

环境问题的 紊流模型

〔西德〕W. 罗迪著

贺益英译 陈惠泉 倪浩清校

水利电力出版社

环境问题的 素流模型

〔西德〕W.罗迪著

贺益英译 陈惠泉 倪浩清 校

水利电力出版社

W. Rodi
Turbulence Models for Environmental Problems

环境问题的紊流模型

[西德] W. 罗迪著

贺益英译 陈嘉泉 倪浩清校

责任编辑：徐 华

*

水利电力出版社出版

(北京三里河路6号)

新华书店北京发行所发行·各地新华书店经售

水利电力出版社印刷厂印刷

*

787×1092毫米 32开本 4印张 84千字

1987年3月第一版 1987年3月北京第一次印刷

印数0001—2480册 定价1.00元

书号 15143·6284

内 容 提 要

准确预报污染物或废热在环境中的蔓延扩散是近年来环境工作者极感兴趣的事情。本书从简介求解环境问题的各种数学模型入手，引出几种紊流模型，重点论述近十几年来出现的 $k-\epsilon$ 方程模型和紊动应力和通量方程模型，并以相当篇幅介绍紊流模型在环境预报中的应用。

全书共分四章。第一章概述环境流体力学计算的主要任务和途径。第二章介绍四种不同复杂程度的紊流模型。第三章介绍上述模型在各种环境流动中，特别是水环境中的计算实例和实验验证。第四章对各种模型作了总评述。

本书可供水利、环保、气象以及从事传热、传质和流体流动方面的科研、工程技术人员，研究生和大专院校师生参考。

译 者 的 话

冯·卡门 (Von Karman) 研究所于1979年召开了有关紊流预报方法的学术会议, 并于1980年出版了名为“紊流预报法 (*Prediction methods for turbulent flows*)”的论文集。本书为该文集中的一篇, 作者W. 罗迪 (W. Rodi) 系德国卡斯路 (Karlsruhe) 大学教授, 七十年代初发表了紊动动能耗散率控制方程, 自由边界层预测等论文。七十年代中曾对新的雷诺 (Reynolds) 应力代数式进行了数值计算研究, 七十年代末至八十年代初, 先后发表了《紊流模型在水力学中的应用》、《环境问题的紊流模型》以及《紊动浮力射流和烟流》等著作, 对近代紊流力学的发展作出了不少贡献。

本书简介了紊流模型的发展。概括地叙述了混合长度模型 (零方程模型), 紊动能量方程模型 (单方程模型)。着重讨论了近十几年来新出现的紊动模型—— $k-\varepsilon$ 模型 (双方程模型) 和紊流应力或通量方程模型 (三方程模型)。作者对有关物理概念和紊流参量输运方程的推演作了较详尽的论述。并以相当大的篇幅介绍上述模型的实验验证及其在各种环境问题中的预报实例。

近年来, 由于河、湖、水库以及海湾等受工业和生活废水的污染日趋严重, 人们正积极寻求能正确分析、准确预报污染物扩散规律及范围的途径。本书论及的数学模型已处于该领域的前列, 可为分析和预报提供新的手段。这对从事电厂冷却水研究、城市污水处理和水环境评价研究的专职人员

及从事传热、传质研究的广大读者无疑都是十分有益的。
译、校者结合本院已开展的“紊动浮力回流数学模拟”的专题研究翻译此书，自觉受益非浅，愿将译本奉献读者。

本译文曾幸得清华大学工程力学系周力行教授精心审阅，在此深表谢意。

限于译者水平，不当之处在所难免，望读者批评指正。

译者

1985年9月于水利水电科学研究院

目 录

第一章 引言	1
第二章 紊动模拟	5
第一节 时均流方程和方程封闭问题	5
第二节 涡粘性系数和扩散系数的概念	7
第三节 普朗特混合长度模型	9
一、概述	9
二、浮力效应	10
三、讨论	11
第四节 能量方程模型	12
一、概述	12
二、 k 方程的模拟形式	13
三、长度尺度的确定	14
四、讨论	15
第五节 k - ε 双方程模型	16
一、概述	16
二、 ε 方程	17
三、完全模型及常数	19
四、无浮力流紊动模型的修正	20
五、浮力作用	21
六、讨论	22
第六节 应力和通量代数模型的简化	23
一、概述	23
二、雷诺应力方程	24
三、标量通量 $\overline{u_i \varphi}$ 方程及标量脉动 $\overline{\varphi^2}$ 方程	31
四、应力和通量代数模型	37
五、讨论	43

第七节 深度平均模型	48
一、时均流方程和方程封闭问题	46
二、深度平均计算的紊动模拟	49
第三章 紊动模型应用实例	53
第一节 概述	53
第二节 渠流	55
一、垂向结构	55
二、水平结构	62
三、三维效果	63
第三节 渠道几何形状突变引起的回流	66
第四节 纯射流	68
一、非浮力射流	68
二、浮力射流	70
第五节 进入接近静止水环境的排放	72
一、表面排放	72
二、浅水中的淹没排放	75
第六节 流动水环境中的排放	77
一、深度平均计算	78
二、三维计算	81
第四章 结束语	87
符号表	90
参考文献	94
术语汉-英对照表	112

第一章 引 言

环境流体力学的实质问题就是污染物在环境中的蔓延扩散，诸如电站、工厂和居民区向环境（如河流、河口、湖泊、海湾等水域以及大气）排放废热或废弃物所造成的污染扩散。因此，环境问题计算的主要任务是预报环境中这类排放物所造成的温度场和浓度场。污染物在环境中的分布受控于两个过程：①时均流动引起的污染物的对流；②紊动引起的扩散。所以，数学模型必须能够正确地描述时均速度场和紊动扩散的特性。

就实际问题而言，现有的计算机还不能求解精细描述速度场和标量场变化的精确的非定常方程组。对于大尺度运动，如果仅用本论文集集中舒曼（Schumann）、格勒兹巴赫（Grötzbach）和克莱塞（Kleiser）研讨过的亚尺度网格模拟技术来求解这些方程，极大多数情况下，其计算费用仍属过高，而且，确定方程的边界条件也存在问题。当前，唯一经济可行的方法是求解时均流方程。时均流方程决定了一个时段内取平均的各个量的分布，这个时段与紊动时间尺度相比是较长的，但与平均流的时间尺度（如：河口中的潮周、大气边界层中的周日循环）相比则是短的。这里要附带指出：无论怎样，实际上真正感兴趣的量往往是那些平均量。时均流方程中包括了紊动输运项，为了使方程组封闭，必须用紊动模型来模拟这些紊动输运项。本文宗旨是简介有关环境问题的紊动模型，并用计算实例来显示这些模型的功能，重点放在用于实际计算的模型上。对这些模型的主要要求

是：相对简单而又能考虑控制污染物扩散的最基本现象。

积分方法是计算环境问题的最简方法之一。这类方法可用于与壁面或自由面相互作用甚微的、由排放引起的射流型流动。积分方法采用了射流横截面上速度和温度或浓度的经验性分布曲线（通常假定这些分布都是相似的），因而使原来的偏微分方程能简化为常微分方程。此外，尚须引入描述紊动总体效应的经验假设，例如引用掺混定律。对许多实际问题（如研究烟囱或冷却塔的排放、湖泊中淹没出流等情况中烟流发展的整体特征）使用积分法可得到足够精确的结果。用这一方法还可以相当好地再现穿风和分层效应，但不适用于横向剪切流的情况，也不能用于非定常流中；它无法预报下冲流（冷却塔后）以及大气层中烟流发展的地面影响。排入河道的水流大都要受到河床影响，用积分方法也难描述这种现象。本文不涉及积分方法，也不讨论采用掺混定律对紊动宏观效应所做的模拟问题。

对不能使用积分法的比较复杂的问题，须求解偏微分的时均流方程组，而这些方程中的紊动输运项必须用紊动模型在流场中每个点上予以确定。本文仅涉及紊动的这种局部描述。对某些环境问题，相当粗糙的紊动假设已足够，例如大水体问题的计算中，通常规定涡粘性系数和扩散系数是常数值。由于边界条件不甚明确以及数值解存在的精度问题，在这类计算中往往不一定要采用更精细的模拟。对另一些问题，特别是近区排放的计算，则精细模拟很重要。于是，便提出了这样一个问题：模型要复杂到何等程度才能获得实际应用所需精度的解？回答必然要取决于所考虑的各个问题，亦即取决于所涉及的物理现象。有些问题用简单的混合长度假定便可满意求解，无需额外的偏微分方程；而另一些问题

则只能用相当复杂的二阶封闭法来处理，该法采用了各个紊动应力和通量的微分输运方程。本文论述了界于这两种例子之间的一些模型。

理想的紊动模型应当是通用的，即不经变动便可适用于所有实际问题。更复杂的模型，如二阶封闭模型较之简单模型可以真实地模拟更多的基本物理过程，它必然更接近这种理想模型。为使模型具有普遍应用性，模型的数学表达式应符合张量不变量及其可实现性的概念。仅仅在最近，舒曼^[1]才提出了可实现性问题。可实现性要求紊动应力和通量方程必须具有这样一种性质，即这些方程中的紊动关联项既不允许违反“许瓦兹 (Schwarz)”不等式，也不能假定紊动能的各个分量为负值。但要满足张量不变量条件，特别是要满足可实现性条件，正如卢姆莱 (Lumley)^[2]最近所指出的那样，必定会产生一个非常复杂的模型表达式。这样的模型很难适合于实际计算。本文的观点是：在目前发展阶段，人们不得不采用更为简单的表达式，这些表达式可能违反上述条件，但也仅仅在某些极端情况下才出现麻烦。

第二章将介绍和讨论四个不同复杂程度的紊动模型，其中一个最复杂的采用了紊动应力和紊动通量输运方程的模型，主要是为相当通用的简单模型的研究提供指导，这种较为简单的模型仅采用紊动速度尺度和紊动长度尺度的输运方程。由于环境问题中雷诺数一般很大，本文仅限于讨论高雷诺数流动的紊动模型。因此，这些模型不能在非常靠近壁面处使用，但由于近壁粘性次层可以借助于一般经验定律来处理，对计算过程而言，则并未受到严格限制。

第三章将介绍紊动模型在有关环境问题的各种流动中的应用，并与实验结果进行比较。大多数计算实例是水力学问

题，因为这是作者专门的研究范围，也因为这方面的问题在以往的文献中多被忽视；而大气污染扩散问题正是最近的VKI文献集（1978.5）的课题，有关水力流动问题的更多计算实例以及对紊动模拟更基本的介绍可参看参考文献[3]。

第二章 紊动模拟

第一节 时均流方程和方程封闭问题

环境流动中,亦如在其他流动中,时均速度、压力和标量(如温度或污染物浓度)的分布受下列方程控制:

连续方程

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho U_i)}{\partial x_i} = 0 \quad (2-1)$$

动量方程

$$\begin{aligned} & \frac{\partial U_i}{\partial t} + U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \\ &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_j} \left(-\rho \overline{u_i u_j} \right) + g_i \end{aligned} \quad (2-2)$$

温度或浓度方程

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \Phi}{\partial t} + U_j \frac{\partial \Phi}{\partial x_j} \\ &= \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_i} \left(-\rho \overline{u_i \varphi} \right) + s_\Phi \end{aligned} \quad (2-3)$$

状态方程

$$\rho = \rho(\Phi) \quad (2-4)$$

式中 Φ 是时均标量, φ 是脉动分量,两者既可代表温度,也可代表浓度。 s_Φ 是体积源项,例如它可以表示因化学反应或生物反应而引起的热的产生率。由于环境问题中,除了非常接近壁面处外,大多是高雷诺数流动,分子输运项 $\mu \partial u_i / \partial x_i$ 和 $\lambda \partial \Phi / \partial x_i$ 与其紊动对应项 $-\rho \overline{u_i u_i}$ 和 $-\rho \overline{u_i \varphi}$ 相比较可以忽略不计,因此式(2-2)和式(2-3)中没有出现分子输运

项。通常这些方程仅求解到粘性次层外的一点，这点上各个量的值可以用经验定律（例如壁面对数定律）与壁面值联系起来，因此，可以把粘性次层排除到求解域之外。

求解方程（2-1）至（2-4）中的主要问题，亦即紊流计算中的主要问题是确定紊动（雷诺）应力 $-\rho \overline{u_i u_j}$ 和紊动（雷诺）热流率或质量流率 $-\rho \overline{u_i \varphi}$ 。为此，必须引入紊动模型，以低阶的紊动关联量和（或）时均流参量来对某阶紊动关联量取近似，紊动模型所描述的规律模拟了实际紊动的平均特征，这些规律用微分方程和（或）代数方程表示。这些方程与时均流方程式（2-1）至（2-4）一起构成了封闭的方程组。

精确预报时均流各参量所必需的紊动模拟的好坏，当然取决于紊动输运项在方程式（2-2）、（2-3）中的相对重要性。在某些流动或流区中，动量方程（2-2）左边的惯性项主要被压力梯度项和（或）浮力项所平衡，即使是紊流也如此。在这种情况下，例如在减速边界层（分离现象在若干个边界层厚度的长度内发生）中，或在浅水大水体的水平方向占优势的流动中，紊动模拟并不重要（因为它影响不大），势流解已足够。然而对大多数流动，紊动输运项是很重要的，在某些场合（如射流和尾流中），它是唯一能平衡惯性项的项，因此该项的确切模拟对流场的预报至为重要。另一方面，温度或浓度方程（2-3）中不含有压力梯度项和浮力项，这样，除了方程中含有大源项的可能情况之外，一般情况下，紊动项总是重要的。因此为能从方程（2-3）求解真实温度或浓度分布，必需对紊动热流率或质量流率 $\overline{u_i \varphi}$ 作真实模拟。

第二节 涡粘性系数和扩散系数的概念

大多数现今实用的紊动模型都是建立在涡粘性系数或扩散系数的概念上的。因此，在后面讨论各种模型之前，先介绍一下这个概念。对一般流动情况，布辛涅斯克（Boussinesq）涡粘性系数概念把雷诺应力与时均速度梯度联系起来，可表示为

$$-\overline{u_i u_j} = \nu_t \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \quad (2-5)$$

此处包含有克罗里克迪尔它（Kronecker delta） δ_{ij} 的项是必要的，它能保证3个法向应力（ $i=j=1, 2, 3$ ）的总和等于2倍紊动动能 k （定义为 $\frac{1}{2} \overline{u_i u_i}$ ）。比例因子 ν_t 是紊动或

涡粘性系数，它与分子粘性系数 ν 相反，不是流体的特性，而是强烈地依赖于紊动状态。从流场的一个点到另一个点，从一种流动到另一种流动，它都可能显著的变化。例如，众所周知，明渠流中 ν_t 随水深有一个抛物型的分布；在平面射流中， ν_t 则随离射流源距离的 $1/2$ 次幂而增长。因此，单单引入方程（2-5）还不能构成一个紊动模型，只是提供了建立这样模型的一个骨架。现在，主要问题转到了如何确定 ν_t 的分布。虽然如此，在大水体的水流计算中有时还是采用常值涡粘性系数。对 ν_t 这样粗糙的规定常常是可以容忍的。这是因为动量方程中的紊动输运项在这种问题中无论怎样都不重要，此外，有时引用涡粘性系数仅仅是为了改善数值计算的稳定性。

因为涡粘性系数概念建立在紊动动量输运和分子运动输运的类比之上，这种概念常被批评为缺乏物理根据。然而，

尽管在概念上有异议，实际上它却很有用，这仅仅是因为按方程 (2-5) 所定义的 ν_t 在许多流动中可以用一个很好的近似来确定。这里强调涡粘性系数 ν_t 正比于表征 (大尺度) 紊动运动特点的速度尺度 $\hat{V}$ 和长度尺度 L ，即

$$\nu_t \propto \hat{V} L \quad (2-6)$$

这正是因为这些尺度的分布在许多流动中可以相当合理地取近似。

直接类比于紊动动量输运，涡扩散系数的概念则是假定紊动热量或质量的输运与被输运量的梯度有关：

$$-\overline{u_i \phi} = \Gamma_t \frac{\partial \Phi}{\partial x_i} \quad (2-7)$$

式中 Γ_t 是热量或质量的紊动扩散系数，像涡粘性系数一样， Γ_t 也不是流体的性质，而是由紊动状态决定的。事实上，热量或质量输运与动量输运之间的雷诺类比已指出了 Γ_t 与 ν_t 之间的紧密关系

$$\Gamma_t = \nu_t / \sigma_t \quad (2-8)$$

σ_t 称为紊动普朗特 (Prandtl) 数或施密特 (Schmidt) 数。实验已证明，不象动量和热量或质量的紊动扩散，比率 σ_t 在各种流动中以及流场各处变化很小。因此，许多模型采用式 (2-8) 时将紊动普朗特数或施密特数当作常数。但要注意：浮力以及流线的弯曲都会影响 σ_t 值。大水体计算中，规定 Γ_t 比规定 ν_t 更实用，如上节所述，这是因为温度或浓度方程 (2-3) 中，紊动输运项总是重要项。许多这类计算中，规定整个流场的 Γ_t 为常数，这个常数可用染料扩散试验，从现有经验资料，也可由试凑法的计算，并配合对所研究问题的观测中取得。即使对大尺度的远区情况使用常数扩散系数模型也显得过于粗糙。不过，如第七节将要说明的，许多这

类计算中使用更精细的模型并不一定必要。

在此应当指出：在某些流区中，涡粘性系数或扩散系数的概念难于成立。例如，近壁射流和非对称近壁剪切层中（象两边壁有不同糙度的环形流或渠流），有切应力 $(-\rho\bar{u}v)$ 和速度梯度 $(\partial U/\partial x)$ 符号相反的流区，如按式(2-5)计算，这些地方会出现负的涡粘性系数 ν_t ，这只在数学上有可能，而在物理上无意义。不过这种有负值涡粘性系数的流区，在大多数情况下非常之小，以致这些区域所造成的误差对整个流场的预报影响甚微，因此，存在这些流区实际上无关紧要。方程(2-5)和(2-7)中， ν_t 和 Γ_t 是作为标量引入的。即对所有应力或通量的分量来说，涡粘性系数或扩散系数都是相同的。这种各向同性涡粘性系数及扩散系数的简化假定，在复杂流动中欠真实，特别是当紊动受到如重力这种有方向性的作用时。因此，有时对不同方向上的动量和热量或质量的紊动输运须采用不同的涡粘性系数和扩散系数。

涡粘性系数和扩散系数概念已作为各种不同复杂程度的紊动模型之组成部分而加以应用，即从最简单的、 ν_t 直接与时均速度相关的模型到采用了紊动速度尺度和长度尺度输运方程的精细模型。以下四节将讨论这一范围的模型，其中，第六节讨论不建立在涡粘性系数或扩散系数概念上的二阶封闭模型。

第三节 普朗特混合长度模型

一、概述

1925年普朗特提出了第一个描述 ν_t 分布的模型。这个以混合长度假设著称的模型直接把涡粘性系数和时均速度场联系起来，已证实在许多薄剪切层流动中，该模型较为适用。