

速算

褚鳳儀著

商務印書館

706
705
速

算

褚鳳儀著

商務印書館

速 算

褚鳳儀 著

★版權所有★

商 務 印 書 館 出 版

上海河南中路二一一號

(上海市書刊出版業營業許可證出字第〇二五號)

新 華 書 店 總 經 售

上 海 洪 興 印 刷 廠 印 刷

(13017·110)

1950 : 12月本館第1版	開本 850×1168 1/32
1956 : 5月本館第4版(合訂本)	印張 12 13/16
1957 : 1月上海第2次印刷	印數 7,501—11,500
定價 (10) 洋 1.90	

序

余於各大學教授統計學與投資數學時，間有應用速算方法以便計算，學者見計算之簡捷，每有請求附帶教授者，余亦屢擇其簡要者而授之，惟屢教屢忘，鮮有能應用自如者，推其故，教者未嘗作有系統之講授而學者亦未嘗作充分之練習使然也。本書之編，雖未敢謂已爲有系統之著作，然習題之慎選，自信已能予學者以充分練習之機會矣。

書中所舉速算方法，均加證明，蓋練習速算，證明雖非必要，然苟能明速算之理，則必易憶速算之法，故證明亦可助方法之記憶。

附錄中之半方表與倒數倍數表，專爲是書編製，半方表可供三方面之應用，即可備乘法，求平方，開平方時之應用，倒數倍數表專爲除法而作，蓋所以便統計機關中價比之計算也。

本書共設三十八習題，若能每週教授一小時，則一年內可教完是書。

本書蒙同學沈君致和，朱君愛廬，胡君珍楷，奚君紹濂，馬君富泉，匡君裕臣，或助編計算表，或代任抄寫覆核之勞，均使編者心感，特誌數語，以示謝忱

褚鳳儀

一九三九年三月十五日

本書原分上、下兩冊，現合訂一冊，因係利用舊紙型印刷，
頁碼仍各自起訖。

目 次

上 冊

第 一 章	檢 誤 法.....	1
第 二 章	不 用 計 算 表 之 速 算	12
第 一 節	加 減 法 之 速 算	12
第 二 節	乘 法 與 平 方 之 速 算	20
第 三 節	除 法 之 速 算	200
第 四 節	開 平 方 之 速 算	281

下 冊

第 三 章	應 用 計 算 表 之 速 算	1
第 一 節	乘 法 與 平 方 之 速 算	1
第 二 節	除 法 之 速 算	13
第 三 節	開 平 方 之 速 算	19

附 錄

半 方 表	24
倒 數 倍 數 表	124

第一章 檢誤法

1. 以 9 除某數所得之餘數，與以 9 除某數中各數字之和所得之餘數相同。

(證) 設 $a + 10b + 100c + 1000d + 10000e + \dots$

爲某數， $a, b, c, d, e, \dots$ 爲最小爲 0 最大爲 9 之整數

$$\frac{a + 10b + 100c + 1000d + 10000e + \dots}{9}$$

$$= \frac{a + 9b + b + 99c + c + 999d + d + 9999e + e + \dots}{9}$$

$$= (b + 11c + 111d + 1111e + \dots) + \frac{a + b + c + d + e + \dots}{9}$$

括弧中之數爲一整數，故以 9 除 $a + 10b + 100c + 1000d + 10000e + \dots$ 所得之餘數，與以 9 除 $a + b + c + d + e + \dots$ 所得之餘數相同。

例一 求以 9 除 438572 所得之餘數

$$4 + 3 + 8 + 5 + 7 + 2 = 29$$

以 9 除 438572 所得之餘數，與以 9 除 29 所得之餘數相同，即得 2。

2. 各數字中若有數個數字之和爲 9 或其倍數，則在相加前可先約去，以便計算。

例二 求以 9 除 4753812 所得之餘數

$$\underbrace{4753812}_{\text{4+7+5+3+8+1+2}} = 3$$

3 即為所求之餘數

3. 某數為 9 之倍數時，其數字之和必為 9 之倍數，反之若某數中各數字之和為 9 之倍數時，某數亦必為 9 之倍數

(證) 設 $a + 10b + 100c + 1000d + 10000e + \dots$ 為某數，

$a, b, c, d, e, \dots$ 為最小為零最大為 9 之整數。

由第一段中證明得：

$$\begin{aligned} & \frac{a + 10b + 100c + 1000d + 10000e + \dots}{9} \\ &= (b + 11c + 111d + 1111e + \dots) + \frac{a + b + c + d + e + \dots}{9} \end{aligned}$$

若某數為 9 之倍數，則上式中左邊為一整數，因括弧中之數為一整數，故 $\frac{a + b + c + d + e + \dots}{9}$ 亦為一整數

即 $a + b + c + d + e + \dots$ 為 9 之倍數，反之，若某數中各數字之和為 9 之倍數，則 $\frac{a + b + c + d + e + \dots}{9}$ 為

一整數，因括弧中之數為一整數，故上式中左邊亦為一整數，即某數亦為 9 之倍數。

例三 試證 438561 為 9 之倍數

$$\underbrace{438561}_{\text{4+3+8+5+6+1}} = 0$$

各數字之和為 9 之倍數，故 438561 亦為 9 之倍數

4. 若干數相加後，以 9 除得之餘數，與以 9 分別除各數所得各

餘數之和，相差之數，必為 9 之倍數。

(證) 設 $N = N_1 + N_2 + N_3 + \dots + N_t$

又設 $Q, Q_1, Q_2, Q_3, \dots, Q_t$ 為以 9 除 $N, N_1, N_2, N_3, \dots, N_t$ 所得之商數，而 $R, R_1, R_2, R_3, \dots, R_t$ ，為除得之餘數

$$\begin{aligned} N &= 9Q + R \\ N_1 &= 9Q_1 + R_1 \\ N_2 &= 9Q_2 + R_2 \\ N_3 &= 9Q_3 + R_3 \\ &\dots\dots\dots \\ N_t &= 9Q_t + R_t \end{aligned}$$

以之代入上式，得：

$$9Q + R = 9Q_1 + R_1 + 9Q_2 + R_2 + 9Q_3 + R_3 + \dots + 9Q_t + R_t$$

$$\text{即 } (R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_t) - R = 9(Q - Q_1 - Q_2 - Q_3 - \dots - Q_t)$$

上式之右邊為 9 之倍數，故左邊亦為 9 之倍數

例四

433587	6	
93241	1	26-8=18=2×9
72883	8	
41856	6	
+38732	+5	
----- 685259	----- 26	
		8

5. 若干數相加後，以 9 除得之餘數，與以 9 分別除各數所得各餘數之和，相差之數，若非 9 之倍數，則加法時計算必有錯

誤，此法名曰加法之檢誤法（但若相差之數為9之倍數時，不可即以之斷定計算之必無錯誤，故此法祇能檢舉錯誤，以下各檢誤法均然）

例五

387456	6	
41875	7	26-0=26非9之倍數，
83748	1	故知以上計算必有錯誤
2157	6	
+ 2463	+6	
597699	26	
	0	

6. 以9除被減數所得之餘數，與以9除減數與餘數所得二餘數之和，相差之數，若非9之倍數，則減法時計算必有錯誤，此法名曰減法之檢誤法。

(證) 設A為被減數，B為減數，C為餘數，即

$$A - B = C$$

$$A = B + C$$

若以9除A所得之餘數，與以9除B與C所得二餘數之和相差之數，非9之倍數，則第二式中之加法必有錯誤，或即第一式中之減法必有錯誤。

例六

438567	6	
- 249671	2	7
288896	5	

7-6=1 非9之倍數，故知以上計算必有錯誤

7. 以9除被乘數與乘數所得二餘數之積，與以9除乘積所得之餘數，相差之數，必為9之倍數。

(證) 設 $AB = C$

又設 Q_a, Q_b, Q_c , 爲以 9 除 A, B, C , 所得之商數, 而 R_a, R_b, R_c 爲除得之餘數

$$A = 9Q_a + R_a$$

$$B = 9Q_b + R_b$$

$$C = 9Q_c + R_c$$

以之代入上式, 得:

$$(9Q_a + R_a)(9Q_b + R_b) = 9Q_c + R_c$$

$$9(9Q_a Q_b + Q_a R_b + Q_b R_a) + R_a R_b = 9Q_c + R_c$$

$$\text{即 } R_a R_b - R_c = 9(Q_c - 9Q_a Q_b - Q_a R_b - Q_b R_a)$$

上式中右邊爲 9 之倍數, 故左邊亦爲 9 之倍數

例七

3851	8
$\times 7348$	$\times 2$
23106	16
15404	
11553	16-7=9
$\times 26957$	
28289446	
7	

8. 以 9 除被乘數與乘數所得二餘數之積, 與以 9 除乘積所得之餘數, 相差之數, 若非 9 之倍數, 則乘法時計算必有錯誤, 此法名曰乘法之檢誤法。

例八

$$\begin{array}{r}
 352 \quad 1 \\
 \times 743 \quad \times 5 \\
 \hline
 1056 \quad 5 \\
 1408 \quad \\
 2364 \quad \\
 \hline
 251536 \\
 4
 \end{array}$$

5-4=1 非9之倍數，
故知以上計算必有錯誤

9. 設以除數 D 除被除數 P 而得商數 Q 與餘數 R ，則以9除 D 與 Q 所得二餘數之積，與以9除 R 所得之餘數相加後，再與以9除 P 所得之餘數相減，兩者之差必為9之倍數

$$(證) P = DQ + R$$

設 q_1, q_2, q_3, q_4 為以9除 P, D, Q, R 所得之商數，

而 r_1, r_2, r_3, r_4 為除得之餘數

$$P = 9q_1 + r_1$$

$$D = 9q_2 + r_2$$

$$Q = 9q_3 + r_3$$

$$R = 9q_4 + r_4$$

以之代入上式，得：

$$9q_1 + r_1 = (9q_2 + r_2)(9q_3 + r_3) + 9q_4 + r_4$$

$$9q_1 + r_1 = 9(9q_2q_3 + q_2r_3 + q_3r_2 + q_4) + r_2r_3 + r_4$$

$$即(r_2r_3 + r_4) - r_1 = 9(q_1 - 9q_2q_3 - q_2r_3 - q_3r_2 - q_4)$$

上式之右邊為9之倍數，故左邊亦為9之倍數

例九

$$385 \overline{) 43567} \underline{113}$$

$$\begin{array}{r} 385 \\ \underline{506} \\ 385 \\ \underline{1217} \\ 1155 \\ \underline{62} \\ 43567 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 385 \quad 7 \\ 113 \quad \times 5 \\ \hline 62 \quad 35 \\ \hline \quad 43 \\ 43 - 7 = 36 = 4 \times 9 \end{array}$$

10. 設以除數 D 除被除數 P 而得商數 Q 與餘數 R , 若以 9 除 D 與 Q 所得二餘數之積與以 9 除 R 所得之餘數相加後, 再與以 9 除 P 所得之餘數相減, 兩者之差非為 9 之倍數, 則除法時計算必有錯誤, 此法名曰除法之檢誤法。

例十

$$364 \overline{) 73851} \underline{202}$$

$$\begin{array}{r} 728 \\ \underline{1051} \\ 828 \\ \underline{223} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 364 \quad 4 \\ 202 \quad \times 4 \\ \hline 223 \quad 16 \\ \hline \quad 23 \end{array}$$

$$73851 \quad 6$$

$23 - 6 = 17$ 非 9 之倍數, 故知以上計算必有錯誤

11. 設將 A 開方後而得方根 B 與餘數 C , 則以 9 除 B 所得餘數之平方與以 9 除 C 所得之餘數相加後, 再與以 9 除 A 所得之餘數相減, 兩者之差必為 9 之倍數

(證) $A = B^2 + C$

設 Q_a, Q_b, Q_c , 為以 9 除 A, B, C , 所得之商數, 而 R_a, R_b, R_c 為除得之餘數

$$A = 9 Q_a + R_a$$

$$B = 9 Q_b + R_b$$

$$C = 9 Q_c + R_c$$

以之代入上式，得：

$$9 Q_a + R_a = (9 Q_b + R_b)^2 + 9 Q_c + R_c$$

$$9 Q_a + R_a = 9(9 Q_b^2 + 2 Q_b R_b + R_b^2) + 9 Q_c + R_c$$

$$\text{即 } (R_b^2 + R_c) - R_a = 9(Q_a - 9 Q_b^2 - 2 Q_b R_b - Q_c)$$

上式之右邊爲 9 之倍數，故左邊亦爲 9 之倍數。

例十一

1'74'85'132		
1	132	6 ² = 36
23	61	+ 7
262		43
74		
69		
585		
524		
61		
17485	7	

$$43 - 7 = 36 = 4 \times 9$$

12. 設將 A 開方後而得方根 B 與餘數 C，若以 9 除 B 所得餘數之平方，與以 9 除 C 所得之餘數相加後，再與以 9 除 A 所得之餘數相減，兩者之差，非爲 9 之倍數，則開方時計算必有錯誤，此法名曰開方之檢誤法

例十二

38'75'69'614		
36	614	2 ² = 4
121	573	+ 6
1224		10
75		
121		
5469		
4896		
573		
387569	2	

$10 - 2 = 8$ 非 9 之倍數，故知以上計算必有錯誤

習 題 一

1. 求以 9 除下列各數所得之餘數

- a. 43857 b. 637524 c. 8164903 d. 637428
e. 63954

2. 就下列各加法檢舉錯誤，如發現錯誤，將演算改正後再依檢誤法檢誤。

- a. $438567 + 134862 + 31486 + 43752 = 648677$
b. $637524 + 314724 + 147325 + 387463 = 1387036$
c. $817524 + 324356 + 143752 + 86314 = 1371947$
d. $639 + 437 + 512 + 456 + 387 = 2231$
e. $324316 + 187543 + 216374 + 311825 = 1039958$

3. 就下列各減法檢舉錯誤，如發現錯誤，將演算改正後，再依檢誤法檢誤。

- a. $432587 - 213694 = 318893$
b. $637456 - 324187 = 313286$
c. $3193425 - 1081725 = 2111600$
d. $3815426 - 2093173 = 2822253$
e. $63754 - 31256 = 32508$

4. 就下列各乘法檢舉錯誤，如發現錯誤，將演算改正後，再依檢誤法檢誤。

- a. $38 \times 73 = 3774$
 b. $46 \times 84 = 3964$
 c. $324 \times 436 = 131264$
 d. $487 \times 712 = 346644$
 e. $546 \times 618 = 337418$
 f. $35^2 = 1125$
 g. $75^2 = 5635$
 h. $105^2 = 11125$
 i. $98^2 = 9704$
 j. $994^2 = 988136$

5. 就下列各除法檢舉錯誤，如發現錯誤，將演算改正後，再依檢誤法檢誤。

	被除數	除數	商數	餘數
a.	43867	341	128	119
b.	35742	182	190	162
c.	63714	367	173	123
d.	83456	4124	20	876
e.	38712	3876	9	3826

6. 就下列各開方檢舉錯誤，如發見錯誤，將演算改正後，再依檢誤法檢誤。

	被開方之數	方根	餘數
a.	38756	169	195

b.	56487	237	218
c.	8649	93	100
d.	71643	267	344
e.	94815	307	655