

天骄之路中学系列



北大清华高考状元 易错题宝典

数学

唐 焯 孙大为 主编
高考命题研究组 审定



机械工业出版社
China Machine Press

天骄之路中学系列

北大清华高考状元 易错题宝典

数 学

唐 焯 孙大为 主编
高考命题研究组 审定



机械工业出版社

内 容 提 要

本书是北京大学、清华大学等重点高校高考状元们“易错题本”菁华的汇总。参编人员均是北京市及广东省知名重点中学的特高级教师。本书采用典型例题分析、讲解的办法,可达到以点带面、掌握知识、培养能力的目的,既可指导考生临阵应考,又可帮助学生系统、完整地进行总复习;既能达到快速复习的目的,省时省力,又能使学生直接得到辅导教师的精心指导。本书既适合参加2002年全国普通高考和“3+X”高考的考生,又适合高一、高二学生平时训练和备考之用。

“天骄之路”已在国家商标局登记注册,任何仿冒或盗用均属非法。

本书封面均贴有“天骄之路系列用书”激光防伪标志,凡无此标志者为非法出版物。盗版书刊因错漏百出、印制粗糙,对读者会造成身心侵害和知识上的误解,希望广大读者不要购买。盗版举报电话:(010)62750867,62750868。

欢迎访问“天骄之路教育网”(http://www.tjzl.com),以获取更多信息支持。

版权所有 翻印必究

图书在版编目(CIP)数据

北大清华高考状元易错题宝典.数学/唐焯,孙大为主编.一北京:机械工业出版社,2001.8

(天骄之路中学系列)

ISBN 7-111-09265-1

I.北… II.①唐…②孙… III.数学课-高中-解题-升学参考资料 IV.G634

中国版本图书馆CIP数据核字(2001)第055183号

机械工业出版社(北京市百万庄大街22号 邮政编码100037)

责任编辑:于宁 版式设计:刘津

封面设计:蒲菊祥 责任印制:何全君

三河市宏达印刷有限公司印刷·机械工业出版社出版发行

2002年2月第1版·第6次印刷

850mm×1168mm 1/32·14印张·501千字

定价:15.00元

Email: sbs@mail.machineinfo.gov.cn

凡购本书,如有缺页、倒页、脱页,由本社发行部调换

本社购书热线电话 (010)68993821,68326677-2527

编写说明

在学习的过程中,同学们可能遇到过一错再错的现象。究其原因,多数是由于在学习中不求甚解,不注意总结积累所致。那么,该怎么办呢?实践证明,自编一本“错题集”是避免做题一错再错的最好办法。

所谓“错题集”,顾名思义,是指每次考试或测验之后,将做错的试题记录下来,分析错误,找出原因,使自己以后不再犯同样的错误。

在多年的教学实践中,我们发现:如果学生在平时学习中重视这一环节,及时总结得失,对学习效果具有举足轻重的作用。特别是进入高三复习阶段,大量的练习,题海浩瀚,如果想把所有做过的练习全部复习一遍,一则时间不允许,二则眉毛胡子一把抓,抓不住重点。如果你手头有一本“错题集”,复习时主要看曾经做错的练习,针对考试中暴露出来的问题再进行认真分析,弄清原因,脑海里就会留下深刻的印象,再加上学而时习之,何愁不能避免错之再三的现象?

无独有偶。据许多考上北大、清华等重点高校的高考状元们透露,他们在高考复习中一个最重要的致胜法宝即是建立这样一个“易错题本”,该题本不仅总结归纳了他们在平时复习、练习、测验、模考中容易犯错、命题新颖、实战性强的典型习题及解题思路,而且还涵盖了诸状元在涉猎大量课内外辅导资料、报刊的过程中搜集到的经典题目。这种“易错题本”与众不同之处在于:①覆盖面广,②选材独到,③针对性强,④区分度大,⑤切题率高,⑥实用性好。正因为如此,众多高考状元们在高考复习中事半功倍,受益匪浅,避免了许多弯路及回头路,从而大大提高了资料的利用率和复习效果,进而在高考中一举夺魁。

本书正是这些状元们许许多多“易错题本”的浓缩精华,为全国各种类似题典的首创。它有以下显著特点:

1. **状元经验、有的放矢。**本书荟萃了北京大学、清华大学各科、各省高考状元们的高考复习经验及应试秘诀,它不仅是状元们各自考前复习方法的精要总结,而且引述了大量的实例、精题及解题技巧,有助于广大考生在高三学期一开始就循着他们曾经一度辉煌的学习技巧、应试秘诀、复习心得走下去,避免不应有的弯路、折回路及险路。

2. **紧扣考纲、瞄准热点。**本书所有题目覆盖了考试说明中的全部考点,并充分体现了考试说明中对各考点能力的要求层次,为考生提供系统、全面、科学的知识网络和复习精要。体现近几年来高考改革的最新特点,把握最新考试命题趋向,题型选择新颖、典型、精当,使考生准确把握“考什么”和必须“会什么”。

3. **信息丰富,针对性强。**本书绝大部分选择题、填空题不仅有答案,还列出分析过程。部分解答题附有详尽的计算式推理过程,在此之前有扼要的“精析”,在

此之后有画龙点睛的“说明”。“精析”点拨解题思路,启发思维;“说明”指出解题要点、疑难点、失分点,针对性强,切中要害。这些浓缩的经验之谈使读者能举一反三,可大大缩短将知识转化为能力的过程。

4. **类型齐全、形式新颖**。本书大部分题均来自于状元们的“易错题本”,另一部分出自各地优秀的模拟试题和各类报刊中刊载的经典题,因此各种类型题目应有尽有。对少数高考经常考到的常规题,编者从问题情境、设问的角度和方式等方面给予重新“包装”,使之焕然一新,全无陈旧感。

5. **解法灵活、举一反三**。本书中不少题目列出多种解法,这些解法中必有通法,也有编者独出心裁的特殊解法。通法不一定最简,却有普遍意义;特殊解法虽然巧妙,却未必通用,各有所长,将这两类解法并列,使读者从中拓宽视野,增长见识,在多种解法的练习中掌握常用题型解题规律与技巧,举一反三,活用知识,具备用综合能力素质应考的本领。

没有人怀疑北大、清华在中国高等学府中的地位,也没有人怀疑报考北大、清华需要怎样的自身条件;更没有人怀疑考入北大、清华的曾是何等水平的高三生。总之,凝聚、荟萃了这些状元经验、心得的本书将伴随你度过高考复习的日日夜夜。在你困惑的时候,它为你指点迷津;在你需要帮助的地方,它会为你排忧解难,使你豁然开朗、充满自信。它是循循善诱、诲人不倦的老师,也是忠实可靠的朋友,它会指引你去叩开高等学府的大门,那里是一片绚丽多彩的知识天地。同时,我们也期望广大读者在对它的关爱之中对其提出更多、更好的意见和建议,使之书如其名,真正成为考生手中的“宝典”和“名牌”。读者对本书如有意见、建议和要求,请来信寄至:(100080)北京大学燕园教育培训中心 1408 室 天骄之路丛书编委会收,电话:(010)62750868,或点击“天骄之路教育网”(http://www.tjzl.com),在留言板上留言也可发电子邮件。相信您一定会得到满意的答复。

需要说明的是,为照顾广大考生的实际购买能力,使他们能在相同价位、相同篇幅内能汲取到比其他书籍更多的营养,本书采用了小五号字和紧缩式排版,如有阅读上的不便,请谅解。

本书在编写过程中,得到了各位高考状元、各参编学校及机械工业出版社有关领导的大力支持,丛书的统稿及审校工作得到了北京大学有关专家教授的协助和热情支持,在此一并谨致谢忱。

编者

2001年8月于北京大学燕园

目 录

第一章 北大、清华状元谈学习经验	(1)
第二章 函数	(21)
第三章 三角函数	(71)
第四章 两角和与差的三角函数	(93)
第五章 反三角函数	(139)
第六章 不等式	(153)
第七章 数列	(210)
第八章 复数	(245)
第九章 排列组合、二项式定理	(272)
第十章 直线与平面	(286)
第十一章 多面体 旋转体	(305)
第十二章 直线	(331)
第十三章 圆锥曲线	(342)
第十四章 参数方程、极坐标	(392)
2002 年高考数学模拟试题(一)	(402)
2002 年高考数学模拟试题(二)	(411)
2002 年高考数学模拟试题(三)	(418)
2002 年高考数学模拟试题(四)	(426)
2002 年高考数学模拟试题(五)	(433)

第一章 北大、清华状元谈学习经验

朱坤(北京大学光华管理学院学生,河南省高考文科状元):

数学是我最讨厌,也是最头疼的科目之一。不过,它对于文科生又至关重要,成为衡量优秀学生与一般学生的最重要的尺度。我高一高二时,数学基础不好,时常不及格,因此心里对它实在是有些害怕。高三数学复习要经过三轮,第一轮先将各知识点重讲一遍,第二轮将各个知识点串联起来,比较有系统性,第三轮则是做综合试题。每一轮都离不开大量的题目,如若题题都做,实在精力不逮,况且其他几科的复习又都如箭在弦上,不得不发,因此事实上我做的题目连20%也没有。我更注重于对各个知识的理解,只有理解了才会运用,这是很明显的道理,况且高考试题又都不是很难,花费大量时间去钻所谓难题以提高能力实在不值得去效仿。做数学题比做其他题更注重技巧,比如数学中的解答题,参考答案标明了每一步骤各有多少分,少一个步骤就要丢掉多少多少分,实在很可惜。我做题就是步骤尽可能的繁复,以期别人抓不到破绽。我觉得这个方法还蛮有用。再有就是碰到过难的题,也要尽量多写;实在写不下去,只好胡猜一个结果,以图侥幸。至于有些选择题、填空题技巧,一般老师都多有秘诀,我在这儿就不多说了。

胡湛智(北京大学生命科学学院学生,贵州省高考理科状元):

数学是理科的支柱,数学基础不好往往影响到理化成绩的提高,因此必须给予足够的重视。高中的数学可以分为几个大的“板块”:一是函数板块,二是三角板块,三是立体几何板块,四是解析几何板块,五是数列极限板块,六是排列组合板块,七是复数板块。其中第一、二、四板块是尤其重要的,比较难的大题大多出自这三块,因此可以多花一些力气。复习时可以先按照大的板块复习,争取搞清每一个板块的各种题型,并做到能熟练地对付每种题型。这可以找一本系统复习的参考书来练习,最好是能跟上老师复习的进度并稍超前些,复习起来就比较轻松了。虽然大家都不提倡“题海战术”,我也不主张,那太费精力,但这并不意味着不做足够数量的习题就能把数学学好,这一点必须引起注意。买的参考书和老师布置的习题一定要尽自己的力量做,空着不做会留下遗憾的空白。关于做题难度的选择问题,我有一点自己的看法。首先,高考题的难度分布为30%的简单题,50%的中等题,20%的难题。这意味着基础题占了120分,它是复习中练题的主要部分,决不能厌烦它。要知道,高考不仅考你对知识的掌握程度,还要考做题的速度,许多同学就是在高考时因时间不够,丢掉了平时能做出来的中等难题才考砸的,这些教训值得大家三思。鉴于此,我建议大家在中等以下难度的题上多花时间。做难题并非做得越多越好,只能根据自己的情况适量地做:这—是因为对大多数同学来说做难题感到很头疼,容易产生厌烦情绪;二是做难题过多太费时间;三是因为大多数难题是由中等难度题组成的,基础题做熟练了,再来做难题会

相对容易些。我的数学老师说过一句话：“越是表面复杂的题越有机可乘”。这句话非常有道理，而高考的难题绝大部分就属于这种表面复杂的类型，它往往给出较多的条件，仔细分析条件的特点通常都能击破它。做难题的关键在于平时总结，自己总结一些小经验、小结论并记牢是非常有用的，能力也提高得快，有余力的同学不妨试试。

另外，还要特别重视画图的作用。数学中几乎所有的内容都可以用图形给予直观简明的表示，因而常使繁琐的题目简单化；特别地，通过图形发现的一些几何关系有时正是解题的关键，因此要掌握各种函数图象的特点，达到熟练的程度。

邓芳(北京大学法律系学生，江西省高考文科状元)：

数学相对文科生来说则属于偏理的科目，因此也是很多文科生的弱项。所以，学好数学在激烈的高考竞争中是占有极大优势的。我觉得，学数学首先要掌握基本的公式、原理，其次就要懂得灵活运用。第一步背公式，稍花点功夫大家都能做到，而要学会灵活运用公式、原理解题则需要一定的训练。我的意思不是搞“题海”战术，题目是永远都做不完的。我认为，除了老师布置的作业和学校发的卷子，只要适当精选一两本课外参考书就够了。有些人买一大堆参考书，结果手忙脚乱做不过来，到处象征性地“蜻蜓点水”一下，最终还是一无所获。与其这样，还不如集中精力吃透一本参考书的效果好。学习数学，思考总结非常重要。很多人做题象完成任务似的，做完就不管了。还有的人一旦做出一道难题就欣喜异常、大受鼓舞；想乘胜追击解出下一道难题，因而又把做出的那道题扔在了--边。这两种做法是十分不可取的。我们每做一道题都要注意思考总结，做完之后回想一下自己的解题思路，从中总结出这一类型题目的一般解法，尤其是做完了难题，更应从中掌握这种题的特殊技巧。对于错题和没做出来的题，则要搞懂答案的解题思路，并和自己的思维方法作对比，看看问题出在哪一环。只有这样，做过的题才算真正消化吸收，变成了你自己的东西，否则下次碰到同类的题又束手无策，那就白练习了。所以，学数学主要就在背熟公式、原理的基础上，通过典型的例题的训练，从中掌握一些题型的基本解法和某些特殊技巧，以不变应万变。另外，在练习过程中要重视基础题，不能光想攻克难题，钻牛角尖。因为试卷上的难题毕竟不多，大多数还是容易题和中等题，而且有些难题也只是在基础题上稍作变化而已。

刘阳(北京大学法律系学生，黑龙江省高考文科状元)：

有人说“文学是谎言，数学才是真理”，这肯定是失之偏颇，不过却道出了数学的重要性。我要为那些数学不太好的同学或是在数学上有潜力但由于兴趣不致于此而不愿过多投放精力于此的同学们敲敲警钟。你想想，我们是学文科的，可以说在一样的学习环境下，属于同一档次的学生在历史、政治、语文等科目上的感悟差别不会太大，但是如果数学有差距，相去十几、几十分也不是很难。尤其是那些为了逃避过重数学而选文的人，一定要做好思想上的调整，不要重文轻理。对

于数学,我的方法是多做题,多思考。对于做题,我认为择选题目的数量、质量及类型十分重要,切忌盲目的以为多多益善,投入题海中奋勇搏击。如果你不分质量、类型而乱做,就会导致劳动资源的浪费或是知识结构的畸形。举个例子,如果你选题不慎,函数占了60道(设总题量为100道),而实际上,可能40道就够了,这样相当于浪费了20道题目的时间;同时,在知识结构中,函数部分得以巩固,但可能导致其它部分的薄弱。高考中,出题人对大部分知识的要求程度是差不多的。另外,高三时间宝贵,哪容得浪费,因此做题不可不挑选一下。还有,那些思维较敏捷、反应较快的同学在平时做题时可以在头脑中几步合并,节省时间,但在考试做大题时,千万别“自作聪明”,否则就会“聪明反被聪明误”,丢掉步骤分,而这纯属“无谓送分”,是最令人心痛的啦。切忌把自己当成做题机器,拿来题就做,不思考一下题目的特点、结论和意义。这样会导致你有些题做过了,再碰到还是雾水一头;或是原本是一个小题,在大题中可直接搬用,做为条件,但由于你没有记住,没能理解也就没法运用,等于你那道小题白做了。为了避免这点,我采用重复演算的办法,当然不是连续做。我的数学题都是按套编上号的,题量不是很多,但有计划地循环做。实际上,高考题目虽说千变万化,但是全新,让你一点摸不着套路的题是很少的,大多是一些你见过的题目的全新组合。如果你能对结合前的题目有充分理解,何患组合后的不会解呢?如果你保证每一道做过的题目都记住了,理解了,那你就赢了。请大家不要误解我这里的“记住了”,它不等同于把题目、答案背下来,我所要记住的是题目的类型、原理及解题技巧。另外,还是那句老话“万变不离其宗”,所有的这些都源于书本上的基本原理,因此一定要把书本记牢、吃透。还没有谁能建起“空中楼阁”呢!

何忻(北京大学中文系学生,甘肃省高考文科第二名):

比起其它几门课,数学是客观性较强、评分的伸缩性也较小的一门,因此数学是最容易丢分的,但也是最容易拿分的。从我学习数学的经验来说,我认为高考数学题目虽然较难,但都与课上的基本定义、概念有着千丝万缕的联系,因此复习数学首先要注意定义、定理,把定义、定理做为一个点,掌握它的内容、证明、逆命题、推广、应用等。弄清了单个的定义之后,还要纵向横向看它与其它的定义、定理的联系,以及这些关系的应用。这样,学习过的数学知识便成了一个立体的知识结构,应用起来就比较自如了。当然,做练习是数学学习中必不可少的一个环节。通过做练习,可以加深对各种定义、概念的理解和掌握。但是,做习题时一定要注意立足点的问题,不能为了做出高考中的最后两题而去一味地攻难题。数学题可谓“难无止境”,做出一道,总有一道更难的在前面等着你,遇到的不会做的题多了,一方面会降低你的自信,另一方面,由于钻难题要耗费大量的时间(而且未必会收到良好的效果),这就必然会对其它几门课的复习造成冲击,并且容易使人忽略一些看似简单的基础问题和细节问题,在考场上丢了不该丢的分,造成难以弥补的损失。因此,对待练习中低、中、高三档题的态度应立足于低档题,重视中

档题,适当做些典型的有代表性的高档题以提高思维品质。实际难题只是若干个基础题的组合,只要能把基础知识融汇贯通,许多难题自然会迎刃而解。高考时如果能做到低档题不丢分,中档题少丢分,高档题拿点分,实际加起来就是高分。不用去追求把所有的题都解出来、解正确,这对于大多数人来说是不可能的,你甚至可以提前制定出计划放弃最后的一至二题,但要争取做到做一道题就对一道题,这样,考试时就不会因为担心时间不够而紧张慌乱了。另外要养成良好的答题习惯,平时做习题要注意格式,尽量做到规范化,弄清哪些步骤可省,哪些步骤不可省,否则在考场上会因为这些问题而丢分。答卷时头脑应冷静,千万不要“绊”在一道题上,应该尽量把自己掌握的都答出来。对于两道分值不等但都会做的题应采取先高后低的“战术”,先做分值高的,后做分值低的;对于两道难易不等的题自然是实行“先易后难”的原则。俗话说“拳不离手,曲不离口”,数学练习也应当持续进行,量不要大,但要每天都做几道题,否则考试时往往会出现忘公式、忘技巧的问题。

耿德健(北京大学经济学院学生,安徽省高考文科第二名):

数学贵在“联想”,即基础理论和基本方法的综合、灵活运用。基础理论指的是书上的定义、定理和公式。基本方法不外乎综合法、分析法、图象法、三角代换法、归纳法、构造法等有限几种。《大纲》也明确规定:高考不考查特殊方法。你可以观察,每一道再复杂的题目,用的都是我们学过的最基础的理论和最基本的方法,难就难在运用上。故而,我们可以得到启示:要想学好数学,必须做到两点,一是课本上基础知识灵活、扎实、熟练的掌握;二是大量练习,当然要同时避免上面提到的两个误区。

陆慧(北京大学经济学院学生,甘肃省高考文科第二名):

复习数学时,许多同学觉得似乎题做得越多越好,不少人也认为“题海”战术是最有效的。事实上,我认为做数学题“贵精不贵多”,做一道题要学会“举一反三”,用心揣摩这一类题的解题方法。其实高三阶段老师、学校发的资料已经很多了,认真地做完这些典型样题已经很不容易了,不用再花很多钱去购买其它的参考书,多而不精,往往是事倍功半。课外的书只要挑好一两本就足够了。最后挑那种很全面、很系统,每章有小结、有较为详细的例题分析和练习题及解答的书,这比那种纯粹的习题要有用得更多,往往可以从书里的总结讲解中学到不少解题技巧。另外,做题要用心,要善于归纳。平时测验后要分外留心做错的题,认真系统地总结相似题型的做法,争取每一类题错过一次之后下次决不再错。时间一久,会做的题也就越来越多,考试时可将失误减少到最低限度。

此外,我顺便谈一下数学考试中一些应注意的地方。数学考试题量较大,若是安排不好时间,很容易就会出现答不完卷子的情况;而且数学考试中,心理也最容易变化,往往一道题能否做得出来会较大的影响考生以后答卷的情绪。许多同学发挥失常也往往是不会安排时间、不善调节自己的情绪、心理素质较差造成的。

所以考试之前一是要休息好,保持较为轻松的心情,尽量避免神经过于紧张。有的同学一进考场就心里发慌,脑中一片空白,结果连简单常用的公式也忘得一干二净了。所以答题时要沉稳,一拿到卷子就不要再多想,立刻让自己全心投入。遇到不太顺利的题也不要慌乱,尽量先把会做的都做完,做正确,特别要避免因简单的计算错误而丢分。然后再回过头看没做的题,这时情绪已经比较稳定,注意力也已经比较集中,可能会比刚答卷时更容易进行思考;对于实在做不出的题目也不要死守着不放,不妨先放弃,因为在一道题上耗时过多,必然会影响下面的答题,而且越想越乱,越做越急,反而会打乱整个思路和情绪。一定要力求将会做、应该能做的题都做对,这样即使最后是因实在不会做的题而丢了分,那也没什么遗憾的。我在高考数学时,就放弃了一道不会做的大题(12分),但却用争取到的时间认真修改了前面做错的选择和填空(共4道约20分),考后想来仍很庆幸自己的选择。另外,有的题目是不必长篇繁琐地推算的,特别是解析几何的题,有的可以直接将四个选项代入原题,符合题目已知的即为正确答案。当然,这只是在万不得已时为了节约时间而用的方法,平时做题宁可做错也别投机取巧,因为只有平时扎实的基础才会有考场灵活的反应。

总之,数学复习要讲“细”、“扎实”;考试时要讲“稳”、“冷静”、不骄不躁,争取发挥应有的水平。平时练习时尽量不要大意,把每一次小测验都当做一次高考预演,锻炼自己的心理素质和答题方法。

焦朋朋(清华大学土木工程系学生,安徽省高考理科第三名):

数、理、化三门的复习有许多相似之处,都需要做相当数量的习题,都需要对一些理论知识加以融汇贯通。在高考试题中,高难度的题可以说没有(近几年如此),所以在平时练习中不要找过难的题,而要把精力放在一般题型和中等水平的题目上,要注意知识的灵活运用,需要强调的一点是,做题并非越多越好,而是越精越好。同一类型的题目做几个就可以了,不必花太多时间,有些题目有特殊解法,对这样的题应注意归类,并归纳其解题方法。对知识要进行系统化,可以运用类似、相反等关系把相应知识连结起来,组成一个个体系,例如数学中的幂函数、指数函数,对数函数必须放在一起,加以比较,才能掌握住各个的特点。课本中有一些公式理论比较复杂,对此应注重理解,自己可以多推导几遍,从头至尾弄清楚了,记起来自然就会容易些。

另外,数学要注意一些技巧运用,物理要在头脑中建立适当的物理模型,化学则要十分注重分析与推导。

高中阶段的学习,最重要还在于练习。勤练、精练、巧练,就是练习最基本的方法。“勤在于劳手,精在于长眼,巧在于用脑”。也就是说,要注意思维方法和解题技巧。见多识广,才能触题生辉。找一些“新鲜”的解题方法如在数学方面这是最紧要的。思路越开阔,方法才能找上你,而不是冥思苦想不得其法。俗语说“大考大玩,小考小玩,不考就不玩。”平时练的得法,上什么“战场”也是临危不惧。当

然说得再多都不顶用,要的是“战术”。

解题需要巧精,而不在多杂。题海战术给你的只是见题就做,而多是做而错或不全。解题首先得破题。所谓“破”是指你的一般思维而言。读题时把重点的词勾出来,有数字、单位的要着重指出,还有就是对提问的分析,看见了题首先要想的不是如何解出来,而是如何把前面的题设与之相连接。如“已知:

$$\sin x = m + 1, \cos x = m - 1, \tan x = ?”,$$

也许多人就会来个

$$“\tan x = \sin x / \cos x = \frac{m+1}{m-1} (m \neq 1)”,$$

这看似正确,其实一看便知此题为一错题。

$$(\sin^2 x + \cos^2 x = 2m^2 + 2 \neq 1)$$

同学们都有这样的错误,看着题简单而忽略了很多必要的常识。还如上题从定义上看也是错的,如

$$|\sin x| \leq 1, \text{即 } -2 \leq m \leq 0$$

而

$$|\cos x| \leq 1, \text{即 } 0 \leq m \leq 2 \quad \text{故 } m = 0,$$

代入可知为一错题,这样很明显的错题必须注意题干。

有了以上复习数理化的一般认识,下面我就具体谈一下这三科的复习:

数学的复习主要是基础知识。每一章的复习开始前一定要把课本看一遍,定理、公式记住自不必说,一些典型例题的解法也要注意,特别是立体几何,在以前的高考中曾多次出现课本上的例题。读者最好能选一本好的参考书,在复习一章的过程中把对应的题目仔细做一遍,不过要特别强调的是切不可采用题海战术,题海浩瀚无边,一时陷入就难以自拔了。数学有一个典型特点就是它有许多固定的题型,比如函数中的定义域、值域、反函数问题,圆锥曲线中过定点的弦的中点问题,定长弦的中点轨迹问题等,这些固定的题型都有一些固定的解法,如果掌握了这些固定解法,在遇到相应的题目时就可从容不迫。还有一点就是平时的复习中一定要注意提高运算能力,特别是解析几何,有的题目能列出方程,但只要解不出来得分就很少了。

楚军(清华大学自动化系学生,北京市高考理科第四名):

数学同语文一样,也是最基本的工具学科。与语文相比,它更需脑子的灵活。学习数学,最基础的是对概念的理解,掌握了概念才能去分析解决各种题目。数学离开了题目是不行的,只有能在解题中熟练运用各种概念、定理和分析方法,才算是真正掌握了数学。做题目要用脑筋。借一句话,不能“死做题,做死题,做题死”。说实话,经过这么多年的练习、高考,各个知识点的各种类型的题目也差不多都出遍了,很难再出什么新花样。我们可以有系统地进行练习,一边做题一边总结题目的类型,找到每一种类型题目的解题办法。不论题目外表怎么变化,只

要是这种类型的题,用这种办法肯定能解出来。虽说这样做有点像做八股文,长此下去会束缚人的思维,但这不失为应付考试的一个行之有效的办法。因为考场上的时间有限,如果在很长时间内拿不出解决问题的方法,可能会导致考试的失败。当然我们也不能忘记能力的培养,两者要相辅相成才能收到最大的功效。我相信,经过认真细致的归纳总结后,决大多数的题目会迎刃而解,为考试节约了时间;只要再做到认真细致,就能够得到比较高的分数。至于一些新颖的题型,就要靠自己平时培养的能力去解决了。

张雅丽(清华大学经济管理学院学生,湖南省高考理科第四名):

数学,它是一门很基础却又非常灵活的学科。它的重要性是不言而喻的,因为只有学好数学的基础上才有可能学好物理和化学,但同时,它又是很难学好的,主要是由于太多的基本概念须要掌握,不仅如此,还需要你能够很清楚地区分它们,这就须要大家下一定的功夫。功夫应该下在什么地方呢?我认为,数学中主要有几个重点和难点要求掌握好,包括函数、三角和解析几何,因为这几个部分是出题率比较高的,尤其是分数较多的大题;另外,在综合题中也经常涉及到这几个部分的内容,所以,你无论如何都要把这几个部分复习好。其次,数学是非常讲究解题技巧与方法的,数学题或多或少地都有一些灵活性,它虽然不是那么难,但仍需要你的脑筋转转弯,因此,我们在平时的练习中要经常进行总结和归纳,掌握解题的方法与技巧。不要以为这是多么难做到的事情,或者借口自己没有数学细胞而放弃,毕竟凡事都有它自身的规律,只要你用心去发掘,没有什么办不到的。最后,数学的题量相对而言是比较大的,大家在做题时必须注意自己的速度,以免出现时间不够的现象。要想提高做题的速度,不妨用用这个办法:先有目的地找一些题目,自己估量一下做题的速度,看看自己哪种类型的题做得比较快,哪种类型的题做得比较慢,再好好分析分析,到底是由于什么原因影响了你的速度,然后根据情况改进做题方法,或是改变做题思路,这样慢慢提高速度应该较为可行。

牛强(清华大学热能系学生,辽宁省高考理科第十名):

高中数学内容庞杂,有幂函数、数列、复数、三角、立体几何、解析几何等内容。虽然相互之间常结合起来做成综合题,但实际上,在基本的概念、原理和解题技巧上关联甚少。所以复习时宜采取各个击破的方式,先掌握每一部分的内容再处理综合问题。

现在许多同学热衷于做难题,认为“难题掌握了,简单问题也不在话下”。但实际上,难题常偏重于考查技巧,而疏于基本概念和原理的考查;这样,许多同学费力甚多解出了难题却在基本的小题上失去许多分,结果得不偿失。而且,须知,数学这一科目如果深究起来是深不可测的。一些数学竞赛的题目更是与高考题目少有关系,所以除非确实有极高的天份与兴趣,否则,就不要无限度地去做难题,而应以把握基本概念为主,深刻体会基本例题中的求解方法与技巧。

下面再让我分类谈一谈。

在学习幂函数时,我们可以深刻体会到图象的重要性。事实上,在整个学习过程中,图象都可以给我们以很大的帮助。

在对数列的学习和复习中,我们不仅仅要牢记那几条公式,而且应理解甚至牢记那些公式的推导过程。考试中题目的解法很少会是套用公式,却常常含在书中的例题、公式推导中。

有一位老师说“三角是数学中最简单的部分”。这么说是因为三角题目常有极强的规律可循,通常有“遇到积就化和差,遇到和差就化积,遇到乘方就降次”的说法。一般地,如果能牢记那些公式,解题可以有一定把握。

在学习复数时,要熟练掌握复数的两种表示方法和它的计算公式。高中复数是比较粗浅的,只是为以后的学习打基础,我们应注意体会它的几何意义并与代数中的其它内容对比。

立体几何是有趣的,它将我们的思维从平面移到了空间,充分开发我们的空间想象力。复习时我们应以最基本的画图开始——好的图形可以起到事半功倍的效果。我们既要想象出空间形状,又要把空间图形搬回平面上,用平面几何的方法解立体几何的题目。

解析几何是很难的一部分内容,常作压轴题出现。几类二次曲线的应用常使学子们束手无策,大量的运算常令人望而生畏。其实只要理解它们的概念,用焦点与准线的定义解题,常可以避开大量的运算。

下面用几道例题加以说明。

1. 已知 $|z+i|+|z-i|=z$ 求 $|z+i+1|$ 的最小值。

解: 本题考查复数的几何意义,只要知道 $|z+i|$ 表示 z 到 $-i$ 点的距离,便可以理解,所求为: z 点距 $-1-i$ 的距离。显然答案为 1。

2. 已知: $\tan A + \cot A = 2m$, 求 $\sin 2A$

$$\begin{aligned} \text{解: 遇切变弦: } \frac{\sin A}{\cos A} + \frac{\cos A}{\sin A} &= 2m \\ \frac{\sin^2 A + \cos^2 A}{\sin A \cos A} &= 2m \end{aligned}$$

$$\therefore \frac{1}{\sin A \cos A} = 2m, \text{ 又 } \sin 2A = 2 \sin A \cos A = \frac{1}{m}$$

3. 已知: $|x| \leq \frac{\pi}{4}$, 求 $f = \cos^2 x + \sin x$ 的最值。

$$\begin{aligned} \text{解: } f &= 1 - \sin^2 x + \sin x \\ &= -\left(\sin x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{5}{4} \\ \therefore |x| \leq \frac{\pi}{4} \quad \therefore -\frac{\sqrt{2}}{2} &\leq \sin x \leq \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \text{当 } \sin x = \frac{1}{2} \text{ 时, } f_{\max} &= \frac{5}{4} \end{aligned}$$

在求 f_{\min} 时可以参看图线, 显然 f_{\min} 在 $\sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ 时取得。

$$\text{计算得 } f_{\min} = \frac{1-\sqrt{2}}{2}$$

另外还要说一点, 有一部分同学一遇到复杂的计算就跳过不做, 认为“知道思路就可以”。其实数学是理科的基础, 而计算又是数学的基础, 我们应踏踏实实地掌握这一个基本功。

徐凡(清华大学经济管理学院学生, 北京市高考理科第二名保送入清华大学):

高中数学, 与其它学科一样, 简单划一, 可分为概念、定理、应用。临考复习, 各章节也当遵循这三步。数学本身是很抽象的, 掌握起来也就不很容易。我以为为学习或复习的方法为理解概念, 做题与总结三个环节。说实话, 这并不是一条捷径, 是条大路, 好找也好走些, 不过时间自然要用长些。

掌握概念, 包括定理, 是最初的一环, 重要性不言自明。然而这却常常被人们忽略。这是由于这些概念表述往往很简单, 看一遍就可以记住。然而记住并不意味着, 与应用更是相去甚远。概念之间是相互联系的。如果头脑中只有一个个孤立的观念, 解题时必然找不到思路。因此, 学习或复习时就是努力建立这些联系。比如, 复数这个概念, $a+bi$ ($a, b \in R$), 想到这个概念, 首先应该想到复平面, 然后是复数的向量表示, 模与方向; 复数加减——平行四边形法则, 复数乘除——旋转与伸缩; 复数乘方——连续旋转与连续伸缩, 复数平方——等分圆周……如此等等。这代表了一个方向, 即将抽象的代数概念放入具体的坐标系中, 考察它的几何意义。这不仅有助于理解, 而且借助图形的形象性, 正是解复数的思路之一。

另一个方向是考虑复数集, 它与实数集及其它数集的关系; 复数相等、复数共轭与其它数集中的相等与共轭有什么相同点与不同点。这不仅有助于澄清概念, 而且将复数概念延伸出去, 与实数联系起来, 也是一种“温故知新”吧。

关于概念与定理还要言明的是有些概念在实际中并不常用, 常用的是它的等价命题。如“共轭复数”这个概念, 原始定义为“两个复数实部相等, 虚部互为相反数, 则这两个复数叫共轭复数”, 而实际中常用的是“两个复数为共轭复数等价于它们的和与乘积都为“实数”。一方面, 我们要接受并消化这种引申定义, 因为在实际应用中它更有针对性, 更方便; 然而也不能就此忽略原始定义, 它更具普遍性, 这在后文还将有所论述。

下面谈谈做题。虽然题海战术已被批驳得体无完肤, 然而每到高考复习阶段, 各种参考书、习题集便蜂涌而出, 名目繁多, 装帧精美而且价格不菲, 然而有些书内容实在让人无话可说。毕竟每年这会儿财神爷必然光顾, 家长自然是不惜本钱, 学生这时也只能“跟着感觉走”, 因此盲目性很大。为了压缩投入, 提高产出, 不妨征询老师的意见, 依靠老师的经验当是一条捷径。

做题量大小,依各人情况而定。你若有精力,有时间,偏要多做题,谁也管不着。我以为,复习阶段是需要一定的做题量的,不过做得过多,超过一定量后,收效的增长率也会随着投入的再增加而递减。与其如此,不如把时间投到其它科目。我的老师就是这样教我的,即 1×5 大于 5×1 。

这就是说一道题分五种方法做,其效果比做同类的 5 道题要大。先看这样一道例题:

已知抛物线 $y^2 = x$ 上存在两点 P, Q , 使得 P 和 Q 关于直线 $y - 1 = k(x - 1)$ 对称, 试求实数 k 的取值范围。(详见 96 年 9 月西城区教研中心编《高三数学复习指导》301 页例题三)

书中给出了三种解法如下。

解法一: 设 $P(x_1, y_1), Q(x_2, y_2)$ 为抛物线上两点且 P, Q 关于直线 $y - 1 = k(x - 1)$ 对称。

$$\begin{cases} y_1^2 = x_1 & \text{①} \\ y_2^2 = x_2 & \text{②} \\ \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} = -\frac{1}{k} & \text{③} \\ \frac{y_1 + y_2}{2} - 1 = k\left(\frac{x_1 + x_2}{2} - 1\right) & \text{④} \end{cases}$$

(以下略)

将所有关系用方程表出,共有 4 个方程 5 个参量,消去参量后用二次方程根的判别式求解,这无疑是最常规的办法,而对所有解析几何的题目,这种方法在理论上都是行得通的。虽然这种方法较繁琐,但由于它的通用性很好,切不可忽视。何况以现有的评分制度,写出上述四个方程,捞得也不少了。我学习有懂、会、熟、巧四个阶段,到“熟”的境界已相当不易,“巧”字更需平日功夫。然而在高考中时间紧迫,一心取巧也许会竹篮打水——一场空,优秀的学生尤慎之。“常仙解题”乃吾师之海。

如果在成绩上想更进一步,上述解法一的“理论上可行”在实际中对有些题目也许就行不通了,这是由于消参后式子太过复杂,无法化简,且极易出错。如果平日训练有素,可看出较简便的解题方法,请看法二:

设直线 PQ 方程 $x + ky + m = 0$ 与 $y^2 = x$ 联立,消去 x 得 $y^2 + ky + m = 0$ 。

\therefore 与抛物线交于 P, Q 两点

$$\therefore \Delta = k^2 - 4m > 0$$

$$\text{又 } y_1 + y_2 = -k$$

$$\therefore PQ \text{ 中点纵坐标为 } \frac{-k}{2}$$

(以下略)

这种解法的中心就是取出这个中点。用判别式保证 PQ 与抛物线相交于两点,由于 $y-1=k(x-1)$ 垂直平分 PQ 的垂直性已在设 PQ 方程时保证,再用中点为两直线交点保证平分就构成了这种解法的基本思路。

解法三:同样取出中点,但利用了该点在抛物线内部以保证 PQ 与抛物线交于两点。

由此可见,后两种方法较第一种方法要简单很多,但思路难于寻找。做题时想不到这种做法并无要紧,但看例题解法是切不可走马观花,而要作出些切实的分析,并进行适当的归纳、总结,以利提高。

实际上概念,做题与总结三环环相扣,把它拆开来说是不很恰当的。

做题时就要进行方法的总结。对于某种类型题,要对可能的方法进行列举,选出常规方法。有些比较巧妙的方法在一定范围内也有一定的通用性,也可记为常规方法。例如取中点对于点点对称问题往往很有效,这样你的思路就拓宽了。

对解题步骤也要有所归纳。有时,对于有些题目,你会不会感到无从下手呢?这就要寻找到切入点。例如对含多个参变量方程进行讨论,首先要选取只影响一个变量的条件。这里就不再举具体例子了。实际上,这种对步骤的归纳在大学数学学习中是很普遍的。

对概念、定理进行总结。也许你会以为这没有什么好总结的。其实,所谓总结就是进一步寻找它们之间的联系,将它们连成一个彼此交通的网络。我们都知道生物进化的树状结构,我以为数学知识,至少在局部上也应具有这样的结构。正如前文所叙,原始定义比从它引申出来的等价命题具有更大的普遍性。知识树状体系中越靠近根部越具有普遍性。而最具代表性的就是定义。也就是说在使用某种方法行不通时,使用定义往往可以获得解决。比如立体几何中,如果几个垂直关系间能使用三垂直定理,不妨试一试直线与平面垂直的性质定理与判定;如果证明圆与直线相切不能用圆心到直线距离或其它方法求出,老老实实用切线定义当会有所收获。这里的例子也许并不恰当,实际应用中,这种思想当有用武之地。

我想以上所述概括了数学学习的一种方法。这种方法应该是有效的,但是需要投入较多时间。在一道题上投入时间过多,心理上要能承受。临考复习改变方法如同临阵易帅,要冒一定风险,望诸君慎之。

王新(清华大学电子系学生,湖北省高考理科第三名):

首先,你应该对高中所学内容按章节全面地进行一次系统的复习。我高三那年,数学课上采用的就是这种复习方法。我当时态度十分认真,为数学在高考中取得好成绩,打下坚实的基础。在复习的过程中,最好能做一定量的习题(我并不要求大量。应该说,做题贵在精。那种对概念要求高,自己易做错的题比较好)。举个例子,比方说,这两周,你集中精力复习复数这一章,然后认真做一套复数题,检查自己复习中的漏洞。通常,你做错一道题,可能有四种情况:概念不清或根本