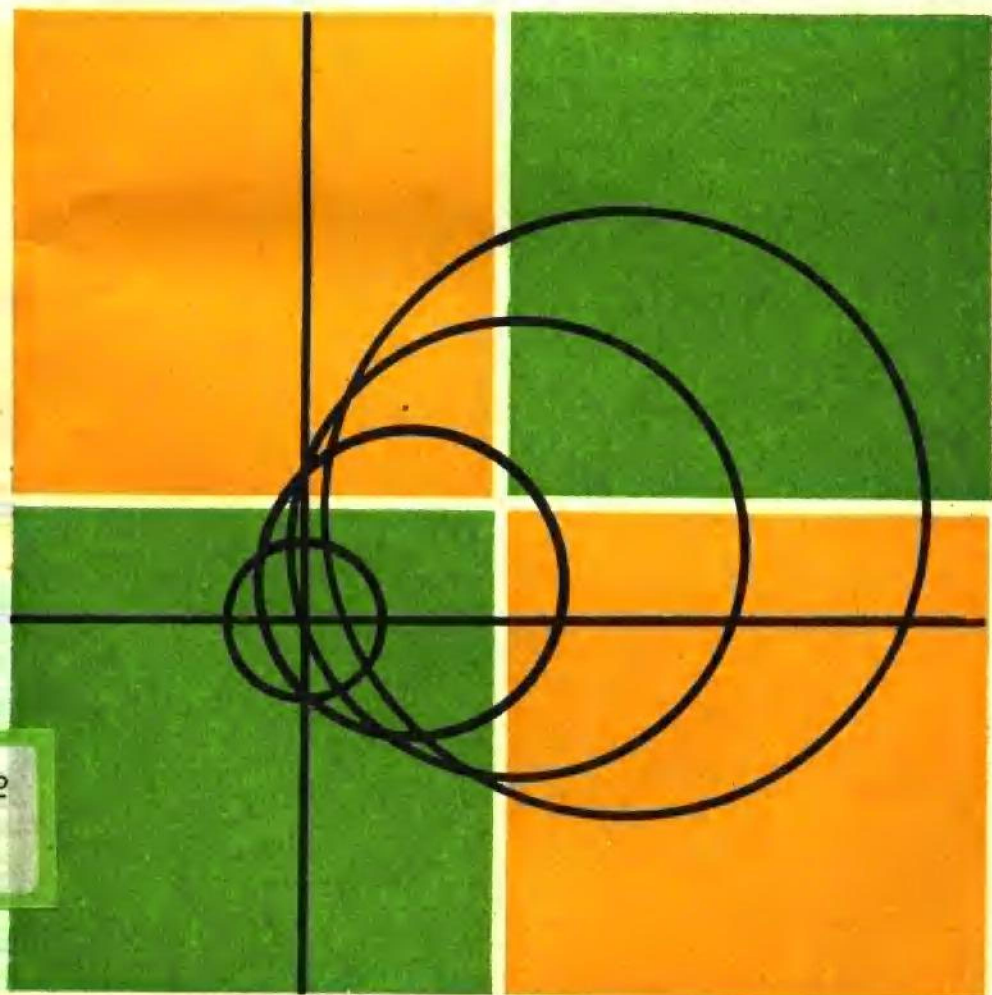


多变量控制系统实践

庞国仲 白方周 濮洪钧 著 ● 中国科学技术大学出版社



前 言

1987年,美国著名化工过程控制学者 Thomas. F. Edgar 把近代工业过程呈现在控制工程师面前的特性概括为下列各点

- 时间延迟
- 非最小相位
- 外部扰动
- 不可测变量
- 内部噪音
- 时变参数
- 非线性
- 多变量耦合

这位学者还在同一篇文章中列表说明了自 1940 年以来过程控制的研究和发展概况,指出多变量控制是 70 年代以来一直受到自动控制学术界和工业界的广泛重视并竞相研究的重要课题。

我们在较长期的科研和工程实践中,曾先后调研了一些重要的工业生产单元(例如加热炉、各种用途的精馏塔、工业锅炉、发电设备、玻璃熔炉和机械制造行业的热处理炉)的运行和控制状况,并先后研制了再沸油加热炉、油厂常压塔、工业锅炉和离子氮化炉的多变量计算机控制系统。在上述工作过程中,我们深入考察了这些工业对象的结构和工艺过程,分析了它们的机理,借助于包括实际测试手段在内的一些办法,探讨了目前在工业生产中广泛应用的一类工业设备的动态特性。发现它们大多是具有时延的多输入—多输出且变量间严重关联的非线性系统,而且在运行过程中,其参数往往发生缓慢变化。此外,这类工业对象还具有明显的分布参数特性。不言而喻,对上述这类控制对

象欲获得其精确的数学模型、并以此设计出性能优异的控制系统是极其困难的，也是不经济的。

因此，在设计上述一类控制系统时，往往要借助于一个能基本反映原对象主要特性、但比原对象又简单得多的近似模型。为此，通常需要对原对象作如下近似处理：

- (1) 分布参数作集中参数处理；
- (2) 对高阶系统进行降阶处理；
- (3) 非线性特性的线性化；
- (4) 时变参数的定常化处理。

这样一来，就把上述一类工业设备简化成具有时延或无时延的、定常的多变量控制对象，一些成熟而行之有效的设计技术就可用于这种对象的设计了。

但是值得指出的是，由于进行了上述一系列简化处理，再加上因环境变化而引起的工业设备内部参数的变化，导致被控对象呈现出明显的结构和参数的不确定性。在这种情况下，理应采用多变量鲁棒控制理论来进行分析和设计，然而遗憾的是，目前这一理论研究虽十分活跃，却未达到实用阶段。一般处理的方法是：先用确定性的多变量控制技术设计出控制系统，然后用摄动法或近似模型法对设计出的系统进行鲁棒性分析。实际情况表明，用这种方法尚能取得具有一定鲁棒性的设计结果。

目前，我国工业生产中广泛应用的一类工业设备的控制系统仍普遍采用单变量 PID 控制方式，这是设计者回避了事实上存在的回路间耦合而采取的近似处理办法。这种人为的简化导致以下一些问题：

(1) 由于没有考虑被控制对象中各回路间的关联，因而很难同时使各个单变量系统稳定地运行，也就无法有效地对这种多输入—多输出、变量间紧密关联的系统实现统一的控制。

(2) 对于存在耦合的系统，由于各回路不能独立考虑，因而各回路 PID 参数的整定不得不多次进行，以便找到一个合适

值，而在很多实际场合，很难得到一个令人满意的整定。

(3) 从理论上讲，PID控制器具有较好的鲁棒性，但是当多个单回路之间存在耦合的情况下，整个系统的鲁棒性无法得到保证。

本书是在我们科研组较长期科学研究和工程实践基础上撰写的。我们编著的“多变量频域理论与设计技术”问世后，受到很多同行的重视，但也有一些同行特别是在工厂、企业从事过程控制和仪表自动化工作的工程师和工程技术人员，希望我们能围绕目前工业生产中广泛应用的一类工业设备的多变量控制问题，编写出一本工程性强且更为实用的书。基于这一主导思想，本书的内容是这样安排的：

(1) 工业多变量控制对象的数学模型获取。由本书的第2，3章组成。主要讨论广泛应用的一类工业对象的动态特性，试验建模方法以及一些实际问题的处理。最后列举了若干典型工业生产单元和工业设备的数学模型。

(2) 多变量控制系统的设计。本书的第4至第9章复盖了这方面的内容。其中包括：

- 多变量 Smith 预估原理及其设计技术；
- 介绍两种成熟而实用的多变量系统频域设计技术——奈奎斯特阵列法和特征轨迹法，以及基于这两种方法的 CAD 软件包；

- 概要阐述了多变量系统频域鲁棒稳定性分析方法。

(3) 多变量控制系统的实现。这部分内容由本书的第10至12章组成，主要包括：

- 讨论了如何将连续域的设计结果进行离散化，从而得出用于软件编程的递推算式。

- 介绍了实施多变量计算机控制用的工业控制机的一般组成，重点介绍了我们自行研制的通用型多变量工业控制机的概貌、软、硬件构成和特点，并讨论了应用控制机实现一类工业设

备控制时的一些实际问题。

值得指出的是，实现一类工业对象的多变量计算机控制是一个十分复杂的工程问题，涉及面很广，如工业设备的机理和运行情况，检测仪表的特性和选择，模型测试时试验数据的采集和处理，采样周期的选择，现场地线处理，干扰抑制，参数整定，执行机构的特性和选取，故障报警和切换以及控制机软、硬件开发中的许多问题。本书限于篇幅，只对其中特别重要的内容进行了论述；有的内容虽也较重要，但已为广大读者所熟知或在其它一些书中有详细介绍，本书加以省略。

本书主要由庞国仲同志完成，他编写了第一、二、三、四、六、八、十二各章，白方周同志参与了第五、七、十、十一章的编写，濮洪钧同志编写了第九章。在编写过程中，我们将“多变量频域理论与设计技术”一书中的第五、七两章作了部分修改和文字上订正后移植到本书中。这是因为，一方面这两章阐述的设计方法成熟而实用；另一方面这两种设计方法已为本书介绍的三个应用实例所验证是十分有效的。我们还参阅了由白方周、庞国仲、恽源世合编的一本同名讲义以及反映我们科研组科研和工程实践成果的论文和报告。在取得上述成果的过程中，赵子士、恽源世、李嗣福、鲍远律、龙庆华、关山、孙承寿以及研究生薛建平、罗宁苏、杨生虎、李希普、曾季康、杨益涛、陈振跃、程绪诸同志都出色地作了大量的工作，在此作者对他们表示致谢。

最后，作者要提到的是，在我们开发和研制多变量控制系统频域法 CAD 软件包和几项大型工业设备的计算机多变量控制系统过程中，曾先后得到了国家自然科学基金和中国科学院院内基金的资助。

由于作者水平有限，时间又较仓促，书中错误之处肯定不少，敬请广大同行和读者不吝指正！

著 者

1989年 月

目 次

1 绪论	(1)
1.1 引言	(1)
1.2 多变量系统两种设计方法的比较	(7)
1.3 计算机在多变量控制系统设计和实现 中的应用	(20)
1.4 本书的前提和研究范围	(25)
2 工业对象的动态特性及测试方法	(32)
2.1 引言	(32)
2.2 控制对象的动态特性	(33)
2.3 控制对象动态特性的测试方法	(37)
2.4 由测试的数据或曲线求对象的数学模型	(52)
3 典型工业对象的数学模型	(65)
3.1 引言	(65)
3.2 工业加热炉的数学模型	(66)
3.3 离子渗氮热处理炉的数学模型	(71)
3.4 精馏塔的数学模型	(77)
3.5 常压精馏塔的数学模型	(80)
3.6 工业锅炉的数学模型	(90)
3.7 蒸气锅炉的数学模型	(100)
3.8 造纸机的数学模型	(102)
3.9 电厂单元机组的数学模型	(104)
3.10 玻璃熔炉的数学模型	(105)
3.11 空气压缩机的数学模型	(108)
3.12 飞机横向运动增稳系统的数学模型	(109)

3.13	m 容器贮液系统的数学模型	(111)
1.14	热流系统的数学模型	(115)
4	多变量系统结构形式和性能指标	(119)
4.1	引言	(119)
4.2	多变量系统的数学描述	(119)
4.3	多变量系统的一般结构和基本关系式	(128)
4.4	多变量系统的稳定性	(130)
4.5	多变量系统的关联性	(133)
4.6	多变量系统的整体性	(137)
4.7	多变量系统的瞬态特性和稳态特性	(142)
4.8	多变量系统频域设计的特点	(145)
5	用奈奎斯特阵列法设计多变量控制系统	(150)
5.1	采用奈奎斯特阵列法设计的系统结构图及基 本设计任务	(151)
5.2	对角优势矩阵和对角优势系统	(152)
5.3	多变量系统的奈奎斯特稳定性判据	(155)
5.4	反馈增益矩阵 F 的设计	(160)
5.5	对角优势的实现方法	(163)
5.6	奈奎斯特阵列法的设计步骤及计算实例	(186)
6	多变量系统的特征值设计方法	(190)
6.1	引言	(190)
6.2	交互控制器	(191)
6.3	特征轨迹方法及系统性能分析	(192)
6.4	特征轨迹法设计系统的方法及步骤	(203)
6.5	特征轨迹—交互控制器设计方法	(207)
7	多变量多时延系统的补偿与设计	(221)
7.1	引言	(221)
7.2	Smith 预估原理	(224)
7.3	多变量时延系统的设计	(232)

7.4	多变量 Smith 预估器控制系统的实际稳定性	(241)
8	多变量系统鲁棒稳定性分析	(246)
8.1	引言	(246)
8.2	必要的数学基础	(249)
8.3	模型不确定性描述	(256)
8.4	多变量系统鲁棒稳定性的基本引理	(263)
8.5	基于摄动方法的鲁棒稳定性分析	(265)
8.6	基于近似模型的多变量系统鲁棒稳定性分析	(269)
8.7	基于误差模型变差矩阵的系统鲁棒稳定性分析	(275)
8.8	基于近似模型的多变量系统鲁棒性设计	(280)
9	多变量系统频域计算机辅助设计	(292)
9.1	控制系统计算机辅助设计 (简称 CADCS)	(292)
9.2	一个实用的 CADCS 软件包 MFCSDP	(306)
10	多变量离散控制系统的设计	(333)
10.1	离散控制系统的基本特点	(333)
10.2	基于连续系统设计法的近似设计	(340)
10.3	多变量离散控制系统的 z 域设计法	(347)
10.4	w 域设计法	(352)
11	应用实例	(360)
11.1	再沸油加热炉的燃烧控制	(360)
11.2	常压塔多变量计算机监督控制系统	(378)
11.3	辉光离子渗氮设备的多变量控制	(392)
12	工业控制机	(399)
12.1	引言	(399)
12.2	计算机控制系统的组成	(400)
12.3	工业控制机的特点	(406)

12.4	计算机控制系统的分类	(407)
12.5	中断系统和输入输出方式	(412)
12.6	模拟量输入通道	(426)
12.7	模拟量输出通道	(440)
12.8	开关量通道	(445)
12.9	现场操作台	(450)
12.10	工业自动化仪表	(453)
12.11	一种新型工业控制机	(455)

1 绪 论

1.1 引 言

第一次工业革命促进了自动控制的发展，其中最著名的例子是由詹姆斯·瓦特 (James. Watt) 发明的蒸汽机离心调速器。但是，这个装置在运行过程中，在某些条件下，汽机的速度可能自发地产生剧烈的振荡。这个问题引起了一些学者的兴趣，其中马克斯威尔 (J. C. Maxwell) 根据力学原理，用线性常系数微分方程描述了调速器-汽机-负载系统，并得到一个简单的代数判据，圆满地解决了这个问题，此后两位数学家劳斯 (Routh) 和赫尔维茨 (Hurwitz) 把这种思想扩展到用高阶微分方程描述的更为复杂的系统，于1895年他们独立地发表了两种著名的代数判据，就是现在的劳斯-赫尔维茨判据。在以后相当长的时期内，工程师们依据这个准则设计系统。得到的系统是稳定的，而且有满意的控制精度，但是，把系统的瞬态特性放在次要地位。

第二次世界大战期间，由于武器的进化，要求控制系统能够准确地跟踪迅速变化的信号，即要求系统有良好的瞬态性能。当时发现设计这类系统所需要的理论已经在通信工程中发展形成，这就是以奈奎斯特 (Nyquist) 稳定判据为核心的频率响应理论。

频率响应理论是分析、设计单变量系统非常有效的工具。设计者只需根据系统的开环频率特性，就能够判断闭环系统的稳定性。而且还给出稳定裕量的信息，同时非常直观地表示出系统的主要参数，即回路增益与闭环系统稳定性的关系。因此，频率响应法圆满地解决了单变量系统的设计问题。1948年伊万斯

(W. R. Evans) 提出了控制系统分析、设计的根轨迹法。由于这些贡献，控制理论第一阶段基本上完成了。人们把以奈奎斯特的频率响应法和伊万斯的根轨迹法为核心的控制理论，称为古典控制理论。

古典控制理论在工程系统中得到了极为广泛的应用。而控制工程获得巨大成就引起了人们一种希望，即把这些理论推广到更为复杂的系统。在这种情况下，古典控制理论就暴露出严重的局限性，但是，却推动了控制理论的进一步发展。

(1) 古典控制理论只限于研究线性定常系统。甚至对最简单的非线性系统，古典控制理论也无法处理；

(2) 古典控制理论只限于分析和设计单变量系统，并采用了系统的输入—输出描述方式，因而从本质上忽略了系统结构的内在特性，故不能处理输入和输出皆大于1的系统。然而很多工程对象都是多输入—多输出系统，人们试图用古典控制理论设计这类系统，都没有得到满意的结果；

(3) 古典控制理论采用试探法设计系统，即根据经验选用合适的、简单的、工程上易于实现的控制器，然后对系统进行分析，直至找到满意的结果为止。虽然这种设计方法是行之有效的、而且有很多优点，但是，在推理上却是不能令人满意的。人们自然提出这样一个问题，即对一个特定的应用课题，能否找到最好的设计。

由于古典控制理论存在上述缺陷，促使人们研究更新的控制理论，于是，现代控制理论登上了控制理论的舞台。

50年代中期，由于空间技术的发展，控制对象更加复杂了，而且对控制系统的性能提出新的、更高的要求，这就为控制理论提出了一系列新的研究课题：

(1) 在空间技术中，控制对象已不是单输入—单输出的，而是变参数的多输入—多输出系统，于是，提出了这类系统的分析和设计问题；

(2) 在空间技术中,对一些控制系统提出了特殊要求,如快速系统,燃料耗费最少系统等。这些都归结为系统最佳化问题;

(3) 在空间技术中,要求控制系统具有高精度。而这些系统在运行过程中,控制对象受到各种很强的干扰,因此,对随机干扰的处理成为迫切要解决的课题。

在这样工程背景下,50年代后期控制理论有了新的发展,主要表现在以下几个方面:

(1) 开始研究控制系统最佳化问题,并取得了很好的成果;

(2) 培尔曼(Bellman)在研究系统最佳化问题时,把原来在经典力学、量子力学,后来在李亚普诺夫稳定性理论中采用的状态空间法,用于控制系统的描述;

(3) 在40年代就开始研究的统计动力学,在此期间又取得了新的进展。

尤其是,高速计算机的出现和使用,为研究上述课题提供了良好的计算工具,可以有效地分析和设计这些系统。

在这样的历史背景和条件下,卡尔曼(Kalman)在前人工作基础上,进行了创造性的工作。他于1960年在国际自动化学会第一届年会上发表了一篇著名论文“控制系统的一般理论”,接着在1961年与布西(Bucy)合作又发表了一篇题为“线性过滤和预测问题的新结果”的论文。这两篇文章标志控制理论开始进入到一个崭新的历史时期,故人们公认卡尔曼奠定了现代控制理论基础。

整个60年代是控制理论蓬勃发展的时期,经过很多学者的辛勤工作,终于形成了现代控制理论,其主要内容是:

(1) 线性系统的状态空间描述,可控性及可观性等;

(2) 卡尔曼滤波理论;

(3) 最优控制理论;

(4) 系统辨识理论。

60年代初发展起来的状态空间法，被人们誉为控制理论中的一场“革命”。以状态空间法为特征，以解析计算为主要手段，以实现性能指标最优的现代控制理论以及基于这一理论的分析，设计方法的出现，使得旨在解决单输入—单输出系统分析与设计的单变量频域方法大有被淘汰的趋势，甚至古典控制理论的倡导者也曾怀疑频域法是否有存在的必要。60年代以来，先进的时域法在宇航领域（诸如卫星和飞船的发射，制导、控制和跟踪等）获得了卓有成效的应用，似乎也给从事地面上一大类复杂工业过程控制的工程师们带来了福音。然而，一经实践，发现效果并不象人们期望的那样理想，其主要原因是：

(1) 对于工业对象难以得到精确的数学模型；

(2) 规定控制对象行为的性能指标远不象宇航问题那样能以明显的形式表达出来；

(3) 直接采用最优控制，最优滤波综合技术得到的控制器结构过于复杂，甚至是物理上不可实现的，因而很难为控制工程师们所接受。

于是，还在状态空间法蓬勃发展的时候，一些控制理论学者便恢复了对频域法的兴趣，60年代中期，卡尔曼提出了最优控制问题的频域描述，迈开了填补时域法和频域法之间缝隙的第一步，接着不少学者又作了许多工作，然而最值得提出的是英国学者罗森布洛克 (Rosenbrock)，他开创性地把单变量系统频域方法推广到多变量系统设计。在他的著名论文“应用逆奈奎斯特阵列法设计多变量系统”中，利用矩阵对角优势概念，把一个多变量系统设计化为人们熟知的单变量系统的设计问题，从而为多变量系统开辟了一条崭新的设计路线。

罗森布洛克的逆奈氏阵列法的成功，带来了频域法的复兴，而后陆续提出了其它一些设计方法，如麦克法兰 (MacFarlane) 的特征轨迹法，欧文斯 (Owens) 的并矢展开法，麦尼 (Mayne)

的序列回差法。这些方法的共同特点是把具有强关联的多输入—多输出系统设计，化为若干个单变量系统的设计问题。从这个意义上讲，上述这些方法保留和继承了古典图形式的优点。不要求精确的数学模型，容易满足工程上限制。特别是当采用有图形显示终端的人-机对话式的计算机辅助设计时，可以充分发挥设计者的经验和智慧。这些方法设计出的控制器，既能满足系统性能指标要求，又是工程上可实现的，结构简单的控制器，因而，对广大熟悉单变量频域法的工程技术人员具有很大的吸引力。

整个 70 年代，被认为是频域法大有生机的 10 年，在此期间英国学者们在多变量频域法的理论和实践方面做了大量的工作，获得了许多有意义的结果，形成了现代控制理论中的英国学派，国外已将上述方法成功用于石油、化工、造纸、电力、原子反应堆，飞机横侧向增稳系统等设备的多变量系统的分析和设计上，取得了令人满意的结果。1980 年日本统计了国内 60 家化工和石油化工企业中的过程控制系统，有 49% 的企业采用了多变量控制方案，其中采用解耦控制的占 40%；采用最优控制的占 27%；而采用多变量频域法占 33%。这说明多变量频域法在日本工业过程控制中的应用已经比较普及了。英国也把该方法用于精馏塔、燃气锅炉、化学反应器、原子反应堆等装置的控制系统设计，取得了满意的结果。此外，还有一些国家，如美国、加拿大、印度、匈牙利等国家也把多变量频域法用于工业设备的控制系统设计。在世界各国的很多大学和研究机构中建立的用于控制系统分析、设计的程序包中，多变量频域法均占据重要地位。最近美国对 47 家机构中计算机辅助设计软件包使用情况进行了调查，其中有 35 个软件包用于系统分析与设计。在这些程序包中，使用线性二次型调节器的有 28 个，使用极点配置方法的有 26 个，采用多变量频率响应法有 21 个，可见，多变量频域法在美国也得到比较广泛的应用。

我国已故控制理论专家关肇直先生早在 1978 年就提出我国

应尽早开展多变量频域法的研究工作。在他的倡导下，我们于1980年正式成立了多变量频域法科研小组，开展了多变量频域法的研究工作。在学习多变量控制理论的基础上，提出了几种系统设计方法和具有特色的计算方法，如自加权准优势化算法，伪调准算法等。建立了我国第一个多变量频域法程序包，该程序包已在国内推广使用。我们首次用多变量频域方法成功地对南京烷基苯厂大型再沸油 F_{501} 加热炉控制系统进行了设计，并用微机实现控制。此后，又完成了武汉热处理厂的离子渗氮热处理炉、兰州炼油厂的常压精馏塔、淮北焦化厂工业锅炉的控制系统设计。

60年代发展的多变量系统的时域法和70年代发展的多变量系统的频域法都属于传统的反馈设计方法。它对于参数确定性的多输入—多输出的控制对象能进行有效地设计，并得到了广泛的应用。但是，随着生产的发展，武器的进步，对控制系统的性能指标的要求越来越高，因此，对控制对象研究越来越精细。而比较复杂的控制对象，如武器中的飞机和导弹，地面工业设备中的加热炉、精馏塔、工业锅炉、化学反应器等都是参数不确定性的对象，对这些设备采用传统的多变量系统时域和频域方法设计的控制系统，不能保证系统在各种状态下运行时都是稳定的，而且有良好的性能。为了解决多变量参数不确定性系统设计问题，在70年代末，一些控制理论和控制工程界学者开始进行多变量系统鲁棒性研究工作。所谓鲁棒性，就是在不确定因素存在的场合，系统保持其原有性质的能力。因此，在设计参数不确定性系统时，要考虑系统的鲁棒稳定性（即稳定性的鲁棒性），性能鲁棒性和干扰抑制鲁棒性。因为多变量系统鲁棒性是对传统反馈理论的发展，所以研究系统鲁棒性的方法也分为频域法和时域法两种。近10年来，对系统鲁棒性理论的研究已取得很大的进展，目前频域鲁棒稳定性分析技术已趋于成熟，但还有待于完善。而时域鲁棒稳定性的研究工作虽然起步较早，但是，至今仍没有多少实用的方法。对于性能鲁棒性和干扰抑制鲁棒性研究也取得了一些成

果。尽管如此，多变量系统鲁棒性理论研究仍有大量问题有待于解决。至于多变量系统鲁棒设计方法及有关算法的研究仍处于初级阶段，而实际应用还刚刚开始。因此可以说，多变量系统鲁棒性理论、分析与设计这一领域是一个大有作为的广阔天地，有极其广泛的应用前景。

正如一些文献中所指出的，多变量系统鲁棒性理论与设计技术是对传统的反馈设计理论的革命性变革，因而是近10年来线性控制系统理论的最重要进展之一。

1.2 多变量系统两种设计方法的比较

在工业系统中，很多设备和过程都是具有强关联的多输入—多输出的。如果输入 $u_i(t)$ ($1 \leq i \leq m$) 和输出 $y_i(t)$ ($1 \leq i \leq n, i \neq j$) 之间不存在相互作用(这种相互作用称之为关联，在第二章中对关联将作严格定义)，那么，这个对象就是 m 个单变量系统；如果输入 $u_i(t)$ ($1 \leq i \leq m$) 和输出 $y_i(t)$ ($1 \leq i \leq n, i \neq j$) 之间虽有关联，但很弱，那么，这个对象可以近似分解为 m 个单变量系统，并可以用古典控制理论实现系统设计，其品质指标一般可以满足设计要求；如果输入 $u_i(t)$ 和输出 $y_i(t)$ ($1 \leq i \leq n, i \neq j$) 之间有比较强的关联，那么，这个对象就不能人为地分解为 m 个单变量系统，若设计者硬把它分为 m 个单变量系统，并用古典控制理论进行设计，即使设计者花费一番苦心对系统进行精心设计，系统的性能指标一般也不能满足设计要求，甚至是不稳定的。

现在以二输入—二输出系统为例来说明这个问题。设系统的输入—输出关系为

$$\begin{pmatrix} y_1(s) \\ y_2(s) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} g_{11}(s) & g_{12}(s) \\ g_{21}(s) & g_{22}(s) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1(s) \\ u_2(s) \end{pmatrix}, \quad (1.1)$$

其中 $g_{11}(s)$ 为输入 $u_1(s)$ 到输出 $x_1(s)$ 的传递函数； $g_{12}(s)$ 为输

入 $u_2(s)$ 到输出 $x_1(s)$ 的传递函数； $g_{21}(s)$ 为输入 $u_1(s)$ 到输出 $x_2(s)$ 的传递函数； $g_{22}(s)$ 为输入 $u_2(s)$ 到输出 $x_2(s)$ 的传递函数。式 (1.1) 可用图 1.1 所示的方框图表示。

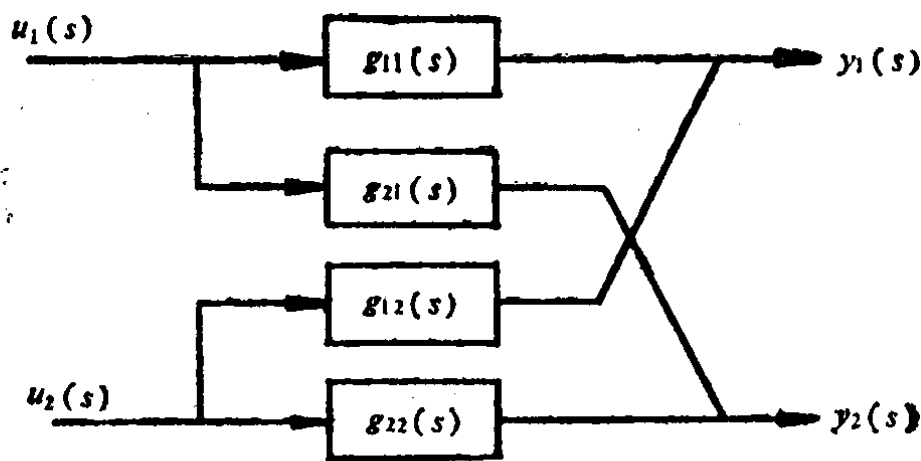


图 1.1 系统的输入—输出关系

称

$$G(s)=\begin{pmatrix} g_{11}(s) & g_{12}(s) \\ g_{21}(s) & g_{22}(s) \end{pmatrix}, \tag{1.2}$$

为系统的传递函数矩阵，式中 $g_{12}(s)$ 和 $g_{21}(s)$ 描述了系统的关联。

如果 $g_{12}(s)=0$ ， $g_{21}(s)=0$ ，那么，系统的输入—输出关系为

$$\begin{pmatrix} y_1(s) \\ y_2(s) \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} g_{11}(s) & 0 \\ 0 & g_{22}(s) \end{pmatrix}\begin{pmatrix} u_1(s) \\ u_2(s) \end{pmatrix}, \tag{1.3}$$

这个系统就是两个单变量系统，即

$$\begin{aligned} y_1(s) &= g_{11}(s)u_1(s), \\ y_2(s) &= g_{22}(s)u_2(s). \end{aligned}$$

如果

$$\left. \begin{aligned} |g_{12}(s)| &\ll |g_{11}(s)|, \\ |g_{21}(s)| &\ll |g_{22}(s)|. \end{aligned} \right\} \tag{1.4}$$

那么， $u_2(s)$ 对 $y_1(s)$ 的影响， $u_1(s)$ 对 $y_2(s)$ 的影响可以忽略不