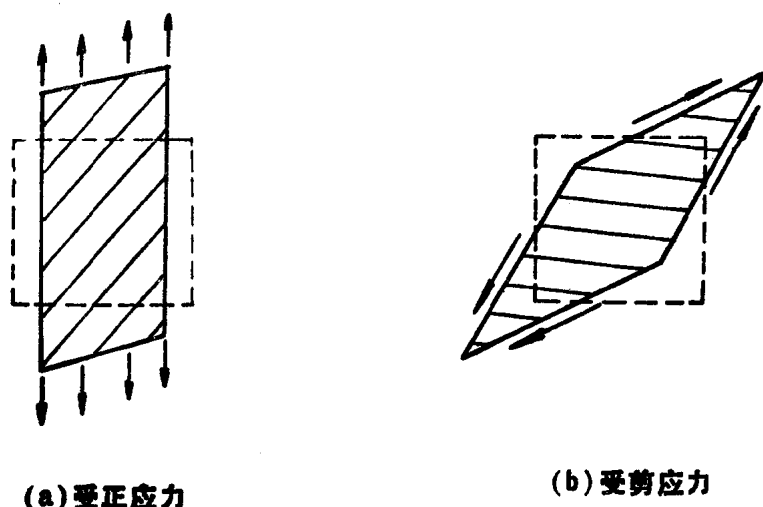


图1—5 正交异性材料的耦合作用

关系是经常遇到的。必须熟练地掌握和运用。

将单层复合材料作为结构来分析，必须承认材料的多相性，以研究各相材料之间的相互作用。由组分材料的性能和界面特性预测复合材料的性能，这种研究方法称“微观力学”方法。当然这里所说的微观并不是分子结构的微观力学。为了区别，有的参考书又称“细观力学”。由于微观力学总是在某些假定基础上建立模型来模拟复合材料，所以其分析结果必须用宏观实验来验证。由于工程问题的复杂性，目前的理论分析总带有一定的局限性。但微观力学在解释复合材料机理，发掘材料本质和正确合理使用材料等方面是很有意义的。

研究单层复合材料时，也可以假定材料是均匀的。纤维和基体视为一体。不考虑组分材料的相互影响，仅考虑复合材料的平均表现性能，这种方法称为“宏观力学”方法，即应力和应变均定义在宏观尺度上。这种宏观的应力和应变不是基体相和纤维相的真实应力和应变值，而是在宏观尺度上的某种平均值。材料的各类参数也是定义在宏观尺度上的，这些参数只能靠宏观实验来获得。宏观力学的方法显然粗糙得多。由于它是以试验结果作为依据，因而其实用性比微观力学强得多。本书着重从宏观力学的角度研究复合材料，对微观力学的方法将用专章作介绍。复合材料力学主要是研究单层板（铺层）和层合板。至于工程结构的分析属于复合材料结构的内容。

§ 1-4 复合材料力学的基本假设

1. 层合板是连续的

认为复合材料空间内充满着物质，材料是密实的。忽略了由于工艺等原因所造成的极少的空隙和缺陷。也忽略了层间的部份，认为各铺层是直接相连的。由于连续性假设，层合板中的应变则视为连续分布。数学分析中连续性概念，微积分的方法都可应用。

2. 单向层合板是均匀的

认为单向层合板任一微小单元体，其力学性能在给定的坐标系下都是完全相同的，即具

有相同的宏观力学参数。对于多向层合板，在同一铺层组内也是均匀的。而对于不同铺设方向的铺层组，尽管是用同一种材料铺设的，而在给定的坐标系中，由不同铺设方向铺层中切取的微体，其力学性能对同一坐标系是不同的。所以多向层合板是分层均匀的。

3. 单向层合板是正交各向异性的

一般单向纤维、经纬交织布或纤维斜向交织的单向层合板均具有一对互相垂直的弹性对称面，故认为单向层合板是正交各向异性的。而多向层合板或单向层合板其坐标系方向不与材料主方向重合时，则是各向异性的。

4. 层合板是线弹性、小变形的

层合板在外力作用下变形与外力呈线性关系。卸载后层合板能恢复原来形状，故材料服从虎克定律。变形与层合板原始尺寸相比通常是很小的，故在研究其平衡、受力、变形时，均可按构件原始尺寸和形状进行计算。

上述四项基本假设，除多向层合板的分层均匀性和各向异性与材料力学中均匀性和各向同性假设有区别外，其余均相同。因此在材料力学中凡与这两点无关的原理和方法，如叠加原理，应力和应变转换方法均可在本书中运用。

总之，本书侧重从“宏观力学”的角度研究正交各向异性、均匀的单向层合板和各向异性分层均匀的多向层合板，可视为连续介质在线弹性、小变形下研究其刚度和强度。

第二章 单向层合板的正轴刚度

§ 2-1 概 述

本章研究正交各向异性、均匀的单向层合板为连续介质时，在线弹性、小变形情况下的刚度。由于层合板厚度与平面内长、宽相较很小，故一般按平面应力状态分析。即只考虑铺层面内应力，而不计垂直于铺层面的应力。

材料力学中研究各向同性材料，其材料性质与方向无关。如果已知一点的应力状态，只要求出该点的主应力和最大剪应力，就可根据强度理论进行强度校核。而单向层板的刚度随铺层方向而变，刚度的变化与应力和应变方向有关。对于单向层板，强度校核也必须校核材料主方向（正轴向）的强度。故应力和应变的转换关系是非常重要的。本章也将予以研究。

为了便于后面的研究，本节先对复合材料的应力和应变的概念和符号作简要的说明。

应力：材料力学中定义应力是分布内力的集度。应力与截面上点的位置有关，不同的点一般有不同的应力。然而在复合材料力学中，往往是指某一具体范围内的平均应力，即该范围内各点应力的平均值。若把一个铺层视为一个均匀连续体得到的平均应力，称为铺层应力。而把整个层合板视为整体时的平均应力，称为层合板应力。本章研究单向层合板，故在层合板面内的外力作用下，层合板应力即为铺层应力。用 σ_1 、 σ_2 （或 σ_x 、 σ_y ）表示其正应力分量， τ_{12} （或 τ_{xy} ）表示其剪应力分量（见图2—1）。这里下角标1和2分别表示材料的两个主方向（正轴向）， x 和 y 分别表示两个任意的坐标轴方向（偏轴向）。

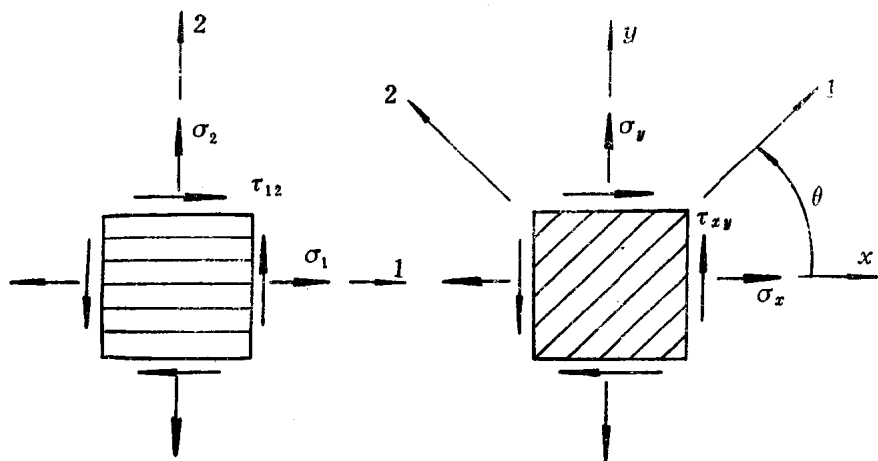


图2—1 应力与坐标系的关系

正应力的符号：规定拉为正，压为负。剪应力的符号：规定正面正向或负面负向为正，否则为负。所谓正面是指截面外法线方向与坐标轴方向一致，否则称为负面。图2—1给出的

正应力与剪应力都是正的。

应变：弹性体内任一点 P ，沿 x 轴和 y 轴方向取两个微小线段 $PA=dx$ 和 $PB=dy$ （图2—2），假定弹性体受力后， P 、 A 、 B 三点分别移动至 P' 、 A' 、 B' 。设 P 点在 x 方向的位移分量是 u ，则 A 点在 x 方向的位移分量将是 $u + \frac{\partial u}{\partial x} dx$ 。故线段 PA 在 x 轴方向的线应变是

$$\varepsilon_x = \frac{\left(u + \frac{\partial u}{\partial x} dx\right) - u}{dx} = \frac{\partial u}{\partial x}$$

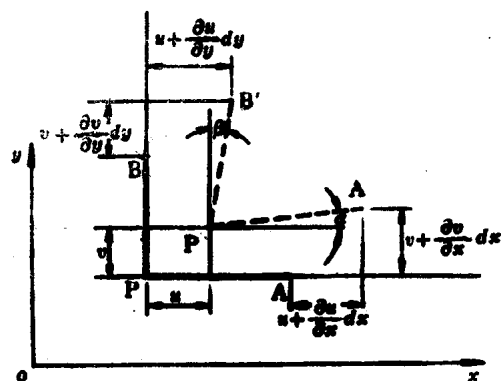


图2—2 微体的变形

这里，由于位移极小， y 方向位移 v 引起线段 PA 的伸缩为高阶微量，略去不计。

同理可得线段 PB 的正应变是

$$\varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y}$$

PA 与 PB 所夹直角的改变，定义为剪应变 γ_{xy} 。由图2—2可知

$$\gamma_{xy} = \alpha + \beta$$

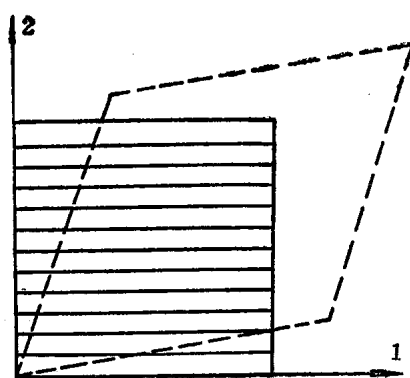
PA 线段的转角 α 为

$$\alpha \approx \tan \alpha = \frac{\left(v + \frac{\partial v}{\partial x} dx\right) - v}{dx} = \frac{\partial v}{\partial x}$$

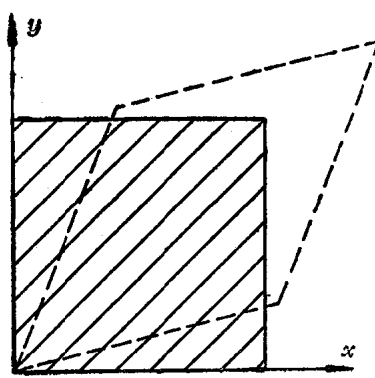
PB 线段的转角 β 为

$$\beta = \frac{\partial u}{\partial y}$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}$$



(a) 产生 $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \gamma_{12}$



(b) 产生 $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \gamma_{xy}$

图2—3 应变与坐标系的关系

对于单向层合板，在层合板面内的外力作用下，层合板应变即为铺层应变。用 ε_1 、 ε_2 、 γ_{12} 表示材料主方向（正轴向）相应的三个应变分量，如图2—3(a)。用 ε_x 、 ε_y 、 γ_{xy} 表示两个任意坐标轴方向对应的三个应变分量，如图2—3(b)。

应变符号：正应变规定伸长为正，缩短为负。剪应变规定与坐标方向一致的直角减小为正，增大为负。图2—3表示的均为正值。

§ 2-2 单向层合板正轴应力-应变关系

单向层合板为正交各向异性材料，在其主方向上（正轴向）某一点处的正应变 ε_1 、 ε_2 只与该点处的正应力 σ_1 、 σ_2 有关，而与剪应力 τ_{12} 无关。同时，该点处剪应变 γ_{12} 也仅与剪应力 τ_{12} 有关而与正应力无关。由于材料线弹性和小变形可以运用叠加原理，即全部应力分量引起某一方向的应变分量，等于各应力分量引起该方向应变分量的代数和。因而我们可以把组合应力看成单轴应力的简单叠加，利用单轴试验的结果建立正轴的应力-应变关系。

一、纵向单轴试验

图2—4(a) 表示在纤维方向即材料主方向 1 承受单轴应力 σ_1 ，将引起双轴应变，试验的应力-应变曲线如图2—4(b) 所示。由此可建立应力-应变关系，即

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_1^{(1)} &= \frac{1}{E_L} \sigma_1 \\ \varepsilon_2^{(1)} &= -\nu_{TL} \varepsilon_1^{(1)} = -\frac{\nu_{TL}}{E_L} \sigma_1 \end{aligned} \right\} \quad (2-1)$$

式中 E_L 为纵向弹性模量。

ν_{TL} 为纵向泊松比，即 $\nu_{TL} = -\frac{\varepsilon_2^{(1)}}{\varepsilon_1^{(1)}}$ 。

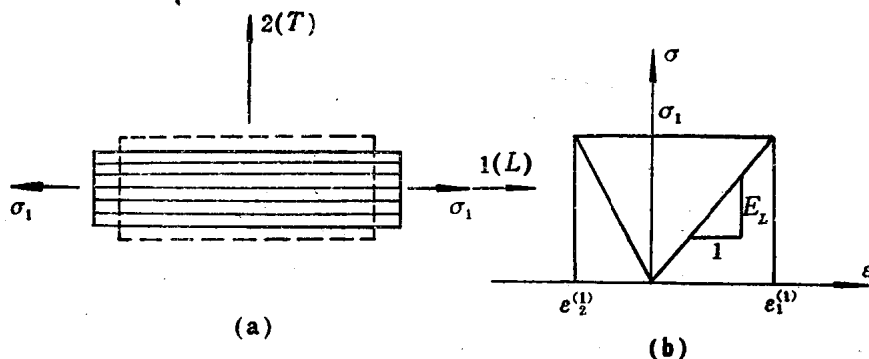


图2—4 纵向单轴实验

试验得到的纵向弹性模量，反映了单向层合板纵向的刚度特性。在相同的 σ_1 作用下， E_L 越大， $\varepsilon_1^{(1)}$ 越小。纵向泊松比，是单向层合板由纵向单轴应力引起的横向线应变与纵向线应变之比值。由于纵向伸长引起横向缩短，故贯以负号。

二、横向单轴试验

图2—5(a) 表示在垂直于纤维方向即材料的另一主方向 2 承受单轴应力 σ_2 。其应力-应变关系曲线如图2—5(b)所示。由 σ_2 引起的双轴应变分别为

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_2^{(2)} &= \frac{1}{E_T} \sigma_2 \\ \varepsilon_1^{(2)} &= -\nu_{LT} \varepsilon_2^{(2)} = -\frac{\nu_{LT}}{E_T} \sigma_2 \end{aligned} \right\} \quad (2-2)$$

式中 E_T 为横向弹性模量。

ν_{LT} 为横向泊松比, 即 $\nu_{LT} = -\frac{\varepsilon_1^{(2)}}{\varepsilon_2^{(2)}}$ 。

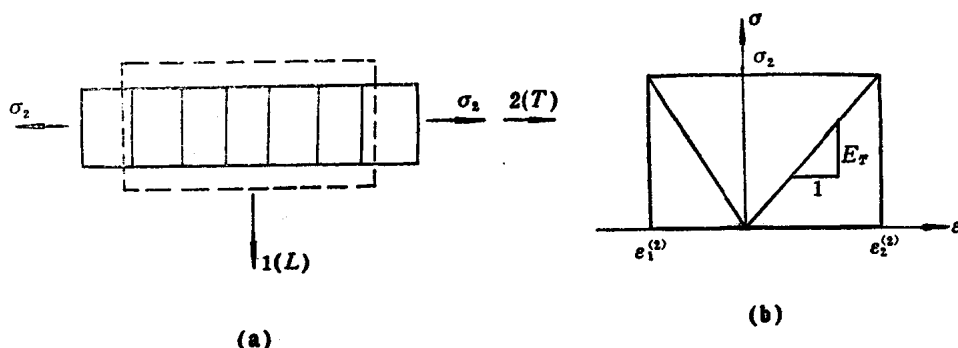


图2—5 横向单轴试验

试验得到的横向弹性模量反映了单向层合板横向的刚度特性。在相同的 σ_2 作用下 E_T 越大, $\varepsilon_2^{(2)}$ 越小。横向泊松比, 是单向层合板由横向单轴应力引起的纵向线应变与横向线应变之比。由于横向伸长引起纵向缩短, 故贯以负号。

三、面内剪切试验

图2—6表示单向复合材料在材料的两个主方向上 (即两个正轴向) 受纯剪切试验时的应力-应变关系。由 τ_{12} 引起的剪应变为

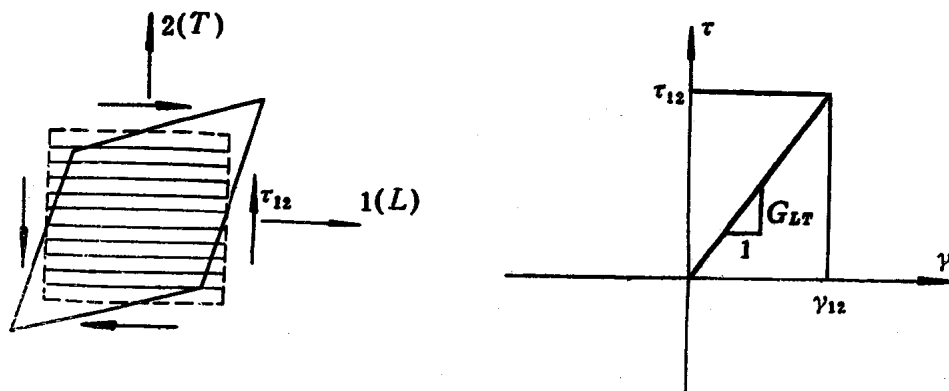


图2—6 面内剪切试验