

*SELECTED PAPERS OF  
ACADEMICIAN ZHU BOFANG*

朱伯芳院士文选

朱伯芳著

---

中国电力出版社

## 内 容 提 要

本书是朱伯芳院士从已发表的 110 余篇论文中精选的 57 篇结集成册。全书分：混凝土温度应力；粘弹性与混凝土徐变；结构与拱坝优化；仿真、反分析与反馈设计；水工结构、有限元；科技工作经验共六个专题。

该文选是水电工程界从事设计、施工、科研的广大工程技术人员及高等院校相关专业师生的宝贵参考资料。

### 图书在版编目(CIP) 数据

朱伯芳院士文选/朱伯芳著. 北京:中国电力出版社,  
1997

ISBN 7-80125 295-0

I. 朱… II. 朱… III. ①朱伯芳-文集②水利工程  
研究-文集 IV. TV-53

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (97) 第 01755 号

中国电力出版社出版、发行

(北京三里河路 6 号 邮政编码 100044)

北京市地矿局印刷厂印刷

各地新华书店经售

\*

1997 年 9 月第一版 1997 年 9 月北京第一次印刷

850 毫米×1168 毫米 32 开本 21.375 印张 570 千字 2 插页  
印数 0001—1150 册 定价 37.00 元

版 权 专 有 翻 印 必 究

(本书如有印装质量问题, 我社发行部负责退换)

# 目 录

全国政协钱正英副主席题辞

我所知道的朱伯芳院士（代序一）

潘家铮

才思敏捷 勇于开拓 辛勤耕耘 硕果累累（代序二）

——贺朱伯芳教授当选为中国工程院院士

作者简介

About the Author

|                             |     |
|-----------------------------|-----|
| <b>一、混凝土温度应力</b>            | 1   |
| (1) 有内部热源的大块混凝土用埋设水管冷却的降温计算 | 3   |
| (2) 混凝土坝施工中相邻坝块高差的合理控制      | 12  |
| (3) 数理统计理论在混凝土坝温差研究中的应用     | 21  |
| (4) 重力坝和混凝土浇筑块的温度应力         | 31  |
| (5) 基础梁的温度应力                | 50  |
| (6) 软基上船坞与水闸的温度应力           | 64  |
| (7) 论拱坝的温度荷载                | 82  |
| (8) 库水温度估算                  | 96  |
| (9) 混凝土坝水管冷却效果的有限元分析        | 111 |
| (10) 大体积混凝土表面保溫能力计算         | 127 |
| (11) 无限域内圆形孔口的简谐温度应力        | 142 |
| (12) 考虑水管冷却效果的混凝土等效热传导方程    | 152 |
| (13) 混凝土浇筑块的临界表面放热系数        | 163 |
| (14) 压缩混凝土拱坝的温度控制与接缝设计      | 169 |
| (15) 压缩混凝土重力坝的温度应力与温度控制     | 183 |
| (16) 大体积混凝土非金属水管冷却的降温和计算    | 202 |
| <b>二、粘弹性与混凝土徐变</b>          | 213 |
| (17) 在混合边界条件下非均质粘弹性体的应力与位移  | 215 |
| (18) 粘弹性介质内地下建筑物所受的山岩压力     | 226 |
| (19) 关于混凝土徐变理论的几个问题         | 245 |

|                                     |     |
|-------------------------------------|-----|
| (20) 混凝土结构徐变应力分析的隐式解法               | 254 |
| (21) 混凝土的弹性模量、徐变度与应力松弛系数            | 265 |
| (22) 分析晚龄期混凝土结构简谱温度徐变应力的等效模量法和等效温度法 | 278 |
| (23) 混凝土徐变方程参数拟合的约束极值法              | 287 |
| (24) 混凝土徐变柔量的幂函数——对数函数表达式和插值式       | 290 |
| (25) 混凝土松弛系数与徐变系数的关系式               | 296 |
| (26) 混凝土极限拉伸变形与混凝土龄期及抗拉、抗压强度的关系     | 300 |
| <b>三、结构与拱坝优化</b>                    | 309 |
| (27) 双曲拱坝的优化                        | 311 |
| (28) 拱坝的满应力设计                       | 328 |
| (29) 结构满应力设计的松弛指数                   | 336 |
| (30) 复杂结构满应力设计的浮动应力指数法              | 344 |
| (31) 双曲拱坝优化设计中的几个问题                 | 352 |
| (32) 结构优化设计的两个定理和一个新的解法             | 368 |
| (33) 弹性支承圆拱的最优中心角                   | 380 |
| (34) 结构优化设计中应力重分析的内力展开法             | 388 |
| (35) 拱坝体形优化的数学模型                    | 393 |
| (36) 在静力与动力荷载作用下拱坝体形优化的求解方法         | 410 |
| (37) 拱坝的智能优化辅助设计系统——ADIOCAD         | 422 |
| <b>四、仿真、反分析与反馈设计</b>                | 431 |
| (38) 多层混凝土结构仿真应力分析的并层算法             | 433 |
| (39) 混凝土高坝仿真计算的并层坝块接缝单元             | 447 |
| (40) 渗流场反分析的一种新的数学解法                | 458 |
| (41) 岩体初始地应力反分析                     | 465 |
| (42) 水工建筑物的施工期反馈设计                  | 473 |
| (43) 不稳定温度场数值分析的时间域分区异步长解法          | 486 |
| (44) 弹性徐变体有限元时间域分区异步长算法             | 495 |
| <b>五、水工结构、有限元</b>                   | 503 |
| (45) 变厚度支墩坝的应力分析                    | 505 |
| (46) 大头坝纵向弯曲的稳定性                    | 511 |

|                                |            |
|--------------------------------|------------|
| (47) 地震时地面运动相位差引起的结构动应力 .....  | 530        |
| (48) 在侧向和竖向地震作用下支墩坝的动力反应 ..... | 534        |
| (49) 对宽缝重力坝的重新评价 .....         | 545        |
| (50) 渗透水对非均质重力坝应力状态的影响 .....   | 556        |
| (51) 计算拱坝的一维有限单元法 .....        | 567        |
| (52) 渗流场中考虑排水孔作用的杂交元 .....     | 580        |
| (53) 变厚度非圆形拱坝应力分析 .....        | 593        |
| (54) 论拱坝的允许拉应力问题 .....         | 613        |
| (55) 拱坝的多拱梁非线性分析 .....         | 622        |
| (56) 弹性力学准平面问题及其应用 .....       | 631        |
| <b>六、科技工作经验 .....</b>          | <b>641</b> |
| (57) 科研工作一夕谈 .....             | 643        |

# CONTENTS

Inscription by Qian Zhengying, Vice President  
of the Chinese People's Political  
Consultative Conference

Preface by Pan Jiazheng, Academician and  
Deputy Director of Chinese Academy  
of Engineering

An Article in Lieu of Introduction

About the Author

## PART 1. THERMAL STRESSES IN MASS

|  |     |
|--|-----|
| <b>CONCRETE</b> .....  | 1   |
| (1) Effect of pipe cooling in mass concrete with internal<br>source of heat .....  | 11  |
| (2) On the control of the difference of height between<br>adjacent blocks in the construction of high<br>concrete dams ..... | 20  |
| (3) Application of the theory of mathematical statistics<br>to the temperature control of concrete dams .....                | 30  |
| (4) The thermal stresses in gravity dams and massive<br>concrete blocks .....  | 49  |
| (5) Thermal stresses in beams on elastic<br>foundations .....  | 63  |
| (6) Thermal stresses in docks and sluices on soft<br>foundations .....   | 81  |
| (7) On the temperature loading of arch dams .....  | 95  |
| (8) Prediction of water temperature in reservoirs .....  | 110 |
| (9) Finite element analysis of the effect of pipe cooling  |     |

|  |            |
|--|------------|
| in concrete dams .....   | 126        |
| (10) Design of the superficial insulation of mass<br>concrete .....  | 141        |
| (11) Simple harmonic thermal stresses around a circular<br>hole in an infinite domain .....  | 151        |
| (12) Equivalent equation of heat conduction in mass<br>concrete considering the effect of pipe cooling .....                                   | 162        |
| (13) The critical surface conductance of massive<br>concrete blocks .....  | 168        |
| (14) The temperature control and design of joints in<br>roller compacted concrete arch dams .....  | 182        |
| (15) Thermal stresses in roller compacted concrete<br>gravity dams .....   | 200        |
| (16) Effect of artificial cooling of mass concrete by<br>nonmetal pipe .....   | 212        |
| <b>PART 2. VISCO—ELASTICITY AND CREEP OF<br/>    CONCRETE .....</b>  | <b>213</b> |
| (17) Stresses and deformations in the nonhomogeneous<br>viscoelastic media under mixed boundary<br>conditions .....                            | 225        |
| (18) Rock pressure on the underground structure in<br>visco-elastic media .....  | 244        |
| (19) Some problems in the theory of<br>creep in concrete .....   | 253        |
| (20) An implicit method for the stress analysis of<br>concrete structures considering the effect<br>of creep .....                             | 264        |
| (21) Modulus of elasticity, unit creep and coefficient<br>of stress relaxation of concrete .....   | 277        |
| (22) Method of equivalent modulus and method of<br>equivalent temperature for analyzing stresses<br>in matured concrete and other viscoelastic |            |

|  |     |
|--|-----|
| bodies due to harmonic variation<br>of temperatures .....  | 286 |
| (23) Method of mathematical programming for<br>determining the parameters in the equation of unit<br>creep of concrete ..... | 289 |
| (24) The power-logarithmic law for creep compliance<br>of concrete .....   | 295 |
| (25) The relation between the coefficient of stress<br>relaxation and the coefficient of creep .....                         | 299 |
| (26) Relation among extensibility, age and tensile<br>and compressive strength of concrete .....                             | 307 |

### **PART 3. OPTIMUM DESIGN OF STRUCTURES**

|  |     |
|--|-----|
| <b>AND ARCH DAMS .....</b>   | 309 |
| (27) The optimization of double-curved arch dams .....   | 326 |
| (28) Fully stressed design of arch dams .....  | 335 |
| (29) The relaxation exponent of fully-<br>stressed design .....  | 343 |
| (30) The method of floating stress exponent for the<br>fully stressed design of complex structures ..... | 351 |
| (31) Some problems in the optimum design of<br>double-curved arch dams .....                             | 366 |
| (32) Two theorems and a new method of solution<br>for structural optimization .....                      | 379 |
| (33) The optimum central angle of elastically<br>supported circular arch .....                           | 386 |
| (34) Internal force expansion method for stress<br>reanalysis in structural optimization .....           | 392 |
| (35) Mathematical models for shape optimization<br>of arch dams .....                                    | 408 |
| (36) Methods of solution for shape optimization of<br>arch dams under static and dynamic loads .....     | 420 |
| (37) Intelligent optimal CAD (IOCAD) for   |     |

|                 |     |
|-----------------|-----|
| arch dams ..... | 430 |
|-----------------|-----|

**PART 4. COMPUTATION SIMULATING CONSTRUCTION PROCESS, BACK ANALYSIS AND FEEDBACK DESIGN ..... 431**

|   |     |
|---|-----|
| (38) Compound-layer method for stress analysis simulating the construction process of multilayered high concrete structures .....   | 445 |
| (39) Joint elements in compound-layer method for stress analysis simulating construction process of high concrete dams .....        | 457 |
| (40) A new method for the back analysis of seepage problem .....  | 463 |
| (41) Back analysis of initial stresses in rock masses .....   | 472 |
| (42) Feedback design of hydraulic structure in construction stage .....   | 484 |
| (43) A method using different time increments in different regions for solving unsteady temperature field by numerical method ..... | 494 |
| (44) A numerical method using different time increments in different regions for analysing stresses in elasto-creeping solids ..... | 502 |

**PART 5. HYDRAULIC STRUCTURES, FINITE ELEMENTS ..... 503**

|   |     |
|---|-----|
| (45) Stress analysis of buttress dams with variable thickness .....   | 510 |
| (46) Elastic stability of buttress dams .....   | 529 |
| (47) Dynamic response of structures due to phase difference of the displacement of the earth's surface in an earthquake ..... | 533 |
| (48) The dynamic response of buttress dams under the action of the lateral and vertical earthquake .....                      | 544 |
| (49) Appraisal of hollow gravity dam .....  | 554 |

|   |            |
|---|------------|
| (50) Effect of pore pressure on the stress distribution<br>in a nonhomogeneous<br>gravity dam .....         | 566        |
| (51) One-dimensional finite-element method for<br>analyzing arch dams .....                                 | 579        |
| (52) The analysis of the effect of draining holes in the<br>seepage field by means of hybrid elements ..... | 592        |
| (53) Stress analysis of noncircular arch dam with<br>variable thickness .....                               | 607        |
| (54) On the allowable tensile stresses in arch dams ...   | 621        |
| (55) Nonlinear analysis of arch dams by multiple<br>arch-cantilever method .....                            | 630        |
| (56) Quasi-plane problem of elasticity and its<br>application .....   | 638        |
| <b>PART 6. EXPERIENCE IN SCIENTIFIC<br/>RESEARCH .....</b>  | <b>641</b> |
| (57) Experience of forty years in scientifical<br>research .....  | 652        |

# 混凝土温度应力

1

THERMAL STRESSES IN MASS  
CONCRETE



# 有内部热源的大块混凝土用 埋设水管冷却的降温计算<sup>①</sup>

## 提 要

本文首先利用导热微分方程的线性性质，说明有内部热源的冷却问题可分解为一个初温均匀的无热源问题与一个初温为零的有热源问题之和，然后采用拉普拉斯变换求出平面问题的严格数学解答。在这个基础上考虑水温的沿途变化得到空间问题的近似解。并按无因次量制备一套曲线供设计人员查用以避免极其繁重的计算工作。

在混凝土高坝的设计和建造过程中，散热降温是一个极为重要的技术课题。经验证明埋设冷却水管是最为有效的降温措施。为了设计上的需要，有必要研究出一套完整的计算方法。在这方面格罗佛（R. E. Glover）等人曾经做过一些工作，他们采用分离变量法得到了无内部热源平面问题的严格解答和空间问题的近似解答<sup>[1]</sup>，可用以计算两期冷却中第二期的温度，至于一期冷却及两期冷却中的第一期由于水泥水化热的陆续发生已是影响温度场的主要因素，在计算温度时必须考虑连续作用的内部热源，数学处理上比较困难。笔者采用拉普拉斯变换已经得到这个问题的平面解答<sup>[2]</sup>，现更进一步考虑水温的沿途上升，得到空间问题的近似解，计算工作甚为繁重，因此按无因次的量计算并制就一套曲线供设计人员查用。

水管布置呈梅花形，因此每根水管所担负的冷却体积是一个正六角形的空心柱体，如图1所示。由于对称，在柱体的表面没

① 原载《水力学报》1957年第4期及《Scientia Sinica》1961, No. 4.

有热流通过，温度梯度等于零，在空洞边缘保持为水温。为了计算上的方便，我们把这个正六角形的柱体设想为一个空心圆柱体，外半径为  $b$ ，内半径为  $c$ ，如图 2。

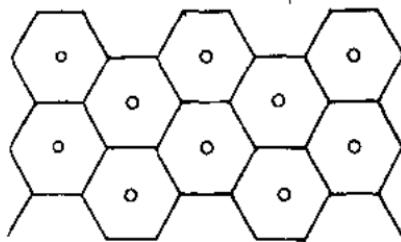


图 1 水管布置

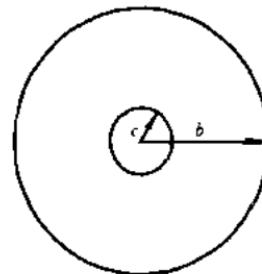


图 2 简化剖面

混凝土单位体积在单位时间内所放出的水化热可用下式表示

$$A = A_0 e^{-\beta t} \quad (1)$$

式中： $t$  为时间； $A_0$  和  $\beta$  均为常数，决定于水泥及混凝土的热学性质。

首先研究平面问题，采用极坐标，热传导方程为

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \left( \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{A_0}{c_0 \rho} e^{-\beta t} \quad (2)$$

式中： $r$  为半径； $a$  为导温系数； $c_0$  为比热； $\rho$  为密度； $T$  为温度； $t$  为时间。

以水温为计算温度的起点，即计算中假定水温为零，又设混凝土初温为  $T_0$ ，则边值条件为

$$\left. \begin{array}{l} t = 0, c \leqslant r \leqslant b, T = T_0 \\ t > 0, r = c, \quad T = 0 \\ t > 0, r = b, \quad \frac{\partial T}{\partial r} = 0 \end{array} \right\} \quad (3)$$

由于式 (2) 是线性偏微分方程，为了数学运算上的方便，我们可以把 (2)、(3) 两式分解为两个问题来研究。令

$$T = U + V \quad (4)$$

其中  $U$  满足以下各式

$$\frac{\partial U}{\partial t} = a \left( \frac{\partial^2 U}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial U}{\partial r} \right) \quad (5)$$

$$\left. \begin{array}{l} t = 0, c \leq r \leq b, U = T_0 \\ t > 0, r = c, \quad U = 0 \\ t > 0, r = b, \quad \frac{\partial U}{\partial r} = 0 \end{array} \right\} \quad (6)$$

$V$  满足以下两式：

$$\frac{\partial V}{\partial t} = a \left( \frac{\partial^2 V}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial r} \right) + \frac{A_0}{c_0 \rho} e^{-\beta t} \quad (7)$$

$$\left. \begin{array}{l} t = 0, c \leq r \leq b, V = 0 \\ t > 0, r = c, \quad V = 0 \\ t > 0, r = b, \quad \frac{\partial V}{\partial r} = 0 \end{array} \right\} \quad (8)$$

可见初温为  $T_0$  并有热源  $A_0 e^{-\beta t}$  的冷却问题可以分解成两个问题，一个是初温为  $T_0$  的无热源的冷却问题，另一个是初温为零但有热源  $A_0 e^{-\beta t}$  的冷却问题，迭加后即得到我们所要求的解答。

利用拉普拉斯变换，得到 (5)、(6) 二式的解如下

$$\begin{aligned} U = T_0 & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2e^{-\alpha_n^2 t}}{\alpha_n} \times \\ & \times [J_1(\alpha_n b)Y_0(\alpha_n r) - Y_1(\alpha_n b)J_0(\alpha_n r)] \\ & \div \{c[J_1(\alpha_n b)Y_1(\alpha_n c) - J_1(\alpha_n c)Y_1(\alpha_n b)] \\ & + b[J_0(\alpha_n c)Y_0(\alpha_n b) - J_0(\alpha_n b)Y_0(\alpha_n c)]\} \end{aligned} \quad (9)$$

工程上最感兴趣的是平均温度，其值为

$$\begin{aligned} U_m = & \frac{4T_0 bc}{b^2 - c^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-\alpha_n^2 b^2 - \alpha_n^2 c^2}}{\alpha_n^2 b^2} \\ & \times [Y_1(\alpha_n b)J_1(\alpha_n c) - Y_1(\alpha_n c)J_1(\alpha_n b)] \\ & \div \left\{ \frac{c}{b} [J_1(\alpha_n b)Y_1(\alpha_n c) - J_1(\alpha_n c)Y_1(\alpha_n b)] \right. \\ & \left. + [J_0(\alpha_n c)Y_0(\alpha_n b) - J_0(\alpha_n b)Y_0(\alpha_n c)] \right\} \end{aligned} \quad (10)$$

(7)、(8) 二式的解为

$$\begin{aligned}
 V = & \theta_0 e^{-(b\sqrt{\beta/a})^2 at/b^2} \\
 & \times \left[ \frac{Y_1(b\sqrt{\beta/a})J_0(r\sqrt{\beta/a}) - J_1(b\sqrt{\beta/a})Y_0(r\sqrt{\beta/a})}{Y_1(b\sqrt{\beta/a})J_0(c\sqrt{\beta/a}) - J_1(b\sqrt{\beta/a})Y_0(c\sqrt{\beta/a})} - 1 \right] \\
 & + 2\theta_0 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-\alpha_n^2 b^2 at/b^2}}{\left[ 1 - \frac{\alpha_n^2 b^2}{(b\sqrt{\beta/a})^2} \right] \alpha_n b} \\
 & \times [Y_0(\alpha_n r)J_1(\alpha_n b) - Y_1(\alpha_n b)J_0(\alpha_n r)] \\
 & \div \left\{ \frac{c}{b} [J_1(\alpha_n b)Y_1(\alpha_n c) - J_1(\alpha_n c)Y_1(\alpha_n b)] \right. \\
 & \left. + [J_0(\alpha_n c)Y_0(\alpha_n b) - J_0(\alpha_n b)Y_0(\alpha_n c)] \right\} \quad (11)
 \end{aligned}$$

平均温度为

$$\begin{aligned}
 V_m = & \theta_0 e^{-(b\sqrt{\beta/a})^2 at/b^2} \left[ \frac{2bc}{(b^2 - c^2)b\sqrt{\beta/a}} \right. \\
 & \times \left. \frac{J_1(b\sqrt{\beta/a})Y_1(c\sqrt{\beta/a}) - J_1(c\sqrt{\beta/a})Y_1(b\sqrt{\beta/a})}{J_0(c\sqrt{\beta/a})Y_1(b\sqrt{\beta/a}) - J_1(b\sqrt{\beta/a})Y_0(c\sqrt{\beta/a})} - 1 \right] \\
 & + \frac{4\theta_0 bc}{b^2 - c^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-(\alpha_n b)^2 at/b^2}}{\left[ 1 - \frac{\alpha_n^2 b^2}{(b\sqrt{\beta/a})^2} \right] \alpha_n^2 b^2} \\
 & \times [J_1(\alpha_n c)Y_1(\alpha_n b) - J_1(\alpha_n b)Y_1(\alpha_n c)] \\
 & \div \left\{ \frac{c}{b} [J_1(\alpha_n b)Y_1(\alpha_n c) - J_1(\alpha_n c)Y_1(\alpha_n b)] \right. \\
 & \left. + [J_0(\alpha_n c)Y_0(\alpha_n b) - J_0(\alpha_n b)Y_0(\alpha_n c)] \right\} \quad (12)
 \end{aligned}$$

式中  $\theta_0 = \int_0^\infty \frac{A_0 e^{-\beta t}}{c\rho} dt = \frac{A_0}{c\rho\beta}$  是无水管冷却时混凝土的最终绝热温升,  $\alpha_n$  是下列特征方程的根

$$J_0(\alpha_n c)Y_1(\alpha_n b) - J_1(\alpha_n b)Y_0(\alpha_n c) = 0 \quad (13)$$

当  $b/c=100$  时, 上式的前 5 个根为  $\alpha_1 b = 0.7167$ ,  $\alpha_2 b = 4.290$ ,  $\alpha_3 b = 7.546$ ,  $\alpha_4 b = 10.766$  及  $\alpha_5 b = 13.972$ ;  $J_0$  和  $J_1$  分别是零阶和一阶第一类贝塞尔函数,  $Y_0$  和  $Y_1$  分别是零阶和一阶第二类贝塞尔函数。

以上我们所研究的是平面问题, 即假定水温在混凝土柱体的全部长度内是不变的, 但实际上沿途吸收温凝土所放出的热量后, 水的温度将逐渐上升, 因此我们所研究的问题实质上是一个三向导热问题, 由于问题过于复杂, 要求出严格的数学解答是非常困难的, 但我们可以在此基础上得出一个近似解, 以满足设计上的需要。

由于问题是线性的, 热流可以分解为两部分: ①  $Q_1$ , 水温保持为零时由混凝土流向冷却水的热量; ②  $Q_2$ , 水温上升后自冷却水流向初温为零的温凝土的热量。

由式(11), 单位时间内单位长度温凝土柱体流向冷却水的热量为(图3)

$$\frac{\partial Q_1}{\partial L} = 2\pi c\lambda \left[ -\frac{\partial V}{\partial r} \right]_{r=c} \quad (14)$$

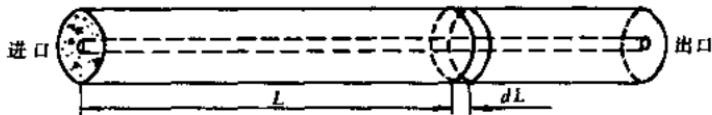


图 3 水管冷却空间问题

若在时间  $\tau$  水温上升  $1^\circ\text{C}$ , 即在时间  $\tau$  混凝土初温为  $T_0 = -1^\circ\text{C}$ , 那么由式(10)可知在时间  $t$ , 单位管长单位时间内由冷却水流入混凝土的热量为

$$\pi(b^2 - c^2)C_0\rho \left[ -\frac{dU_m}{dt} \right]_{T_0=-1}$$

设水温为  $Y\theta_0$ ,  $Y$  是时间  $t$  和管长  $L$  的函数。单位时间单位长度内混凝土柱体吸收热量为