計量經濟學導論

林 華 德 著

國立臺灣大學經濟研究所畢業
第一位國家經濟學博士
國立臺灣大學經濟系副教授

三 民 書 局 印 行

行政院新聞局登記證局版臺業字第〇二〇〇號

中華民國八十七年九月初版

基本定價伍元壹角叁分

著作者 林華德
發行人 劉振强
出版者 三民書局股份有限公司
印刷所 三民書局股份有限公司
臺北市重慶南路一段六十一號
郵政劃撥九九九八號

計量經濟學導論　目次

序

第一章　緒　　論

第二章　簡單迴歸

第三章　簡單迴歸的擴大

第四章　一般線性模型

第五章　迴歸分析的進一步討論

第六章　干擾項的自我迴歸與變異數不齊一

第七章　統計資料不充分的廻歸分析

第八章　古典廻歸函數型態的檢討

第九章　一般化線性廻歸模型

第十章　系統方法

附　　錄

主要參考文獻

第一章 緒 論

我們知道經濟學係用來解釋經濟現象與解決經濟問題的科學，專家們爲了分析經濟現象及明晰問題起見，往往須先設立一些基本的假定，並根據基本假定，透過邏輯的推演而得到經濟的假說 (*hypothesis*)，假說之是否適用乃依存於基本假定的適切性、邏輯推演的嚴密性及結論的證實性。對於基本假定的設立涉及個人對經濟環境的瞭解，其主觀成份很濃，較乏客觀的共同性；邏輯的推演，一般說來以數學表達較爲嚴密，且比較不易產生誤解，而被大多數學者所共同體認；至於結論的驗證端賴統計方法以收集、整理、比較並作各種統計推論。因此經濟理論固用以解釋經濟現象及解決經濟問題，但是它不一定具有實用性，也不一定可以解決得了經濟問題，也正因爲如此，假說的檢定是實證工作者極需關注的主題。假說的檢定須依靠統計的方法來處理，但是我們也知道統計學處理的對象是資料 (*data*)，這些資料却不一定就是經濟資料。基於這樣的考慮，在經濟學、數學與統計學的配合下，產生了所謂的計量經濟學 (*Econometrics*)。

推溯計量經濟學的被重視，實在是最近五十年的事，在1930年，一些經濟學名家，如 *I. Fisher, R. Frisch, C. F. Roos, J. Schumpeter, H. Schultz* 等人在美國 *Cleveland* 正式成立的 *Econometric Society* 引起計量經濟學蓬勃發展的導火線，該學會出刊的 *Econometrica* 也一直爲計量經濟理論的最重要發表園地。在這五十年的日子裏，神速的發展，使得以古典常態線性廻歸式爲主的計量方法變成可解決各種複雜經濟問題的今日局面；其中，像 *J. D. Sargan, J. Durbin, G. S. Watson,* *D. Cochrane, G. H. Orcutt* 對干擾項自我廻歸的貢獻；*M. Goldfeld, R. F. Quandt*, 對干擾項變異數不齊一的檢定；*A. C. Aitken, A. Zellner, R. W. Parks, R. L. Basemann* 等人在一般化最小平方法的成就；*L. R. Klein, M. Nerlove, S. Almon, D. W. Jorgenson* 在時差分配模型的努力，都曾對單一方程式的處理提供重大的進展，在聯立方程式方面，*T. C. Koopmans, F. M. Fisher* 對認定概念的整理，*A. Zellner, H. Theil* 的三段最小平方法，*L. R. Klein, A. S. Goldberger, H. Theil, J. C. G. Boot* 諸人在動態總體模型的貢獻也都被人津津樂道。

將與古典常態線性廻歸模型有關的廻歸分析，組成本書的主要內容。本書共分十章，除第一章外，第二章至第五章用以說明當古典常態線性廻歸的基本假定存在時，單一方程式的各種統計推論。第六章至第九章則用來介紹古典常態線性廻歸的基本假定被破壞時，較佳的統計方法。第十章說明聯立方程式的處理方法，以別於前面八章的單一方程式。在估計方法上，一律採取最小平方法 (*least square method*)，在各種模型裏，利用古典最小平方法以求取參數 (*parameter*) 的估計式 (*estimator*)，並瞭解其統計性質，是否可以滿足小樣本的不偏性 (*unbiasedness*) 及有效性 (*efficiency*)，或大樣本的一致性 (*consistency*) 及漸近有效性 (*asymptotic efficiency*) 等統計準則，如果這些統計準則可以滿足的話，那麼就以古典最小平方法求得的參數估計式，作爲參數的最佳估計式，並據此以從事檢定 (*testing*) 及推定 (*estimation*)。如果古典最小平方法所求取之參數估計式不能滿足大、小樣本的統計準則，則吾人知道古典最小平方法將不是最佳估計式，這時我們代之以其他的最小平方法，如修正變量、二段最小平方法、一般化最小平方法、工具變數運用等來求取較佳的估計式，以利檢定及推定之用。

第二章 簡 單 廻 歸

經濟理論用以探究經濟變數間的因果關係，但對於因果關係的檢定與測度，則須依賴統計的技巧，最古典也是最基本的這套統計方法就是簡單廻歸。

簡單廻歸僅僅考慮一個解釋變數與一個被解釋變數，同時對於廻歸參數也只考慮線性或稱一次式的關係。該二種變數間的因果關係具有隨機性關係(*stochastic relationship*)，而有異於確定性關係(*deterministic relationship*)，因此在使用計量經濟方法，必須考慮干擾項(*disturbance term*)，簡單廻歸的特色在於將此干擾項給予最古典也是最單純的假定，用以求取參數之估計式。

第一節 廻歸模型

最簡單的廻歸模型可用下式表示:

$$Y_i=\alpha+\beta X_i+\varepsilon_i \tag{2-1}$$

Y_i 爲被解釋變數，或稱爲應變數，X_i 爲解釋變數，又稱之爲自變數，α、β 分別表示未知的母體參數，ε_i 爲干擾項，下標 i 則表示第 i 個觀察值。該式中，α 值表示 X_i 等於 0 時 Y_i 的值，β 則表示增加一單位的 X_i 對 Y_i 的影響程度。這兒我們必須注意到二件事：(a) 由於上式中有干擾項的存在，表示X對Y的影響是隨機的，而非是確定的，所以對應每一個 X_i 值的 Y_i 值應是一個機率分配，而非單一值，換句話說，每一個 X_i 値對應有很多的Y値，該Y値的機率分配

型態乃對應於 ε_t 的機率型態。(b) 廻歸式中已指明 X_t 是解釋變數，Y_t 是被解釋變數，換句話說，廻歸式本身告訴我們 Y_t 是 X_t 的函數，這裏面已有因果關係的存在，而不可任意將因果倒置，寫成 X_t 爲 Y_t 的函數。

既然干擾項的存在是如此的被强調，那麼我們試問，在一般從事計量經濟的人爲甚麼非考慮 ε_t 不可呢？難道經濟現象一定以機率關係存在嗎？爲此，讓我們考慮一個實際的例子吧！我們說臺灣的消費函數爲

$$C=130+0.9Y_d$$

C 表示消費，Y_d 表示可支用所得，0.9 就是所謂的邊際消費傾向，如果我們是採取橫斷面 (*cross section*) 的資料，則該式說明每戶家庭增加一元的可支用所得，一定要花 0.9 元於消費上，絕沒有家庭增加一元所得，只花 0.88 元，或 0.91 元於消費上，這恐怕與實際經濟現象不太相近吧！那麼我們加進了干擾項，表示增加一元的所得，預期消費爲0.9元，但不一定就是 0.9 元，這樣的結論事實上也較易爲一般人所接受。

這兒我們進一步要問干擾項是如何形成的，廻歸式之干擾項包含的內容複雜得很，主要的是下述這四項：

a. 許多被忽略的較不重要解釋變數在廻歸中未被明列，就以消費函數爲例，除了所得以外，利率水準、消費習慣也都可能影響消費行爲，但是在簡單廻歸式中，因爲這些變數相對地不太重要而被去除。若嚴格說來，有某一函數可能是

$$Y=F(X, Z_1, Z_2, \cdots, Z_n)$$

但我們把 $Z_1, Z_2, \cdots, Z_n$ 的變數省略不考慮了，而寫成

$$Y=f(X, \varepsilon)$$

的關係，這時 $Z_1, Z_2, \cdots, Z_n$ 已被併入於 ε 項了。

b. X 與 Y 的關係可能並不是線性關係，例如:

$$Y=10+0.8X+0.06X^2$$

這時我們採簡單廻歸式，則只取

$$Y=10.2+0.81X$$

顯然的，在上述二條廻歸式中，固然都是X解釋Y，不過因爲X與Y的眞正關係爲二次式，而誤採一次式所致。

c. 人類行爲中，有些是基本的，但具有不可預知性的成分，無法在函數中顯現出來，我們只好把它當作干擾項的一部份。經濟模型的建立無法像自然科學在實驗室進行那樣，必然會涉及一些不能控制變數出現於模型建立的過程中，而使樣本資料難以去除這些因素。

d. 觀察或測量的誤差，乃存在於變數的統計數據中，換句話說，觀察值與眞實值並不相同，爲了解決這種特殊問題，我們將另闢一章，專門介紹觀察誤差的特性及統計處理方法。

干擾項的存在使得理論Y值無法成爲某單一確定值，而干擾項的數據又是吾人所未能事先知道的，因此從事廻歸分析時，必先對該干擾項ε給予一些基本的假定，方能求得母體參數的估計式。

傳統上，我們對ε作了如下五個基本假定:

1. ε_i 爲常態分配。
2. $E(\varepsilon_i)=0$。
3. $E(\varepsilon_i^2)=\sigma^2$，稱之爲變異數齊一性（*homoskedasticity*）
4. $E(\varepsilon_i,\varepsilon_j)=0, (i\neq j)$，稱之爲非自我相關（*non-autocorrelation*）或無序列相關。
5. X_i 爲非機遇的（*nonstochastic*）變數，在任何樣本下

$$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2$$

皆爲不等於零的有限數値。所謂 X_i 爲非機遇性是指樣本在重

複抽樣時，X_i 具有固定的數値。

滿足上述五個基本假定的直線廻歸式，稱之爲古典常態線性廻歸模型 (*classical normal linear regression model*)。在該模型中，ε_i 乃期待値爲零的常態分配，不同期干擾項的互變異數 (*covariance*) 爲 0，表示每一個 ε_i 都是獨立的 (*independent*)。同時 ε_i 是常態分配，而其變異數 (*variance*) 固然是固定的 σ^2，但其數値却非事前所知道的，因此連同廻歸式中的 α，β 二個未知參數，在古典常態線性的廻歸模型中，有三個未知參數。

從上述的基本假定中，我們知道 ε_i 爲常態分配，其變異數固定爲 σ^2，而根據 (2-1) 式 $Y_i=\alpha+\beta X_i+\varepsilon_i$，可知在 X_i 爲非隨機變數情況下，Y_i 乃是以 $\alpha+\beta X_i$ 爲期待値，而以 σ^2 爲變異數的常態分配。亦即

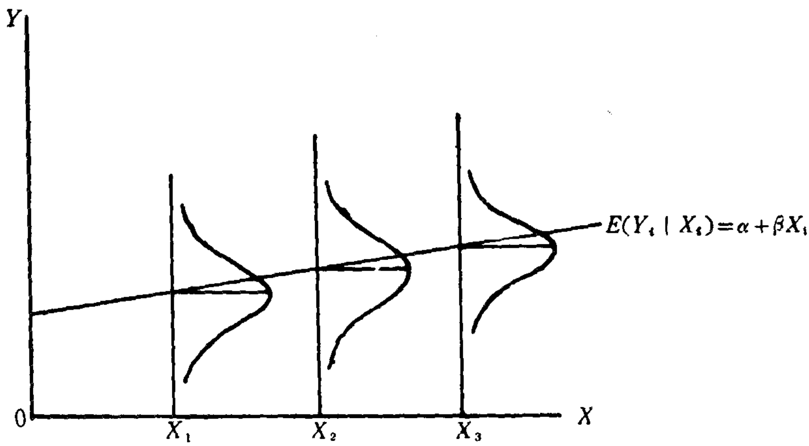
$$\begin{aligned}E(Y_i|X_i)&=E(\alpha+\beta X_i+\varepsilon_i)\\&=(\alpha+\beta X_i)+E(\varepsilon_i)\\&=\alpha+\beta X_i\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\mathrm{Var}(Y_i)&=E[Y_i-E(Y_i|X_i)]^2\\&=E[(\alpha+\beta X_i+\varepsilon_i)-(\alpha+\beta X_i)]^2\\&=E(\varepsilon_i{}^2)\\&=\sigma^2\end{aligned}$$

因此 Y_i 的分配可寫成 $Y_i\sim N(\alpha+\beta X_i,\sigma^2)$，式中 $E(Y_i|X_i)$，習慣上，往往寫成 $E(Y_i)$，所以要注意 $E(Y_i)$ 的符號在廻歸式中，已表示 X_i 的存在了。今以圖 2-1 說明之，在圖中，我們設 α、β 皆爲正値 (如非正値並不影響我們的說明)，則古典常態線性廻歸的圖形，有如圖 2-1 所示。

在圖形中，我們可以看出相對照每一個 X_i 都有一個 Y_i 的分配，

圖 2-1



該分配係以 $\alpha+\beta X_i$ 爲其期望値且有相同變異數的常態分配，一般爲簡單起見，畫圖時往往把 Y 的分配形狀予以忽略，而只畫出 X 對 Y 期待値的關係。

我們知道 (2-1) 式中所示 $Y_i=\alpha+\beta X_i$ 是母體迴歸線 (*population regression line*)，正如大家所熟知母體的眞實値是未可知的，吾人只能以樣本迴歸式來推定母體的內涵，今以 (2-2) 式的迴歸作爲 (2-1) 式的估計式:

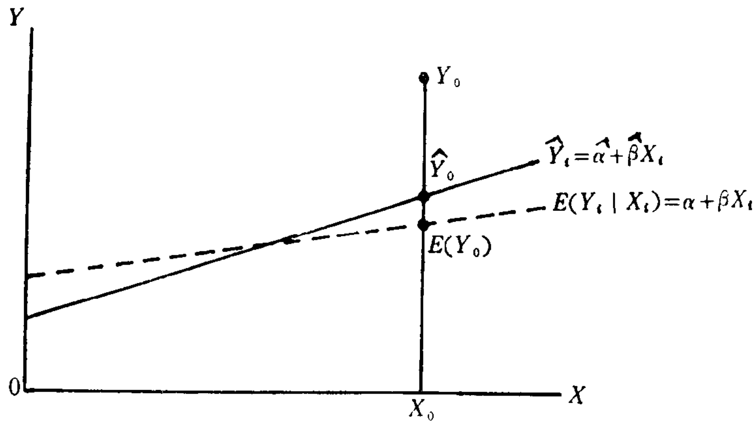
母體 $\quad Y_i=\alpha+\beta X_i+\varepsilon_i \qquad (2\text{-}1)$

樣本 $\quad Y_i=\hat{\alpha}+\hat{\beta}X_i+e_i \qquad (2\text{-}2)$

(2-2) 式中之 $\hat{\alpha}$、$\hat{\beta}$ 分別表示 α、β 的樣本估計式，e_i 爲殘差項 (*residual*)，可視爲樣本迴歸式的剩餘値，充當爲干擾項的估計値。

由 (2-2) 式知道 Y_i 的估計式 $\hat{Y}_i=\hat{\alpha}+\hat{\beta}X_i$ 爲樣本迴歸線 (*sample regression line*)。母體迴歸式與樣本迴歸式之間當會有所差異，今以圖 2-2 說明之。

圖 2-2



圖形中，以實線表示我們利用觀察值所推估的樣本迴歸線，虛線則表示存在於母體而爲我們所未知的母體迴歸線，今有某 X_0 點，則對應的統計觀察值爲 Y_0，而其樣本估計値爲 $\hat{Y}_0$，母體眞實値應爲 $E(Y_0)$，這三個數值往往是不會相同的，而三者的大小端視樣本迴歸線與母體迴歸線圖上的位置而定，圖形中 Y_0 到 $\hat{Y}_0$ 之間的垂直距離，表示樣本的剩餘值，Y_0 與 $E(Y_0)$ 的垂直距離表示干擾項的數値，$\hat{Y}_0$ 與 $E(Y_0)$ 之間的垂直距離則表示抽樣誤差（*sampling error*）。

第二節　簡單迴歸式的參數估計

我們知道母體迴歸式是吾人所未能知的，只有利用樣本迴歸式以推測母體，因此我們利用各種統計的估計方法以求取最佳的母體估計式。

最常用也是貫徹本書的估計方法，乃採最小平方法，該法的特色在於求取觀察值與估計值之誤差的平方和爲最小，換句話說，在求取 Σe_i^2 爲最小。我們知道

$$e_i = Y_i - \hat{Y}_i \tag{2-3}$$

今以 $\mathscr{L}$ 表示 Σe_i^2 時，則

$$\mathscr{L} = \Sigma e_i^2 = \Sigma(Y_i - \hat{Y}_i)^2$$
$$= \Sigma(Y_i - \hat{\alpha} - \hat{\beta}X_i)^2 \tag{2-4}$$

(2-4) 式中有 $\hat{\alpha}$、$\hat{\beta}$ 二個未知數，我們要求取 $\mathscr{L}$ 爲 $\hat{\alpha}$ 與 $\hat{\beta}$ 的函數，爲求取 $\mathscr{L}$ 之最小，必須就 (2-4) 式分別對 $\hat{\alpha}$、$\hat{\beta}$ 求取偏微分，並設其等於 0，亦即:

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial \hat{\alpha}} = -2\Sigma(Y_i - \hat{\alpha} - \hat{\beta}X_i) = 0 \tag{2-5}$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial \hat{\beta}} = -2\Sigma(Y_i - \hat{\alpha} - \hat{\beta}X_i)X_i = 0 \tag{2-6}$$

整理上面二式，可得二條標準方程式 (*normal equations*)

$$n\hat{\alpha} + \hat{\beta}\Sigma X_i = \Sigma Y_i \tag{2-7}$$

$$\hat{\alpha}\Sigma X_i + \hat{\beta}\Sigma X_i^2 = \Sigma X_i Y_i \tag{2-8}$$

從 (2-5) 與 (2-6) 式分別可以得到二個有趣的結論:

$$\Sigma e_i = 0 \tag{2-5$'$}$$

$$\Sigma e_i X_i = 0 \tag{2-6$'$}$$

(2-5)′式告訴我們所有廻歸殘差值的總和必爲 0，其平均數當然也就必爲 0 了，(2-6)′式告訴我們 e_i 與 X_i 之間具有獨立 (*independent*) 的關係，以致其互變異數 (*covariance*) 亦等於 0。

由 (2-7) 式及 (2-8) 式可以；求得 $\hat{\alpha}$、$\hat{\beta}$ 二個未知數的解值，利用 *Camer's rule*，得

$$\hat{\beta} = \frac{\begin{vmatrix} n & \Sigma Y_i \\ \Sigma X_i & \Sigma X_i Y_i \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} n & \Sigma X_i \\ \Sigma X_i & \Sigma X_i^2 \end{vmatrix}}$$

$$=\frac{n(\Sigma X_iY_i)-(\Sigma X_i)(\Sigma Y_i)}{n(\Sigma X_i^2)-(\Sigma X_i)^2} \tag{2-9}$$

事實上，我們求取 $\hat{\alpha}$，$\hat{\beta}$ 之值並不必像（2-9）式展開得那麼複雜，由（2-2）式中知

$$Y_i=\hat{\alpha}+\hat{\beta}X_i+e_i \tag{2-2}$$

今就（2-2）式取總加（Σ），再除 n，即得其平均值爲

$$\bar{Y}=\hat{\alpha}+\hat{\beta}\bar{X} \tag{2-10}$$

以（2-2）式減去（2-10）式，得

$$(Y_i-\bar{Y})=\hat{\beta}(X_i-\bar{X})+e_i \tag{2-11}$$

因此　$$\mathscr{L}=\Sigma e_i^2=\Sigma[(Y_i-\bar{Y})-\hat{\beta}(X_i-\bar{X})]^2$$

$$\frac{\partial\mathscr{L}}{\partial\hat{\beta}}=-2\Sigma[(Y_i-\bar{Y})-\hat{\beta}(X_i-\bar{X})]\cdot(X_i-\bar{X})=0$$

$$\therefore\quad \hat{\beta}=\frac{\Sigma(X_i-\bar{X})(Y_i-\bar{Y})}{\Sigma(X_i-\bar{X})^2} \tag{2-12}$$

當然（2-9）式經過整項之後亦可得到（2-12）式之結果，自不待言。今若以 $x_i=X_i-\bar{X}$，$y_i=Y_i-\bar{Y}$ 則（2-12）式可寫成

$$\hat{\beta}=\frac{\Sigma x_iy_i}{\Sigma x_i^2} \tag{2-13}$$

有了 $\hat{\beta}$ 的估計式，再利用（2-10）式求取 $\hat{\alpha}$ 的估計式，即

$$\hat{\alpha}=\bar{Y}-\hat{\beta}\bar{X} \tag{2-10$'$}$$

第三節　參數估計式之特性

首先我們討論參數估計式 $\hat{\beta}$ 之點推定，是否能滿足小樣本的不偏性。

$$E(\hat{\beta})=E\left(\frac{\Sigma x_iy_i}{\Sigma x_i^2}\right)$$

$$=E\left[\frac{\Sigma x_i(\beta x_i+\varepsilon_i-\bar{\varepsilon})}{\Sigma x_i^2}\right]$$

$$=\beta \tag{2-14}$$

同理，我們可以求取

$$E(\hat{\alpha})=\alpha \tag{2-15}$$

因此我們知道利用最小平方法求得之參數估計式 $\hat{\alpha}$，$\hat{\beta}$ 可以滿足不偏性。

其次我們探究 $\hat{\alpha}$ 及 $\hat{\beta}$ 之變異數，以瞭解其分配情況。

$$\begin{aligned}
\mathrm{Var}(\hat{\beta}) &= E[\hat{\beta}-E(\hat{\beta})]^2 \\
&= E\left[\frac{\Sigma x_i y_i}{\Sigma x_i^2}-\beta\right]^2 \\
&= E\left[\frac{\Sigma x_i(\beta x_i+\varepsilon_i-\bar{\varepsilon})}{\Sigma x_i^2}-\beta\right]^2 \\
&= E\left[\frac{\Sigma x_i\varepsilon_i}{\Sigma x_i^2}\right]^2 \\
&= E\left[\frac{\Sigma(x_i\varepsilon_i)^2+2\sum\limits_{i<j}x_ix_j\varepsilon_i\varepsilon_j}{(\Sigma x_i^2)^2}\right] \\
&= \frac{\sigma^2}{\Sigma x_i^2}
\end{aligned} \tag{2-16}$$

同理可得　$\mathrm{Var}(\hat{\alpha})=\sigma^2\left(\dfrac{1}{n}+\dfrac{\bar{X}^2}{\Sigma x_i^2}\right)$　(2-17)

進一步求　$\mathrm{Cov}(\hat{\alpha},\hat{\beta})=E[(\hat{\alpha}-\alpha)(\hat{\beta}-\beta)]$

由於　$\hat{\alpha}-\alpha=(\bar{Y}-\hat{\beta}\bar{X})-(\bar{Y}-\beta\bar{X}-\bar{\varepsilon})=-(\hat{\beta}-\beta)\bar{X}+\bar{\varepsilon}$

$$\hat{\beta}-\beta=\frac{\Sigma x_i\varepsilon_i-\bar{\varepsilon}\Sigma x_i}{\Sigma x_i^2}=\frac{\Sigma x_i\varepsilon_i}{\Sigma x_i^2}$$

所以　$E[(\hat{\alpha}-\alpha)(\hat{\beta}-\beta)]=E[-(\hat{\beta}-\beta)\bar{X}+\bar{\varepsilon}](\hat{\beta}-\beta)$

$$=-\bar{X}E(\hat{\beta}-\beta)^2+E\left[\bar{\varepsilon}\left(\frac{\Sigma x_i\varepsilon_i}{\Sigma x_i^2}\right)\right]$$